

ZESZYTY NAUKOWE
POLITECHNIKI RZESZOWSKIEJ

FOLIA SCIENTIARUM
UNIVERSITATIS TECHNICAЕ RESOVIENSIS

NR 283

BUDOWNICTWO I INŻYNIERIA ŚRODOWISKA

Kwartalnik

zeszyt 59

nr 3/2012/II

Wydano za zgodą Rektora

Redaktor naczelny
Wydawnictw Politechniki Rzeszowskiej
Prof. dr hab. inż. Feliks STACHOWICZ

Komitet Redakcyjny

Władysław FILAR
Roman PETRUS
Grzegorz PROKOPSKI
Jarosław SĘP
Jan STANKIEWICZ
Zbigniew ŚWIDER

Redaktor serii

Grzegorz PROKOPSKI

Redaktor naukowy

Aleksander KOZŁOWSKI

Opiniodawcy

Andrzej AJDUKIEWICZ, Andrzej M.BRANDT, Lech CZARNECKI, Jan DEJA,
Stanisław GACA, Dariusz GAWIN, Marian GIŻEJOWSKI, Józef GŁOMB,
Kazimierz JAMRÓZ, Zbigniew JANOWSKI, Józef JUDYCKI, Stanisław KAJFASZ,
Oleg KAPLIŃSKI, Tadeusz KASPROWICZ, Michał KNAUFF, Piotr KONDERLA,
Aleksander KOZŁOWSKI, Zbigniew LECHOWICZ, Andrzej ŁAPKO, Cezary MADRYAS,
Henryk NOWAK, Wojciech RADOMSKI, Piotr RADZISZEWSKI, Zbigniew SIKORA,
Tomasz SIWOWSKI, Edward SZCZECHOWIAK, Barbara SZUDROWICZ,
Marian TRACZ, Krzysztof WILDE, Szczepan WOLIŃSKI, Leonard ZIEMIAŃSKI,
Jerzy ZIÓŁKO

Redaktor zeszytu

Zdzisław PISAREK

ISSN 0209-2646

Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej
ul. W. Pola 2, 35-959 Rzeszów

SPIS TREŚCI

BUDOWNICTWO OGÓLNE

Zoja BEDNAREK, Renata KAMOCKA-BRONISZ, Paweł OGRODNIK, Sławomir BRONISZ: Wpływ warunków termicznych pożaru na parametry wytrzymałościowe stali konstrukcyjnych	9
Andrzej BOROWY, Bogdan WRÓBLEWSKI, Zbigniew MUSIELAK: Ocena odporności ogniowej dachów przeszklonych o konstrukcji stalowej	17
Mazen DEMYATI, Zakaria KAMEL, Zbigniew PLEWAKO: The dynamic analysis of the blast load in the petrochemical facilities according to asce by using FEM.....	25
Tomasz DOMAŃSKI: Probabilistyczna ocena nośności dwuciętych połączeń w konstrukcjach drewnianych.....	35
Tomasz PYTLOWANY: Bayesowski model oddziaływań klimatycznych.....	43
Jerzy Antoni ŻURAŃSKI, Andrzej SOBOLEWSKI: Probabilistyczna analiza jednoczesności obciążenia śniegiem i wiatrem.....	51

KONSTRUKCJE BETONOWE

Lidia BUDA-OŻÓG, Katarzyna MATYKA, Agnieszka MATERNIA: Badania doświadczalne wpływu stopnia zbrojenia na częstotliwości drgań własnych belek	61
Michał GŁOWACKI, Marian ABRAMOWICZ, Robert KOWALSKI: Badania wpływu wysokiej temperatury na sztywność belek żelbetowych.....	69
Barbara GOSZCZYŃSKA, Grzegorz ŚWIT, Wiesław TRĄMPCZYŃSKI, Aleksandra KRAMPIKOWSKA, Justyna TWORZEWSKA, Paweł TWORZEWSKI: Zastosowanie metody emisji akustycznej do analizy procesu zarysowania belek żelbetowych	77
Barbara KLEMCZAK, Agnieszka KNOPPIK-WRÓBEL: Analiza naprężeń w ścianie żelbetowej poddanej wczesnym wpływom termiczno –skurczowym.....	85
Michał KNAUFF, Agnieszka GOLUBIŃSKA: O uproszczonej metodzie kontroli zarysowania według Eurokodu 2	93
Jacek KORENTZ: Niesprężyste wyboczenie prętów zbrojenia, model zjawiska	101
Adam STOLARSKI, Jacek ZYCHOWICZ: System płaskich siatek o kratownicowym układzie prętów do zbrojenia elementów konstrukcyjnych z betonu	109
Tadeusz URBAN: Nośność słupa w strefie połączenia z płytą żelbetową.....	117
Tadeusz URBAN, Marek SITNICKI, Jakub KRAKOWSKI: O przebicciu żelbetowych płyt krępych	125
Barbara WIECZOREK, Włodzimierz STAROSOLSKI: Wpływ mimośrodowego obciążenia na nośność połączenia płyta–słup po przebicciu	133
Szczepan WOLIŃSKI: Projektowanie konstrukcji z betonu w obliczeniowych sytuacjach wyjątkowych	141

KONSTRUKCJE METALOWE

Paweł BŁAŻEJEWSKI, Jakub MARCINOWSKI: Nośność wyboczeniowa walcowego płaszcza silosu w świetle zapisów normy PN-EN 1993-4-1	151
Marian GIŻEJOWSKI, Bashir SALEH, Aleksander KOZŁOWSKI, Zdzisław PISAREK, Lucjan ŚLĘCZKA: Badania doświadczalne ram poddanych oddziaływaniom wyjątkowym.....	161
Piotr IWICKI, Marcin KRAJEWSKI: Analiza stateczności i nośności granicznej kratownicy ze stężeniami.....	169
Paweł KOSSAKOWSKI: Zastosowanie mechaniki zniszczenia w analizie stanów awaryjnych konstrukcji metalowych.....	177
Zbigniew KOWAL: Probabilistyczna optymalizacja nośności słupów konstrukcji hal konwencjonalnych.....	185
Zbigniew KOWAL, Karolina OTWINOWSKA, Andrzej SZYCHOWSKI: Sztywność połaciowa hal wiązarowo – płatwiowych przystosowanych do pozyskiwania energii z promieniowania słonecznego	193
Maciej KOŻUCH, Sławomir ROWIŃSKI, Wojciech LORENC, Ernest KUBICA: Model zniszczenia łącznika w zespole typu composite dowels.....	201
Marcin KRAJEWSKI: Badania nośności aluminiowego pręta o przekroju złożonym.....	209
Juliusz KUŚ: Momenty krytyczne zwiczenia stalowych belek dwuteowych z liniowo zmiennymi wysokością środka i szerokością pasa.....	217
Agnieszka ŁUKOWICZ, Elżbieta URBAŃSKA-GALEWSKA: Wpływ ograniczeń technologicznych na dobór parametrów przekroju kształtownika giętego	225
Andrzej MACHOWSKI, Krzysztof KUCHTA: Rozbieżności formuł nośności słupóww PN-EN 1993-1-1 i PN-90/B-03200 dla przekrojów dwuteowych szerokostopowych...	233
Mariusz MAŚLAK, Małgorzata SNELA: Temperatura krytyczna ramy stalowej z malejącą w pożarze sztywnością węzłów	241
Monika MATUSZKIEWICZ: Wybrane problemy obciążenia oblodzeniem masztów z odciągami	249
Maciej PIEKARSKI: Kształtowanie konstrukcyjne stropów rusztowych stalowych oraz zespolonych stalowo-betonowych	257
Zdzisław PISAREK: Badania doświadczalne króćców teowych z czterema śrubami.....	265
Mateusz SONDEJ, Piotr IWICKI, Jacek TEJCHMAN: Analiza numeryczna silosu z blachy falistej wzmocnionego słupami.....	273
Andrzej WOJNAR: Ocena wpływu rozwiązań konstrukcyjnych doczołowych węzłów śrubowych na projektowanie ram stalowych.....	281
Jan ŻMUDA, Krzysztof IREK, Joanna SKOWROŃSKA: Ocena nośności torów suwnic podwieszanych i wciągników według norm PN-EN 1993-6 i PN-90/B-03200	289

KSZTAŁTOWANIE KONSTRUKCJI

Jacek ABRAMCZYK: Nowe możliwości kształtowania formy przekrycia powłokowego wykonanego z blach trapezowych	299
Zbigniew BIENIEK: Czworoscian tensegrity klasy Theta.....	309
Zbigniew BIENIEK: Czworoscienne systemy cięgnowo - prętowe w budowie modularnych struktur tensegrity.....	317

MECHANIKA MATERIAŁÓW I KONSTRUKCJI

Wojciech ANDRZEJEWSKI, Magdalena RUCKA: Wyznaczanie częstości drgań własnych obiektów mostowych na podstawie rejestracji drgań przejeżdżającego pojazdu	325
Jarosław BĘC, Tomasz LIPECKI, Ewa BŁAZIK-BOROWA: Badania modelowe wpływu struktury wiatru na obciążenie pionowych struktur kratowych z uwzględnieniem wpływu oblodzenia	333
Daniel BURKACKI, Robert JANKOWSKI: Badania eksperymentalne parametrów dynamicznych modeli zbiorników stalowych na stole sejsmicznym.....	341
Jacek CHRÓŚCIELEWSKI, Magdalena RUCKA, Krzysztof WILDE, Wojciech WITKOWSKI: Diagnostyka betonowych belek poddanych zginaniu z zastosowaniem propagacji fal sprężystych.....	349
Bronisław GOSOWSKI, Michał REDECKI: Rozwiązanie problemów skręcania ciągłych prętów dwuteowych pakietem <i>Mathematica</i>	357
Krzysztof GROMYSZ: Badanie sztywności i rozpraszania energii w żelbetowych płytach warstwowych poddanych obciążeniom cyklicznym.....	365
Paweł KOSSAKOWSKI, Grzegorz ORDYSIŃSKI: Numeryczne szacowanie sztywności zginanych elementów drewnianych wzmacnianych matami kompozytowymi.....	373
Bożena KUCZMA, Mieczysław KUCZMA: Badania doświadczalne i modelowanie klejonych stalowo-betonowych belek zespolonych	381
Maciej MAJOR, Izabela MAJOR, Judyta RÓŻYCKA: Propagacja płaskiej fali przyspieszenia w cienkim czterosegmentowym pręcie wykonanym z materiałów Murnaghana	389
Bartosz MILLER: Identyfikacja parametrów materiałowych w istniejących masowych konstrukcjach betonowych na przykładzie dużych zapór wodnych	397
Paulina OBARA, Michał SZCZECINA: Nieliniowość geometryczna oraz odkształcalność postaciowa w analizie układów prętowych	405
Urszula RADOŃ: Wykorzystanie metody form w analizie niezawodności konstrukcji kratowej	413
Maciej SZUMIGAŁA, Piotr SZEWCZYK: Wzmacnianie konstrukcji pod obciążeniem w eksperymencie numerycznym.....	421
Andrzej SZYCHOWSKI: Stateczność niesymetrycznie sprężyste zamocowanych płyt przeszłych przy wzdłużnej zmienności naprężeń	429
Zbigniew ZEMBATY, Seweryn KOKOT, Piotr BOBRA: „Rekonstruowanie” zmian sztywności belki poprzez pomiary kąta obrotu jej osi	437

**BUDOWNICTWO
OGÓLNE**

Zoja BEDNAREK¹
Renata KAMOČKA-BRONISZ²
Paweł OGRODNIK
Sławomir BRONISZ
Szkoła Główna Służby Pożarniczej

WPLYW WARUNKÓW TERMICZNYCH POŻARU NA PARAMETRY WYTRZYMAŁOŚCIOWE STALI KONSTRUKCYJNYCH

STRESZCZENIE

W analizach zachowania się elementów konstrukcji stalowych w polu wysokich temperatur istotną rolę odgrywa nie tylko bezwzględna wartość temperatury, ale również jej rozkład w czasie uwzględniający prędkość nagrzewania dT/dt . Celem badań było ustalenie wpływu prędkości nagrzewania na wybrane parametry wytrzymałościowe stosowane przy wyznaczaniu odporności ogniowej konstrukcji budowlanych trzech gatunków stali: stali do zbrojenia betonu o podwyższonej ciągliwości B500SP, stali węglowej ogólnego przeznaczenia S235JRG2 (St3S) oraz stali niskostopowej podwyższonej jakości S355J2G3 (18G2). Anizotermiczne badania stali realizowane były w warunkach liniowo rosnących temperatur przy różnej prędkości nagrzewania w zakresie od 5 °C/min do 50 °C/min przy dwóch stałych poziomach naprężeń $\sigma = 0,5f_y$ oraz $\sigma = 0,8f_y$.

SŁOWA KLUCZOWE: stal, prędkość nagrzewania, odkształcenia, temperatura krytyczna.

1. WSTĘP

Stal jako materiał konstrukcyjny nie jest odporna na działanie wysokich temperatur. Zagadnienia zachowania się stali w podwyższonych oraz wysokich temperaturach ze szczególnym uwzględnieniem ich wytrzymałości są istotnym problemem, związanym z bezpieczeństwem konstrukcji w stanie wyjątkowym jakim jest pożar. Z dotychczasowych badań przedstawionych w reprezentatywnych pracach [1],[2],[3],[4],[5],[8] dotyczących właściwości wytrzymałościowych materiałów w podwyższonych i wysokich temperaturach wynika, że dla większości metali i stopów różnice w ich zachowaniu się podczas badań w warunkach anizotermicznych oraz izotermicznych są bardzo wyraźne. Bezpośrednią konsekwencją takiej sytuacji jest brak możliwości stosowania wyłącznie wyników badań stali w stałych wysokich i podwyższonych

¹zoja.bednarek@gmail.com

²rkamocka@sgsp.edu.pl

temperaturach do analizy zjawisk i rozwiązywania problemów odporności i wytrzymałości materiałów w warunkach zmiennego w czasie pola temperatur, mających miejsce np. w zakresie analizy bezpieczeństwa pożarowego konstrukcji. Dlatego też każdy nowy wynik w tej dziedzinie przyczynia się do wszechstronnego zrozumienia zjawisk towarzyszących obciążeniom termicznym w warunkach nagrzewania się konstrukcji z różnymi prędkościami.

Przedstawione w artykule wyniki badań uzyskano w ramach realizacji projektu pt. „Innowacyjne środki i efektywne metody poprawy bezpieczeństwa i trwałości obiektów budowlanych i infrastruktury transportowej w strategii zrównoważonego rozwoju”

2. ANALIZA ODKSZTAŁCEŃ STALI W PODWYŻSZONEJ TEMPERATURZE

Złożony charakter zjawisk, wpływających na przebieg procesu odkształceń stali konstrukcyjnej ujawnia się szczególnie wyraźnie w warunkach działania podwyższonej temperatury. Charakter odkształcenia stali w wyniku oddziaływania zmiennego w czasie pola temperatur i stałego poziomu naprężeń jest w dalszym ciągu rozpoznawany. Całkowite odkształcenia stali w wysokich temperaturach można opisać równaniem fizycznym addytywnym ujmującym składnik termiczny ε_T , składnik sprężysto-plastyczny ε_{e-p} oraz silnie nieliniowy składnik pełzania ε_τ [9].

$$\varepsilon = \varepsilon_T(T) + \varepsilon_{e-p}(T, \sigma) + \varepsilon_\tau(T, \sigma, \tau) \quad (1)$$

ε_T – oznacza odkształcenie termiczne $\varepsilon_T = \int_{T_0}^T \alpha_T(T) dT$ spowodowane liniową rozszerzalnością

cieplną stali,

gdzie: $\alpha_T(T)$ – funkcja współczynnika rozszerzalności cieplnej stali,

T – chwilowa wartość temperatury;

ε_{e-p} – odkształcenie mechaniczne, niezależne od czasu, obliczane z pominięciem odkształcenia spowodowanego pełzaniem opisane zmodyfikowanym (z uwagi na konieczność uwzględnienia termicznej aktywacji odkształcenia) równaniem Ramberga-Osgooda następująco :

$$\varepsilon_{e-p} = \varepsilon_e + \varepsilon_p = \frac{\sigma}{E(T)} + 0,002 \left[\frac{1}{\sigma_y(T)} \right]^{\mu(T)} |\sigma|^{\mu(T)-1} \sigma \quad (2)$$

gdzie: $E(T)$ - funkcja modułu sprężystości stali, $\mu(T)$ - funkcja współczynnika umocnienia stali,

$\sigma_y(T)$ – funkcja granicy plastyczności stali;

ε_τ - odkształcenie w procesie pełzania (z uwzględnieniem czasu τ) opisane wg teorii Dorna z uwzględnieniem prac Harmathy'ego, zależne nie tylko od temperatury stali i poziomu naprężeń w elemencie, ale również od czasu τ .

W pierwszej fazie deformacji ogrzewanej konstrukcji dominują odkształcenia ujęte składnikiem liniowym (odkształcenia sprężyste) i składnikiem zależnym od granicy plastyczności. Odkształcenia plastyczne (wskutek znacznego obniżenia granicy plastyczności) i odkształcenia pełzania osiągają zauważalne wartości już w temperaturze ok. 300°C. W wyższej temperaturze (400÷450 °C) zachodzi wyraźne zintensyfikowanie procesu pełzania i odkształceń z tym związanych. Aktualne normy i wytyczne analiz konstrukcji stalowych ze względu na obciążenia w warunkach wyjątkowych np. w pożarze, nie uwzględniają efektów zależnych od czasu w ramach założeń analizy projektowej [10],[11]. Widoczna jest przy tym potrzeba uzupełnienia badań charakterystyk stali w podwyższonej temperaturze przy różnej intensywności nagrzewania elementów konstrukcyjnych .

3. BADANIA ZACHOWANIA SIĘ STALI BUDOWLANYCH W WARUNKACH ZMIENNEGO W CZASIE POLA TEMPERATUR

3.1. Cel i zakres badań

Jednym z problemów związanych z określeniem wytrzymałości konstrukcji żelbetowych oraz stalowych w warunkach nieustalonego w czasie pola temperatur jest ustalenie temperatury krytycznej T_{kr} powodującej utratę nośności konstrukcji na skutek zniszczenia lub nadmiernych odkształceń. Otrzymane wyniki badań stali w zmiennym polu temperatur przy różnych prędkościach przyrostu temperatury umożliwią uwzględnianie w modelach obliczeniowych wpływu prędkości nagrzewania elementów stalowych na spadek ich nośności oraz odkształcenia konstrukcji. W pracy przedstawiono badania wpływu prędkości nagrzewania 5°C/min, 20°C/min, 35°C/min oraz 50°C/min na odkształcenia stali konstrukcyjnych S235, S355 oraz B500SP przy stałym poziomie obciążeń wynoszącym 0,5 f_y oraz 0,8 f_y dla pięciu różnych prędkości nagrzewania. Prowadzone badania mają charakter badań podstawowych zmierzających do udoskonalenia współczesnych metod analizy wytrzymałościowej elementów konstrukcji stalowych pod działaniem pól temperatur rosnących z różną prędkością. Wyniki badań mogą być wykorzystane w metodach inżynierskich określania odporności ogniowej konstrukcji budowlanych.

3.2. Charakterystyka badanych gatunków stali

Próbki do badania odkształceń stali konstrukcyjnych pod stałym obciążeniem przy różnych prędkościach nagrzewania zostały wykonane z trzech gatunków stali : S235JRG2 (St3S) , S355J2G3 (18G2) oraz B500SP

Tabela 1. Skład chemiczny badanych stali wg. danych producentów

Gatunek	Zawartość pierwiastka %								Producent
	C	Mn	Si	P	S	Cr	Ni	Cu	
S235JRG2	0,14	0,5	0,1	0,019	0,015	0,02	0,01	0,03	Virmet
S355J2G3	0,17	1,18	0,24	0,018	0,021	0,02	0,02	0,043	HSW Zakład Ciągaria
B500SP	0,21	0,87	0,16	0,021	0,035	0,10	0,080	0,31	CELSA „HUTA OSTROWIEC”

Tabela 2. Parametry mechaniczne badanych stali w temperaturze pokojowej wg. badań własnych

Parametr	Granica plastyczności f_y [N/mm ²]	Wytrzymałość na rozciąganie f_t [N/mm ²]	Wydłużenie A_{10} [%]
Gat. stali			
S235JRG2	525	560	7,1
S355J2G3	535	611	9,4
B500SP	407	547	25

3.3. Określenie punktu krytycznego na wykresie „ $\epsilon = f(\tau)$ ”

W badaniach stali w warunkach termicznych określonych na podstawie analizy cieplnej oraz przy stałym poziomie naprężeń otrzymuje się wykresy „temperatura-czas” i krzywe „odkształcenie-czas” lub złożony wykres „odkształcenie-temperatura” (rys.1,2,3).

W badaniach za punkt krytyczny krzywych „odkształcenie-czas” lub „ odkształcenie-temperatura”, który to wykres przy stałej prędkości wzrostu temperatury ma kształt identyczny do wykresu „odkształcenie-czas” przyjęto punkt charakteryzujący się

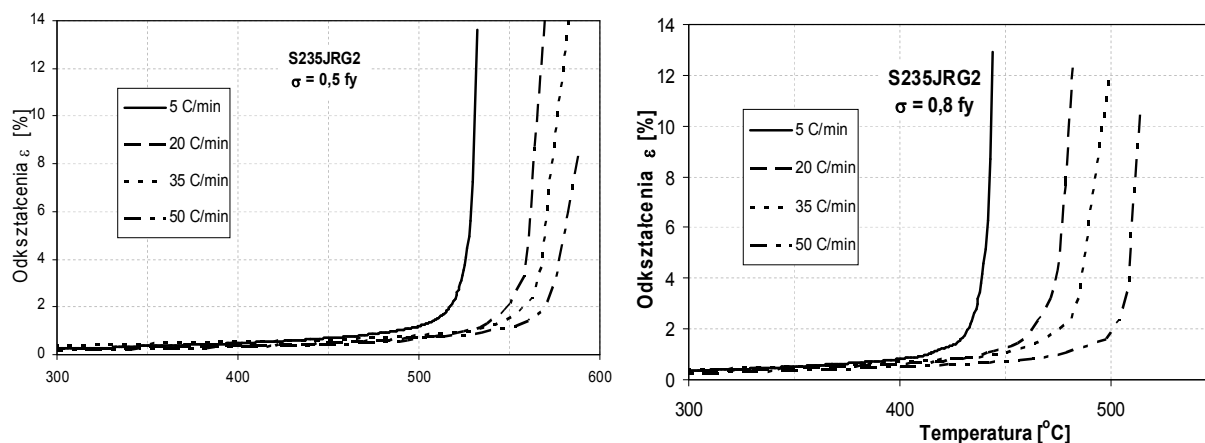
największym przyspieszeniem odkształcenia, tzn. największym przyrostem prędkości odkształcenia w jednostce czasu. W punkcie o największym przyspieszeniu odkształcenia występują istotne dla materiału procesy fizyczne w następstwie których następuje zmiana stosunkowo niewielkiej prędkości odkształcenia na dość znaczną a następnie utrata wytrzymałości mechanicznej i w konsekwencji zerwanie próbki [1].

$$\ddot{\varepsilon} = \lim_{\Delta\tau \rightarrow 0} \frac{\Delta\dot{\varepsilon}}{\Delta\tau} \quad (3)$$

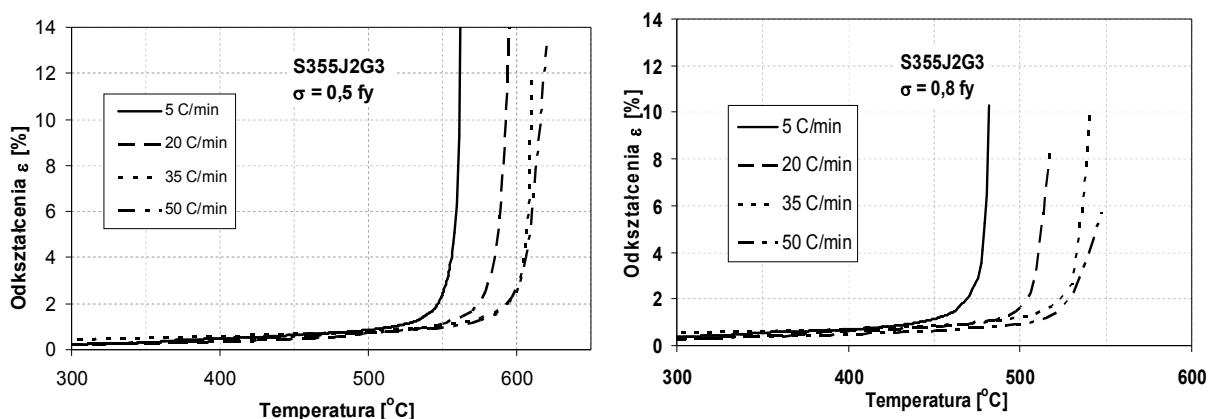
Temperaturę odpowiadającą punktowi krytycznemu wykazano jako temperaturę krytyczną T_{kr} , a odkształcenie stali w punkcie krytycznym jako odkształcenie krytyczne ε_{kr} .

3.4. Analiza wpływu prędkości nagrzewania na badane parametry stali

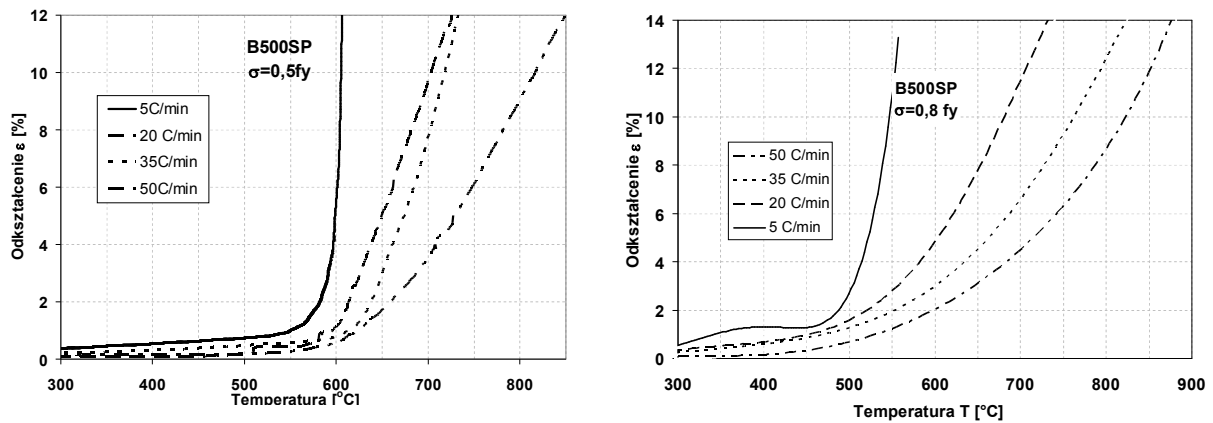
Na rysunkach 1-3 przedstawiono wykresy „odkształcenie-temperatura” dla wybranych gatunków stali przy różnych prędkościach nagrzewania przy dwóch poziomach obciążenia.



Rys.1. Wpływ prędkości nagrzewania na odkształcenia względne dla stali S 235 JRG2
a) przy poziomie naprężenia $\sigma/f_y = 0,5$ b) przy poziomie naprężenia $\sigma/f_y = 0,8$

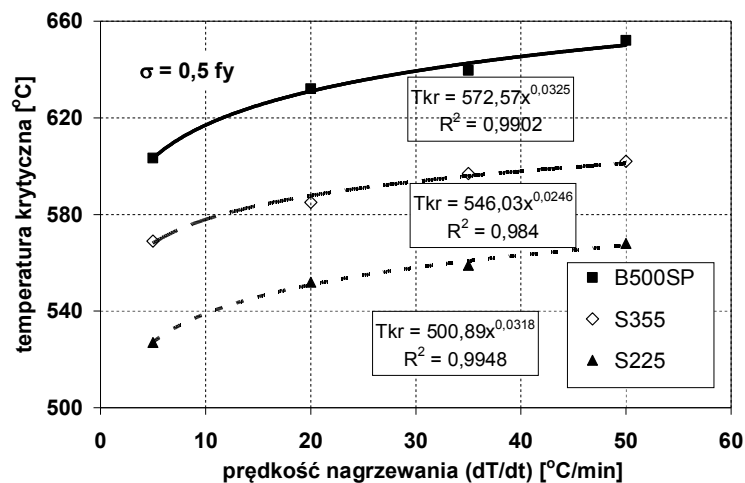


Rys.2. Wpływ prędkości nagrzewania na odkształcenia względne dla stali S 355 J2G3
a) przy poziomie naprężenia $\sigma/f_y = 0,5$ b) przy poziomie naprężenia $\sigma/f_y = 0,8$

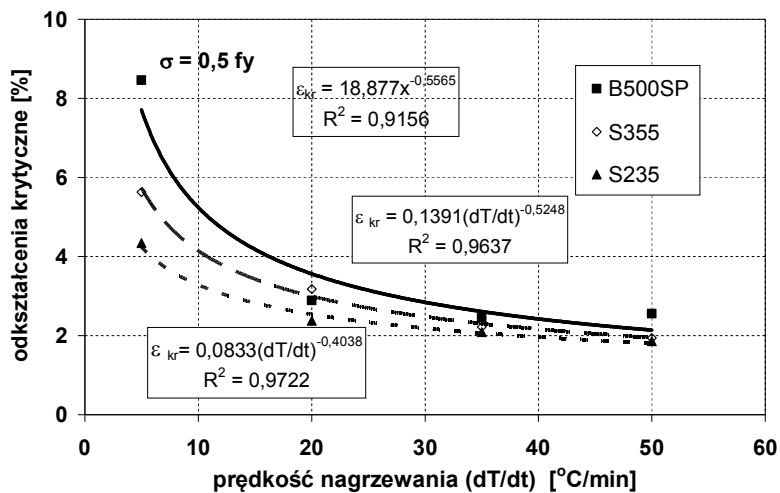


Rys.3. Wpływ prędkości nagrzewania na odkształcenia względne dla stali B500SP
 a) przy poziomie naprężenia $\sigma/f_y = 0$, b) przy poziomie naprężenia $\sigma/f_y = 0,8$

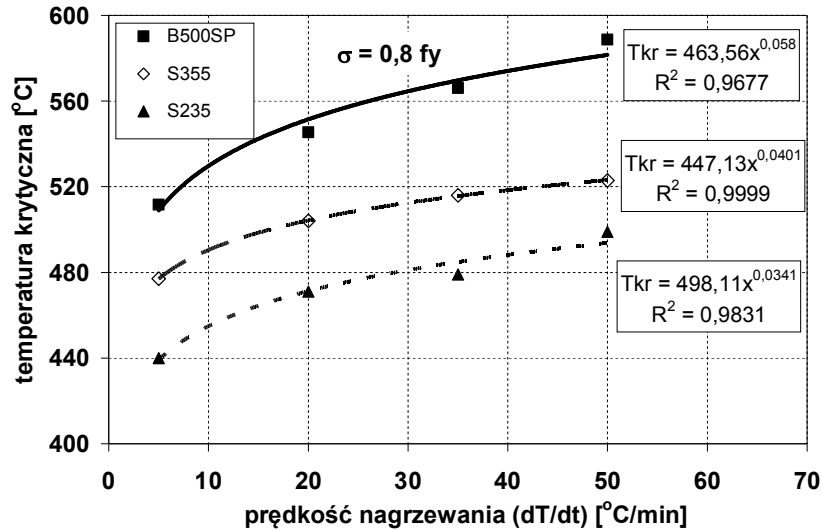
Na podstawie analizy punktu krytycznego dla zarejestrowanych na stanowisku badawczym zależności odkształceń w funkcji temperatury przy określonych prędkościach nagrzewania dla badanych gatunków stali określono temperaturę krytyczną oraz odkształcenia krytyczne w funkcji prędkości nagrzewania. Wyniki analizy dla dwóch poziomów naprężeń przedstawiono na rys. 4,5,6,7.



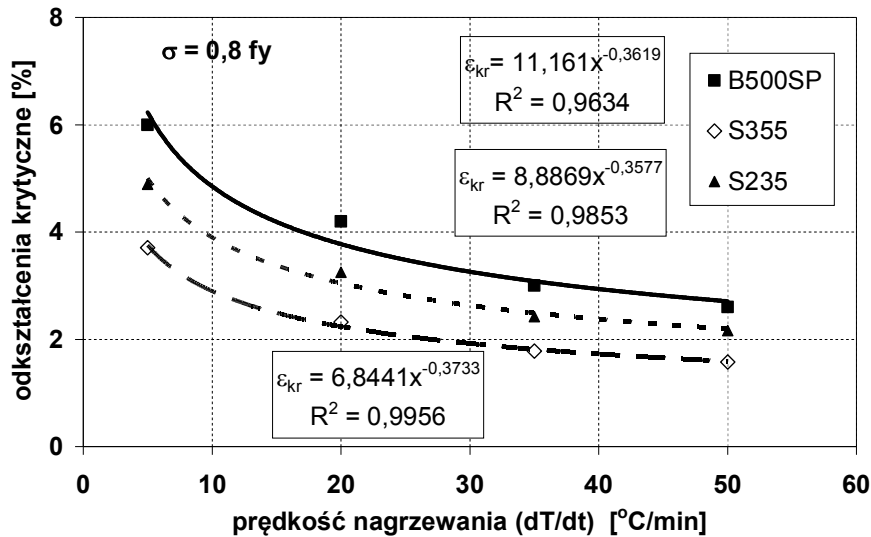
Rys.4. Zależność temperatury krytycznej od prędkości nagrzewania dla stali B500SP, S235,S355 przy $\sigma=0,5f_y$



Rys.5. Zależność odkształceń krytycznych od prędkości nagrzewania dla stali B500SP, S235, S355 przy $\sigma=0,5f_y$



Rys.6. Zależność temperatury krytycznej od prędkości nagrzewania dla stali B500SP, S235, S355 przy $\sigma=0,8f_y$



Rys.7. Zależność odkształceń krytycznych od prędkości nagrzewania dla stali B500SP, S235, S355 przy $\sigma=0,8f_y$

Przy aproksymacji wyników badań wybranych parametrów wytrzymałościowych przy różnych prędkościach nagrzewania próbek zastosowano technikę szacowania parametrów strukturalnych funkcji regresji z wykorzystaniem metody najmniejszych kwadratów.

Otrzymano wzory określające wpływ prędkości nagrzewania na odkształcenia krytyczne, oraz temperaturę krytyczną poszczególnych gatunków stali w postaci funkcji potęgowej:

$$T_{kr} = A (\dot{T})^\alpha \quad \text{oraz} \quad \epsilon_{kr} = B (\dot{T})^\beta \quad (4)$$

gdzie: \dot{T} - przyrost temperatury próbki w czasie (prędkość nagrzewania),

A, B, C, α, β , - współczynniki materiałowe dla przyjętego w badaniach rozkładu „temperatura-czas”.

Otrzymane z analizy wyników badań współczynniki materiałowe zamieszczono w tabeli 3.

Tabela 3. Zestawienie wyznaczonych z badań współczynników materiałowych dla stali dla przyjętych warunków badania

Gatunek stali	σ/f_y	A [°C]	B [-]	α	β
B500SP	0,5	572,6	18,877	0,0325	-0,5565
	0,8	463,6	11,161	0,058	-0,3619
S355JRG2	0,5	546,0	0,139	0,0246	-0,5248
	0,8	447,1	6,844	0,04	-0,3733
S235J2G3	0,5	500,9	0,0833	0,0318	-0,4038
	0,8	498,1	8,8869	0,0341	-0,3577

Wnioski

1. Prowadzone badania miały na celu analizę wpływu prędkości nagrzewania na wartości odkształceń próbek wykonanych ze stali B500SP, S355J2G3 (18G2) oraz S235J2G3 (St3S) przy stałym poziomie naprężeń.
2. Porównanie wyników badań odkształceń przy różnych prędkościach wzrostu temperatury pokazuje, że im prędkość wzrostu temperatury jest większa tym odkształcenia próbki w danej temperaturze są mniejsze. Zjawisko to jest efektem większego udziału odkształceń pełzania w ogólnym bilansie odkształceń przy wolnym nagrzewaniu (5 °C/min) niż w przypadku szybkiego nagrzewania (50 °C/min).
3. Analiza wyników badań wykazuje, że prędkość nagrzewania w dość istotny sposób wpływa na wartość temperatury krytycznej co przejawia się w zniszczeniu próbek stalowych w wyższych temperaturach T_{kr} przy nagrzewaniu z większą prędkością osiągając przy tym mniejsze odkształcenia. Prawdopodobnie związane jest to z hamowaniem pewnych procesów strukturalnych obserwowanych przy nagrzewaniu powolnym oraz w stałych podwyższonych i wysokich temperaturach.

4. PODSUMOWANIE

W warunkach pożarowych elementy stalowe uzyskują szybko (po kilku lub kilkunastu minutach) temperaturę, przy której, w wyniku obniżenia właściwości wytrzymałościowych oraz dużych odkształceń powodujących często naprężenia termiczne, dochodzi do utraty nośności. Temperatura zwana **temperaturą krytyczną stali** powinna być określona w projekcie technicznym. Na naszym rynku budowlanym w dalszym ciągu funkcjonuje tradycyjny sposób interpretacji temperatury krytycznej wiążący jej wartość z klasą odporności ogniowej elementu. Aprobaty techniczne, stanowiące podstawę stosowania różnych typów zabezpieczeń ogniochronnych konstrukcji stalowych zalecają, w przypadku gdy nie jest ustalona temperatura krytyczna, przyjmować:

- dla klasy odporności ogniowej R30 $T_{kr} = 550$ °C;
- dla klasy odporności ogniowej R60 oraz R90 $T_{kr} = 500$ °C;
- dla klasy odporności ogniowej R120 oraz R180 $T_{kr} = 550$ °C.

Norma Eurocode 3 (PN-EN 1993-1-2) wprowadziła obliczeniową wartość temperatury krytycznej dla rozciąganych elementów stalowych zależną od współczynnika wykorzystania przekroju μ_o .

$$\theta_{a,cr} = 39,19 \ln \left[\frac{1}{0,9674 \mu_o^{3,833}} - 1 \right] + 482 \quad (5)$$

gdzie $\mu_o = E_{fi,d} / R_{fi,d,0}$

$E_{fi,d}$ – wartość obliczeniowa efektu oddziaływań mechanicznych w pożarowej sytuacji projektowej, wyznaczona zgodnie z EN 1991-1-2;

$R_{fi,d,0}$ - odpowiednia obliczeniowa nośność elementu stalowego w temperaturze pokojowej $t=0$

Jest to rozwiązanie nie odpowiadające rzeczywistości stanowi rzeczy. Udowodniono na podstawie badań prowadzonych przez autorów w Zakładzie Mechaniki Stosowanej Szkoły Głównej Służby Pożarniczej w Warszawie że zmiana rozkładu „temperatura-czas” charakteryzującego się prędkością grzania w czasie pożaru wpływa na wartość temperatury krytycznej a więc i na odporność ogniową jak również na stopień niezbędnego zabezpieczenia ogniochronnego [6], [7]. Wyniki prowadzonych badań przedstawiono w rozdziale 3.

Piśmiennictwo

- [1] Bednarek Z.: Studium wpływu nieustalonych warunków termicznych na stosowane przy ocenie bezpieczeństwa pożarowego konstrukcji parametry wytrzymałościowe stali budowlanych. Monografia, Oficyna Wydawnicza PW, 1996, s.1-203.
- [2] Bednarek Z., Kamocka R.: Odkształcenia termiczne stali budowlanych w zmiennym polu temperatur, „Inżynieria i Budownictwo”, nr 8, 2003;
- [3] Bednarek Z., Kamocka R.: Analysis of thermal strain of structural steels in variable thermal field, “Journal of Civil Engineering and Management”, Vilnius, Supl.1, 2004;
- [4] Bednarek Z., Kamocka-Bronisz R.: Analysis Of Fire Temperature Distribution Influence On Strength Parameters Of Steel Structures, *V GTU "Technika"*, 2010, p.1199–1202
- [5] Bednarek Z., Kamocka-Bronisz R.: The Analysis of the Influence of Fire Temperatures on Strength Parameters of Reinforcing Steel of High Ductility, *VŠB – TU 2011*, p.18-23
- [6] Anderberg Y.: Modelling Steel Behavior, „Fire Safety Journal”, 13 (1988) 17-26;
- [7] Maślak M.: Trwałość pożarowa stalowych konstrukcji prętowych, Wydawnictwo Politechnika Krakowska, Kraków 2008.
- [8] Outinen J., Kaitila O., Mäkeläinen P.: High-Temperature Testing of Structural Steel, Helsinki University of Technology Laboratory of Steel Structures Publications 23, 2001;
- [9] Skowroński W.: Teoria bezpieczeństwa pożarowego konstrukcji metalowych. PWN, 2001
- [10] PN-EN 1993-1-2:2007 Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-2: Reguły ogólne. Obliczanie konstrukcji z uwagi na warunki pożarowe.
- [11] PN-EN 1992-1-2: 2008 Eurokod 2: Projektowanie konstrukcji z betonu - Część 1-2: Reguły ogólne -Projektowanie z uwagi na warunki pożarowe.

THE INFLUENCE OF FIRE THERMAL CONDITIONS ON STRENGTH PARAMETERS OF STRUCTURAL STEELS

Summary

The behavior of steel structure components within a high temperature field depends not only on the absolute temperature, but also on the heating rate, $dT/d\tau$. The research objective was to determine the heating rate impact on selected strength parameters of structural steels. Tests were performed under conditions of a linear temperature increase with different heating rates and with a constant stress value, σ/f_y . Test results proved that the heating rate makes a significant impact on strength parameters at higher temperatures and that the heating rate should be accounted for in the strength analysis for steel structures exposed to high temperatures.

Andrzej BOROWY¹
Bogdan WRÓBLEWSKI²
Zbigniew MUSIELAK³
Instytut Techniki Budowlanej, Zakład Badań Ogniwych

OCENA ODPORNOŚCI OGNIOWEJ DACHÓW PRZESZKLONYCH O KONSTRUKCJI STALOWEJ

STRESZCZENIE

W nowoczesnych budynkach bardzo często stosowane są dachy przeszklone zarówno nad atriami jak i nad niektórymi pomieszczeniami na ostatniej kondygnacji. W określonych w przepisach techniczno-budowlanych przypadkach, dachom, w tym przeszklonym, stawiane są wymagania w zakresie odporności ogniowej. Konstrukcje te mogą być poddawane różnym obciążeniom wynikającym z użytkowania budynku a jednocześnie powinny spełniać wymagania dotyczące odporności ogniowej. Celem artykułu jest przedstawienie metodyki badań i oceny odporności ogniowej dachów przeszklonych o konstrukcji stalowej uwzględniającej obciążenia wynikające z rzeczywistego stosowania oraz wymagania projektowe.

SŁOWA KLUCZOWE: odporność ogniowa, dachy przeszklone, konstrukcje stalowe, badania odporności ogniowej, klasyfikacja w zakresie odporności ogniowej.

1. WSTĘP

Dachy przeszklone, także te o konstrukcji stalowej, są projektowane w budynkach ze względu na szereg walorów zarówno architektonicznych, jak i użytkowych. Obliczenia statyczne wykonuje się przede wszystkim z uwagi na stan graniczny użytkowania uwzględniając ciężar własny elementu (w tym obciążenie szybami), obciążenie wiatrem, obciążenie śniegiem i ewentualnie inne obciążenia użytkowe, jeśli występują. Należy przy tym pamiętać, że z uwagi na wymagania użytkowe (izolacyjność cieplną, ochronę przed promieniowaniem UV) zestawy szyb w przypadku dachów przeszklonych stanowią istotne obciążenie dla profili nośnych dachu. W konstrukcjach bardzo często wykorzystuje się obecnie systemowe profile stosowane w ścianach osłonowych i ścianach działowych. Ze względu na wymagania zawarte w warunkach technicznych, jakim powinny odpowiadać budynki i ich usytuowanie [1] dachy przeszklone pełniące funkcję oddzielającą w przypadku pożaru, muszą także spełniać określone kryteria odporności ogniowej.

¹ a.borowy@itb.pl

² b.wroblewski@itb.pl

³ z.musielak@itb.pl

2. METODA BADANIA ODPORNOŚCI OGNIOWEJ DACHÓW PRZESZKLONYCH

Badania odporności ogniowej dachów, także przeszklonych, wykonuje się zgodnie z normą PN-EN 1365-2:2002 [2].

W normie tej podane są informacje na temat:

- elementu próbnego,
- wytycznych dotyczących projektu elementu próbnego,
- obszaru bezpośredniego zastosowania wyników badania.

Element badany, reprezentatywny dla ocenianego dachu przeszklonego, powinien mieć minimalne wymiary 3 x 4 m. Warunki nagrzewania w piecu badawczym (temperatura, ciśnienie, zawartość tlenu, warunki zamocowania i obciążenie elementu próbnego), określone w normie PN-EN 1363-1:2001 [3], powinny być utrzymywane w określonych granicach.

Podczas badania mierzona jest temperatura nienagrzewanej powierzchni dachu i ugięcia elementu próbnego; prowadzone są także obserwacje zachowania badanego elementu.

Badania są prowadzone do osiągnięcia kryteriów skuteczności działania: nośności ogniowej (R), szczelności ogniowej (E) i izolacyjności ogniowej (I), zdefiniowanych w normie PN-EN 1363-1:2001 [3].

Zasady wyboru elementów do badań, ustalania liczby niezbędnych badań a także ustalania warunków obciążenia elementu próbnego w celu dokonania oceny i ustalania klasyfikacji w zakresie odporności ogniowej elementów budynku, w tym w szczególności dachów przeszklonych, podane są w normie PN-EN 13501-2+A1:2010 [4].

Odporność ogniowa dachów pełniących funkcję oddzielającą w przypadku pożaru, w tym dachów przeszklonych, oceniana jest w odniesieniu do następujących kryteriów skuteczności działania:

I. Nośność ogniowa (R)

Utratę nośności ogniowej uznaje się za osiągniętą, kiedy oba następujące kryteria zostały przekroczone:

- ugięcie $D = L^2 / 400 \cdot d$ (mm) (1)

- szybkość narastania ugięcia $dD / dt = L^2 / 9000 \cdot d$ (mm/min) (2)

gdzie: L – rozpiętość w osiach podpór, w mm,

d – odległość od skrajnego włókna projektowej strefy ściskanej przekroju konstrukcyjnego w temperaturze normalnej do skrajnego włókna projektowej strefy rozciąganej w temperaturze normalnej, w mm.

II. Szczelność ogniowa (E)

Utratę szczelności ogniowej uznaje się za osiągniętą, kiedy wystąpiło jedno z następujących kryteriów:

- pojawienie się pęknięć lub otworów przekraczających dopuszczalne rozmiary,
- zapalenie się tamponu bawełnianego,
- utrzymywanie się płomienia na powierzchni nienagrzewanej.

III. Izolacyjność ogniowa (I)

Utratę izolacyjności ogniowej uznaje się za osiągniętą, kiedy wystąpiło jedno z następujących kryteriów:

- przyrost średniej temperatury na powierzchni nienagrzewanej o 140 °C w odniesieniu do początkowej średniej temperatury,
- przyrost temperatury maksymalnej w dowolnym punkcie o 180 °C w odniesieniu do początkowej średniej temperatury.

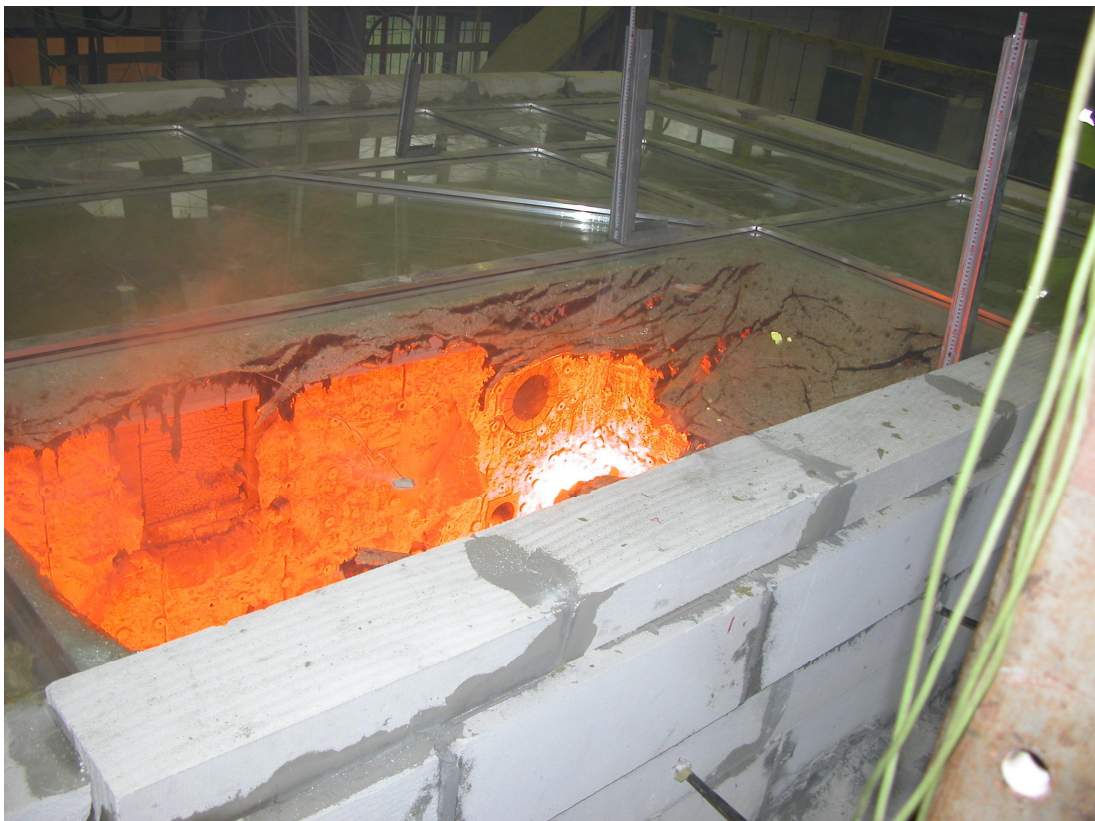
Na rys. 1 ÷ 4 przedstawiono zdjęcia z przeprowadzonych badań.



Rys. 1. Widok dachu przeszklonego od strony nienagrzewanej przed badaniem



Rys. 2. Widok dachu przeszklonego od strony nienagrzewanej podczas badania



Rys. 3. Widok dachu przeszklonego od strony nienagrzewanej podczas badania



Rys. 4. Widok dachu przeszklonego od strony nagrzewanej po badaniu

3. KLASYFIKACJA W ZAKRESIE ODPORNOŚCI OGNIOWEJ DACHÓW PRZESZKLONYCH O KONSTRUKCJI STALOWEJ

W tablicy 1 podano możliwe klasy odporności ogniowej ustalone dla dachów według normy PN-EN 13501-2+A1:2010 [4].

Tablica 1. Klasy odporności ogniowej nośnych elementów – dachów wg normy PN-EN 13501-2+A1:2010 [4].

R			30						
RE		20	30	45	60	90	120	180	240
REI	15	20	30	45	60	90	120	180	240

Klasyfikację w zakresie odporności ogniowej dachów, także przeszklonych, określa się na podstawie badań wykonanych według normy PN-EN 1365-2:2002 [2] przy oddziaływaniu ognia od dołu (przyjęto, że takie oddziaływanie jest na ogół bardziej krytyczne).

Z uwagi na specyfikę zachowania konstrukcji dachów przeszklonych w warunkach badania odporności ogniowej, w normie PN-EN 1365-2:2002 [2] dodatkowe wymagania i zakres bezpośredniego zastosowania wyników podano w odrębnym, normatywnym Załączniku A.

Odporność ogniowa dachów przeszklonych jest funkcją właściwości konstrukcji nośnej, tafli szklanych, rozmiarów i współczynników kształtu, mocowania tafli szklanych, współpracy i wzajemnego oddziaływania poszczególnych elementów składowych tworzących dach, przy czym ich właściwości ulegają zmianom z czasem oddziaływania wysokiej temperatury.

Zakres bezpośredniego zastosowania wyników badania odporności ogniowej dachów z przeszklzeniami, zgodnie z PN-EN 1365-2:2002 [2], obejmuje:

- zmniejszenie wymiarów liniowych *paneli*,
- zmianę współczynnika kształtu *paneli*, pod warunkiem, że największy wymiar *panelu* i jego powierzchnia nie zwiększą się,
- zmniejszenie odległości pomiędzy szprosami pionowymi i/lub poziomymi,
- zmniejszenie odległości pomiędzy punktami zamocowań,
- zastosowanie listew dociskowych przeszklenia po stronie nienagrzewanej konstrukcji asymetrycznej, jeżeli w elemencie próbnym zastosowano je po stronie nagrzewanej,
- zastosowanie przykręcanych listew dociskowych przeszklenia, jeżeli w elemencie próbnym zastosowano zatraskowe listwy dociskowe przeszklenia,
- zastosowanie elementów mocujących przesuwnych, jeżeli w elemencie próbnym zastosowano zamocowania sztywne,
- zastosowanie wyników badania dla konstrukcji nachylonej pod kątem $0^\circ \div 15^\circ$, jeżeli element próbny badany był w poziomie,
- zastosowanie wyników badania dla konstrukcji nachylonej pod kątem $15^\circ \div 80^\circ$, jeżeli element próbny nachylony był pod kątem 45° .

W zakresie bezpośredniego zastosowania wyników badań odporności ogniowej dachów przeszklonych nie dopuszcza się innych zmian, między innymi nie dopuszcza się możliwości zwiększenia rozpiętości elementów. Przy ograniczonych wymiarach pieców badawczych implikuje to konieczność projektowania dachów przeszklonych tylko w układzie powielania modułów, które mogą uzyskać klasyfikację w zakresie odporności ogniowej w wyniku przeprowadzenia badań. Tego typu podejście, chociaż bardzo bezpieczne, bardzo ogranicza swobodę projektowania dachów przeszklonych.

Równocześnie, określone w normie PN-EN 1365-2:2002 [2] zasady obowiązujące przy projektowaniu elementu próbnego oraz zakres bezpośredniego zastosowania wyników powodują, że w przypadku potrzeby klasyfikacji w zakresie odporności ogniowej dachów

przeszklonych o przewidywanym szerokim zakresie stosowania (dotyczy to zwłaszcza systemów profilowych), liczba koniecznych do przeprowadzenia badań jest znaczna. Problem potęgują wysokie koszty przeprowadzenia badania oraz ograniczenia wynikające z możliwości pieców badawczych (zwłaszcza, jeśli chodzi o rozpiętości elementów badanych).

4. ZASADY OCENY ODPORNOŚCI OGNIOWEJ DACHÓW PRZESZKLONYCH O KONSTRUKCJI STALOWEJ

Przeanalizowano sposób zachowania elementów próbnych dachów przeszklonych poddanych badaniom odporności ogniowej w Zakładzie Badań Ogniowych ITB. W przypadku dachów przeszklonych o konstrukcji stalowej nie następuje zmiana przekroju nośnego profili trakcie badania, natomiast zasadniczym problemem są skutki oddziaływania wysokiej temperatury na materiał profili oraz zachowanie szyb. Zwracano szczególną uwagę na:

- temperaturę stali,
- wydłużenie elementów konstrukcyjnych,
- ugięcie krokwi/płatwi,
- naprężenia,
- temperaturę elementu po stronie nienagrzewanej na profilach,
- oparcie szyb,
- ugięcie szyb,
- wydłużenie szyb,
- temperaturę po stronie nienagrzewanej na szybach.

W dachach przeszklonych o konstrukcji stalowych następuje interakcja pomiędzy wydłużeniem elementów stalowych – powodującym także ugięcie elementu oraz zachowaniem szyb, które deformują się i rozszerzają. Destrukcja szyb, szczególnie tych o dużych rozmiarach, decydowała o uzyskanym wyniku badania. Należy jednak pamiętać, że cały dach został zaprojektowany do spełnienia wymagań określonej klasy odporności ogniowej, szyba zatem była również dobrana do tego założenia i nie można było oczekiwać, że będzie w stanie spełniać wymagania kryteriów odporności ogniowej dłużej niż zakładano. Rozszerzalność szyb oraz wydłużenia profili stalowych, skutkujące ugięciem elementu badanego, miały także podstawowe znaczenie dla wystąpienia zjawiska wysuwania się szyb z oparcia na profilach stalowych.

Na podstawie przeprowadzonej analizy wyników badań odporności ogniowej przeszklonych dachów o konstrukcji stalowej wykonanych w Zakładzie Badań Ogniowych ITB opracowano podstawowe zasady ustalania zakresu obowiązywania klasyfikacji w zakresie odporności ogniowej dachów przeszklonych o konstrukcji stalowej wykraczające poza zakres bezpośredniego zastosowania wyników badań określony w normie PN-EN 1365-2:2002 [2].

Przyjęto ostatecznie, że klasyfikacja w zakresie odporności ogniowej pozostaje ważna w odniesieniu do rozwiązań projektowych odbiegających od konstrukcji badanych o ile:

- maksymalne obliczeniowe wyężenia elementów profilowych zaprojektowanej konstrukcji nośnej w warunkach normalnych są nie większe niż obliczone wyężenia dla elementów profilowych badanej konstrukcji nośnej w warunkach normalnych,
- maksymalne stosunki projektowych ugięć elementów profilowych zaprojektowanej konstrukcji nośnej w warunkach normalnych do rozpiętości tych elementów profilowych są nie większe niż stosunki obliczone dla elementów profilowych badanej konstrukcji nośnej w warunkach normalnych,
- maksymalne charakterystyczne obciążenia (użytkowe, obciążenie śniegiem, obciążenie wiatrem, itd.) w warunkach normalnych są nie większe niż w badaniu,

- w przypadku stalowej konstrukcji nośnej zabezpieczonej ogniochronnie podawana temperatura krytyczna dla elementów profilowych zaprojektowanej konstrukcji nośnej po czasie wynikającym z nadanej klasy odporności ogniowej powinna być nie wyższa niż temperatura krytyczna wyznaczona dla elementów profilowych badanej konstrukcji nośnej.

5. PODSUMOWANIE

Zakres bezpośredniego zastosowania wyników badań odporności ogniowej dachów przeszklonych, również o konstrukcji stalowej, określony w normie PN-EN 1365-2:2002 [2] bardzo ogranicza możliwości projektowania takich elementów z zachowaniem wymaganej klasy odporności ogniowej. Narzuca równocześnie konieczność przeprowadzania dużej liczby kosztownych badań, które, przy ograniczonych wymiarach pieców badawczych, nie dają podstaw do odpowiedniego rozszerzenia zakresu zastosowania klasyfikacji w zakresie odporności ogniowej.

Przedstawiony sposób podejścia umożliwia istotne rozszerzenie zakresu zastosowania nadawanej klasyfikacji w zakresie odporności ogniowej przeszklonych dachów o konstrukcji stalowej. Z jednej strony daje projektantom pewną swobodę, a z drugiej nie dopuszcza do dowolności w posługiwaniu się klasyfikacjami w zakresie odporności ogniowej. Jest on dalej modyfikowany w wyniku nowych doświadczeń i obserwacji z prowadzonych badań. Przewiduje się jego weryfikację w większej skali po oddaniu do eksploatacji nowych stanowisk badawczych, umożliwiających przeprowadzenie badań elementów o dużych rozpiętościach, w uruchamianym nowym Laboratorium Badań Ogniowych w Pionkach.

Piśmiennictwo

- [1] Rozporządzenie Ministra Infrastruktury z dnia 14 kwietnia 2002 roku w sprawie warunków technicznych, jakim powinny odpowiadać budynki i ich usytuowanie (Dz. U. z 2002 r. Nr 75, poz. 690 z późniejszymi zmianami).
- [2] PN-EN 1365-2:2002 Badania odporności ogniowej elementów nośnych. Część 2: Stropy i dachy.
- [3] PN-EN 1363-1:2001 Badania odporności ogniowej. Część 1: Wymagania ogólne.
- [4] PN-EN 13501-2+A1:2010 Klasyfikacja ogniowa wyrobów budowlanych i elementów budynków. Część 2: Klasyfikacja na podstawie badań odporności ogniowej, z wyłączeniem instalacji wentylacyjnej.

FIRE RESISTANCE ASSESSMENT OF GLAZED ROOF OF A STEEL STRUCTURE

Summary

The field of direct application of fire resistance test results of glazed roofs, also of steel structures, defined in the standard PN-EN 1365-2:2002, limits the possibility of designing such elements. This standard requires conducting numerous very expensive fire resistance tests which, due to limited sizes of testing furnaces, give an insufficient basis for an adequate extended field of application of fire resistance classification.

The presented approach allows substantial extension of field of application of fire resistance classification of glazed roofs of steel construction.

Verification is expected on a bigger scale, after completing new testing facilities, allowing test specimens of larger span to be tested in a newly opened Fire Testing Laboratory in ITB Mazovian Branch in Pionki.

Mazen DEMYATI¹
ArchArd Architects&Consultants, Doha, Qatar
Zakaria KAMEL²
Rzeszów University of Technology, Rzeszów, Poland
Zbigniew PLEWAKO³
Rzeszów University of Technology, Rzeszów, Poland

THE DYNAMIC ANALYSIS OF THE BLAST LOAD IN THE PETROCHEMICAL FACILITIES ACCORDING TO ASCE BY USING FEM

ABSTRACT

Resistance of building against external blast effects is an important issue in petrochemical objects design, aimed mainly to save manpower. Modeling of the blast shock wave propagation as an accidental action on structure during very short, but still defined time period is introduced by ASCE Design Guidelines.

This paper describes the procedure of appropriate input data preparation for advanced FEM Software, which calculates the blast effect on structure behavior. Obtained results allow designing the structure within acceptable human and facility safety limits. Besides, they allow optimizing the design solutions to minimize the blast effects. In this case, theory and practice of earthquake design is very useful. Particularly, adjusting of the dynamic performance of the structure is essential.

Presented problems were illustrated by calculation example of real object.

KEYWORDS: the overall pressure blast load functions, the structural system flexibility;

1. THE PETROCHEMICAL BLAST LOADS SOURCES AND THE NEEDS TO RESIST

The possibility of the blast at petrochemical facilities is still there from gas vapor, an error in the gas tank control pressure or accidental gas mix at two different temperatures.

The owners and the insurance are needed to provide a structural blast resistance design to save manpower and reduce the facilities maintenance to the minimum.

¹ mazendemyati@gmail.com

² kamzak@prz.edu.pl

³ plewako@prz.edu.pl

1.1. Blast and explosion loads phenomena forces

The explosion is a release of high pressure of a gas at the atmosphere within milliseconds, this will great a wind wave -the wind speed over 350 m/sec- travel to balance the atmosphere pressure and other type of explosion is a chemical enter action between two gases at a certain volume great a new gas volume many times of the original gases mix.

The impact of the explosion is a high over pressure on the structure may go to 150 kN/m² related to the distance from the blast source but still for milliseconds.

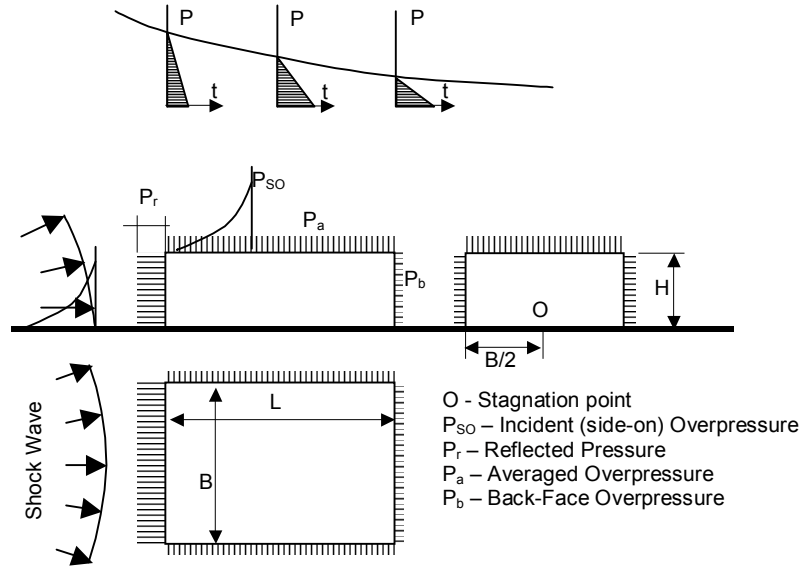


Fig. 1. Blast Loading General Arrangement for a Rectangular Building

1.2. The structural fundamental period impact

Reference is made to interaction between the structural behavior – deformation - under a load function related to the structural flexibility, see figure below, shows that a rigid structure have an impact go to two times of the blast pick load.

The main goal is proving a structural system have minimum ratio of the blast duration t_1 to the structural fundamental period T .

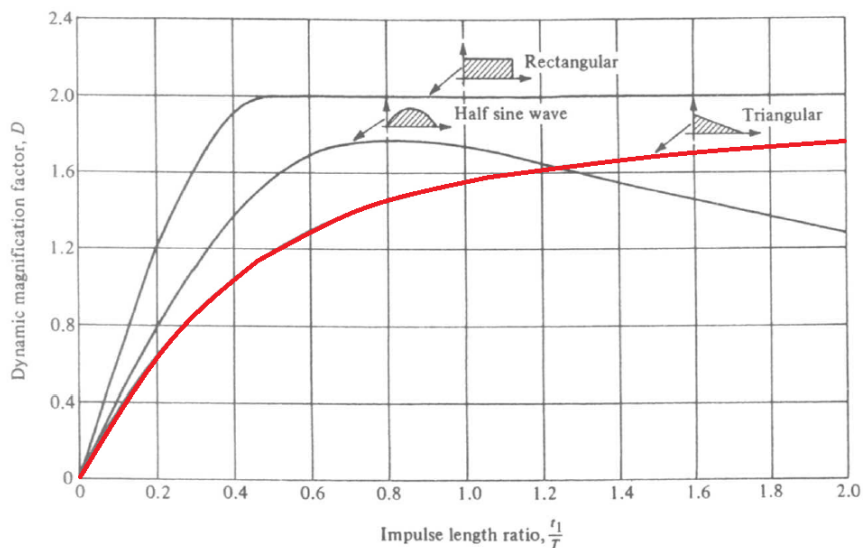


Fig. 2. Dynamic (Load) Magnification Factor due to Blast Form and Relative Duration

2. THE BLAST LOAD DESIGN CRITERIA AND FEM MODELING

The blast loads design criteria - to be provided by the owner - are the blast pick load and the duration, triangular load function.

These data could be absorbed by numerical simulations scenarios of the blast in the petrochemical plants.

2.1. Design example

To illustrate procedure and results of analysis, the example of silo battery structure was presented. The battery consists of 12 tubular steel tanks supported by thick RC slab on steel frame (Fig 3).

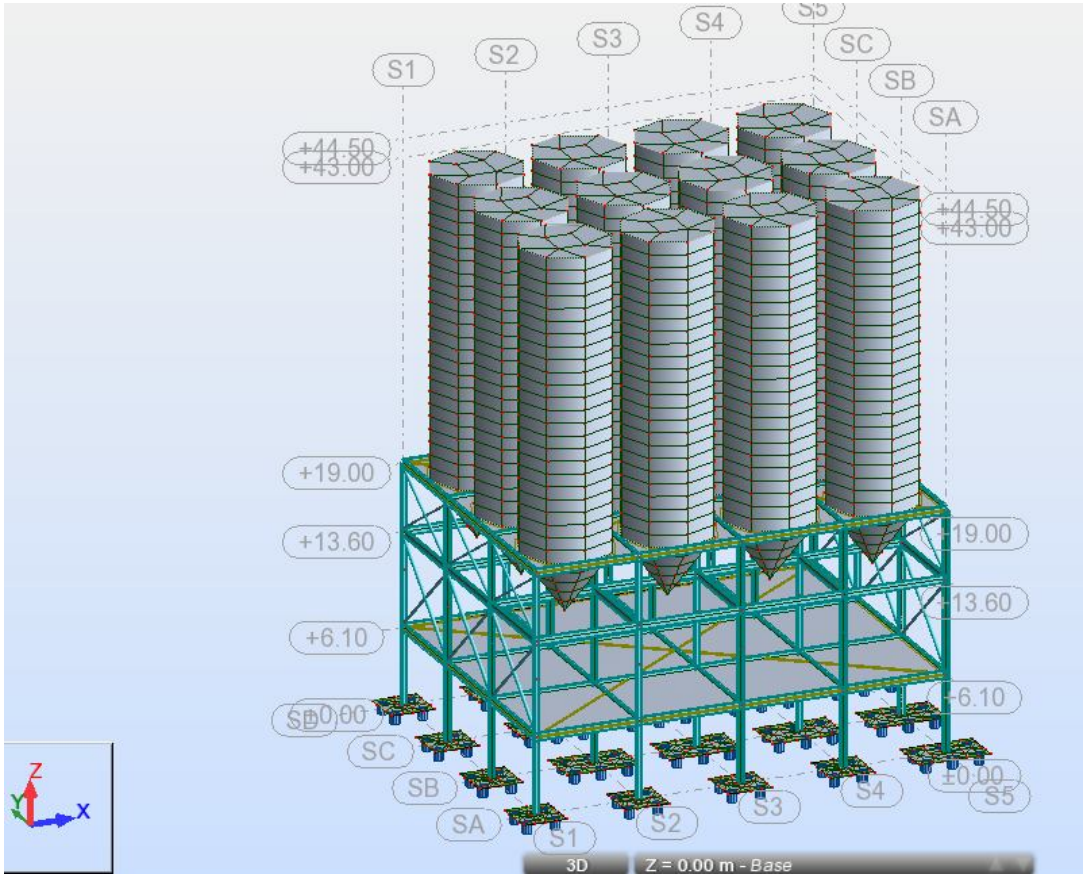


Fig. 3. Design Silo Structure FEM Model

The aim of design was ensure life safety of employee working in the operational space within frame structure, in case of accidental blast of gas tanks located ca 70 m away from protected structure.

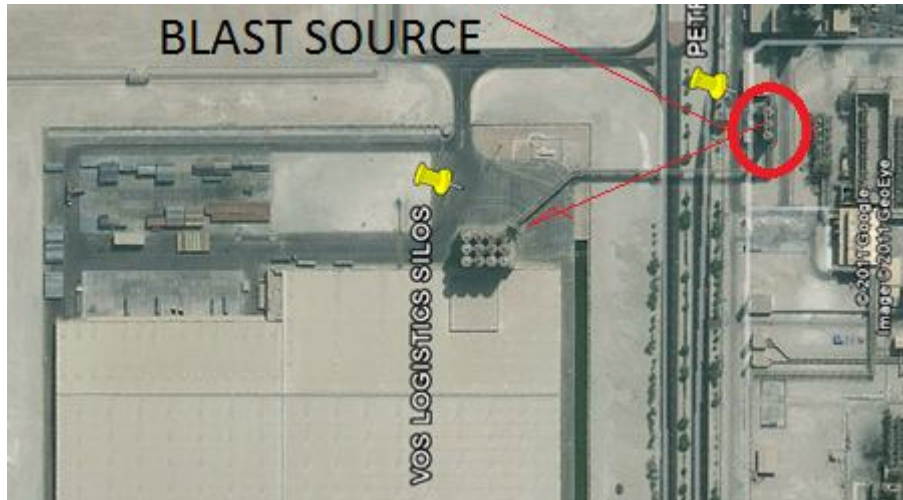


Fig. 4. Blast location (gas tanks) in relation to design object

2.2. Blast Load Action Modeling

The overall blast loads function will be generated on the front, rare, side walls and the roof of the target building - building geometry and shape - according to the ASCE code procedure to define the blast load function according to the overall pressure loads and the delay of the loads functions.

The data that used to generate the blast loads shall be as follows as per ASCE recommendations, illustrated on considered Example (formulas numbering according to reference):

$$\text{Peak reflected pressure: } P_r = C_r P_{s0} = 2.073 \times 10.0 = 20.73 \text{ kN/m}^2 \quad (1)$$

$$\text{where: } C_r \approx 2 + 0.073 P_{s0} = 2 + 0.073 \times 10.0 = 2.0732 \quad (2)$$

Peak dynamic wind pressure:

$$q_0 = 0.032 P_{s0} = 0.032 \times 10.0 = 0.032 \text{ kN/m}^2 \quad (3)$$

Shock front velocity:

$$U = 345(1 + 0.0083 P_{s0})^{0.5} = \frac{345}{2}(1 + 0.0083 \times 10.0) = 359 \text{ m/s} \quad (4)$$

$$\text{Blast wave length: } l_w = U \times t_d = 359 \times 0.2 = 71.8 \text{ m} \quad (5)$$

Front wall loading:

$$P_g = P_{s0} + C_d \times q_0 = 10.0 + 1.0 \times 0.032 = 10.032 \text{ kN/m}^2 \quad (6)$$

$$t_c = \frac{3 \times S}{U} < t_b = \frac{3 \times 15}{359} = 0.1253 \text{ sec} < 0.2$$

$$I_w = 0.5(P_r - P_g)t_c + 0.5P_{std}$$

$$= 0.5(20.73 - 10.032)0.1253 + 0.5 \times 10.032 \times 0.2 = 1.673 \quad (7)$$

$$t_e = \frac{3 \times I_w}{P_r} = \frac{3 \times 1.673}{20.73} = 0.161 \text{ sec}$$

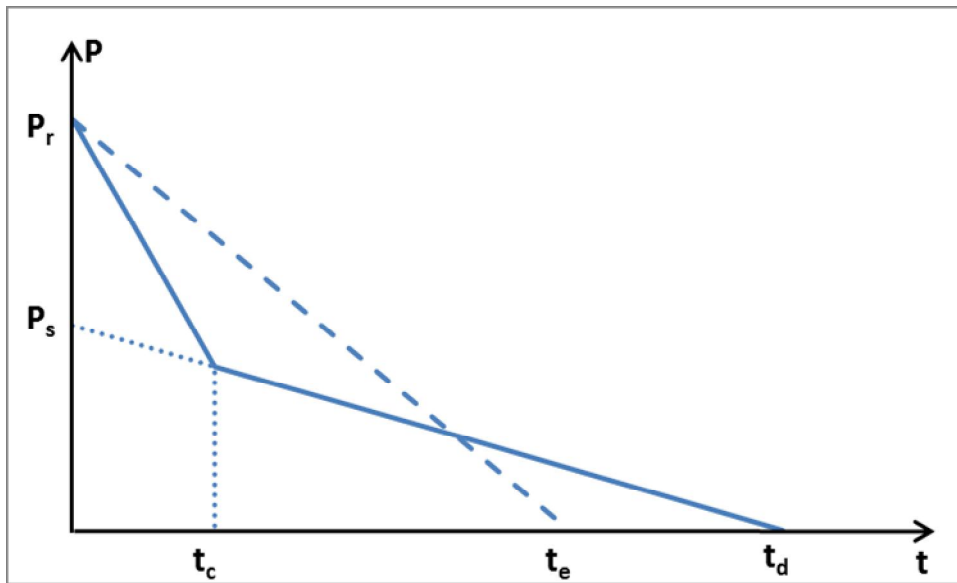


Fig. 5. Front wall loading approximation

Roof loading

The effective side under pressure:

$$\frac{L_w}{L} = \frac{359}{33} = 10.8 \rightarrow C_g = 1.0 \text{ (see Fig 6)}$$

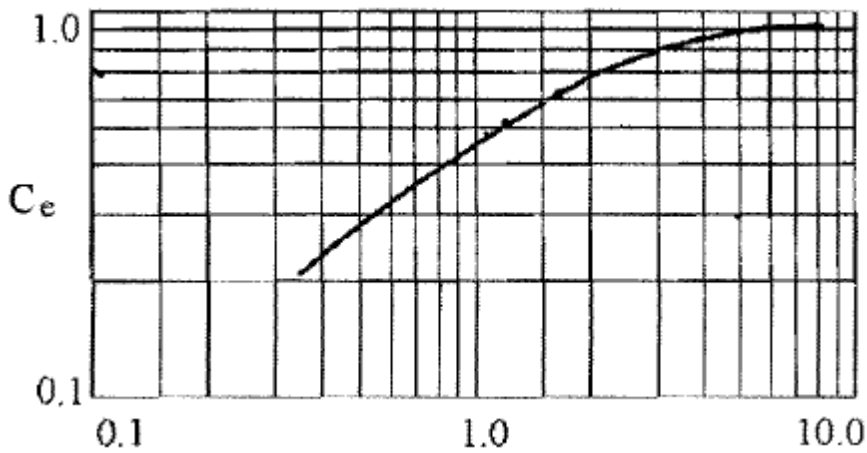


Fig. 6. \$C_e\$ parameter in \$L_w/L\$ relation

$$P_a = C_g P_{s0} + C_d q_0 = 1.0 \times 10.0 + 1.0 \times 0.032 = 10.032 \text{ kN/m}^2 \quad (8)$$

$$t_1 = \frac{L}{U} = \frac{33}{359} = 0.092 \text{ sec}$$

$$t_2 = \frac{L}{U} + t_b = \frac{33}{359} + 0.20 = 0.292 \text{ sec}$$

Side wall loading;

$$P_a = C_g P_{s0} + C_d q_0 = 1.0 \times 10.0 - 0.4 \times 0.032 = 9.99 \text{ kN/m}^2 \quad (9)$$

$$t_1 = \frac{L}{U} = \frac{33}{359} = 0.092 \text{ sec}$$

$$t_2 = \frac{L}{U} + t_b = \frac{33}{359} + 0.20 = 0.292 \text{ sec}$$

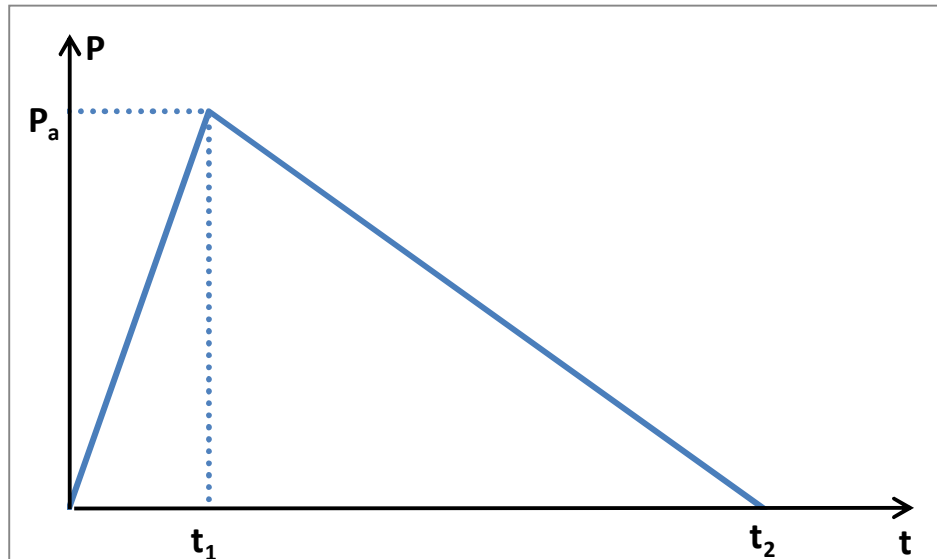


Fig. 7. Roof and side wall loading

Rear wall loading;

$$P_b = C_s P_{s0} + C_d q_0 = 0.5 \times 10.0 - 0.4 \times 0.032 = 4.98 \text{ kN/m}^2 \quad (9)$$

$$t_2 = \frac{L}{U} + \frac{S}{U} = \frac{32}{359} + \frac{16}{359} = 0.134 \text{ sec}$$

$$t_3 = t_2 + t_d = 0.2 + 0.134 = 0.334 \text{ sec}$$

The overall blast loads function will be generated on the front, rear, side walls and the roof of the target building - building geometry and shape - according to the ASCE code procedure to define the blast load function according to the overall pressure loads and the delay of the loads functions.

2.3 The Blast Load Input to the FEM Software

The FEM software will provide the codes to apply the blast loads functions on the numerical model to simulate the structural behavior and impact under the loads function.

The analysis will be done in steps of one millisecond; we may have forty steps in such cases.

The result of the analysis in some software have an option to create a loads applied on the structure blowout from the dynamic results of each step to be combined with the initial dead and live loads for design wise.

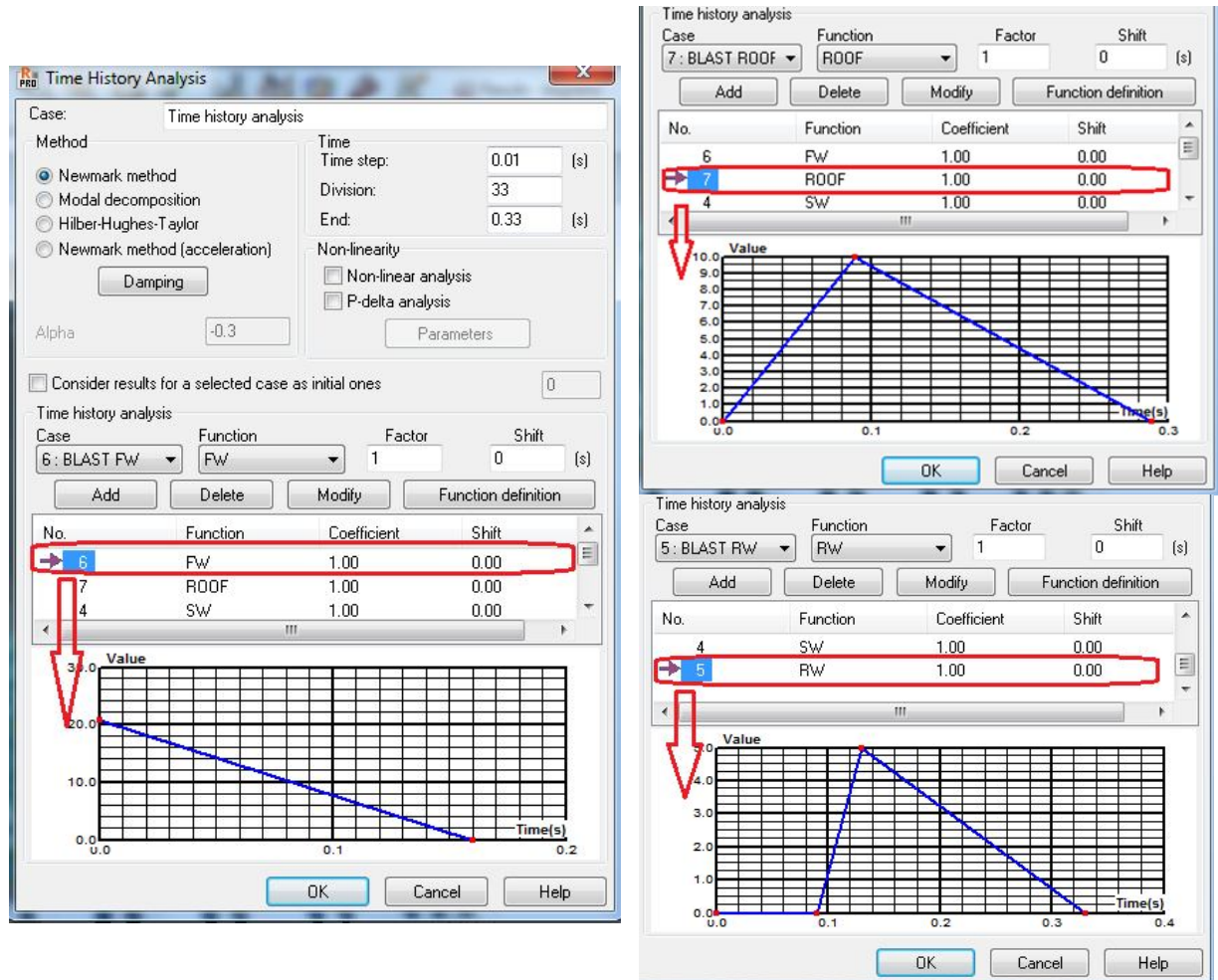


Fig. 8 Configuration of dynamic blast load on the front wall (left), roof and side walls (right - up) and the rear wall (right-down) in data input

2.4. FEM Blast Load Analysis Results

The figures 9 to 11 below show the displacements of the frame structure subjected to modeled blast load and the service ones in different time laps regarding blast load action.

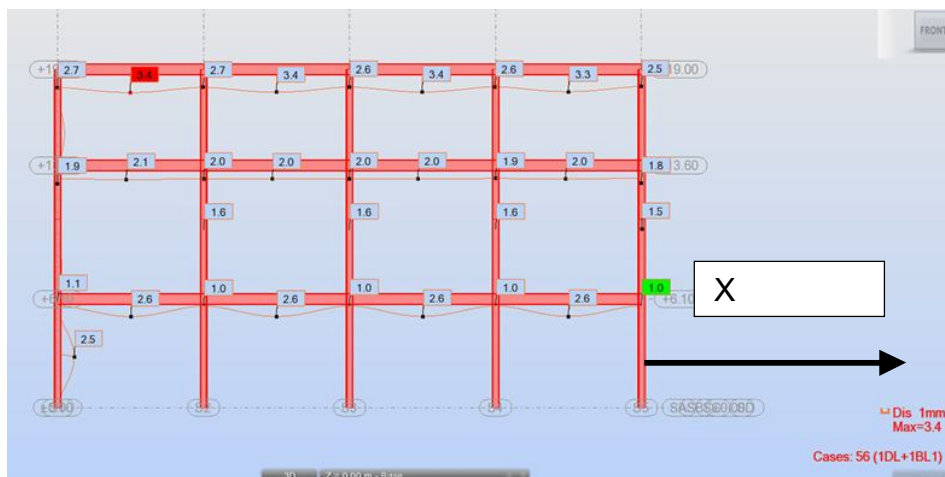


Fig. 9. Frame displacement at time = 0.00 s – start of blast load acting. No horizontal displacement

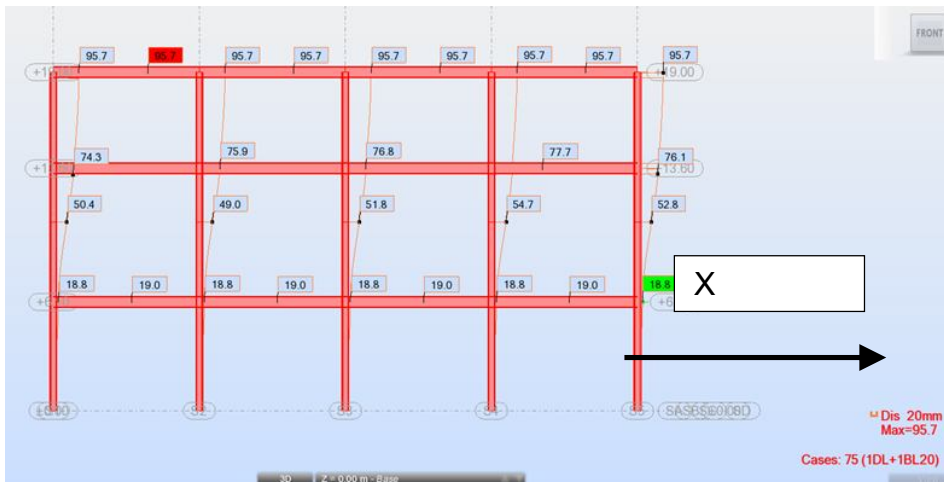


Fig. 10. Frame displacement at time = 0.16 s (50%) of blast load acting. Horizontal displacement = 95 mm

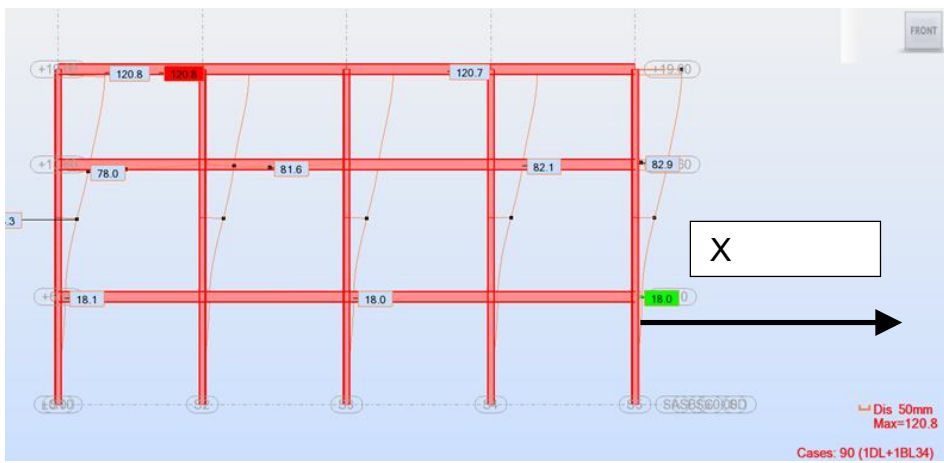


Fig. 11. Frame displacement at time = 0.33 s - end of blast load acting. Horizontal displacement = 120 mm

Presented below chart shows total horizontal reactions FX and FY, and variation in vertical FZ reaction in range of blast load action period (0.34 sec).

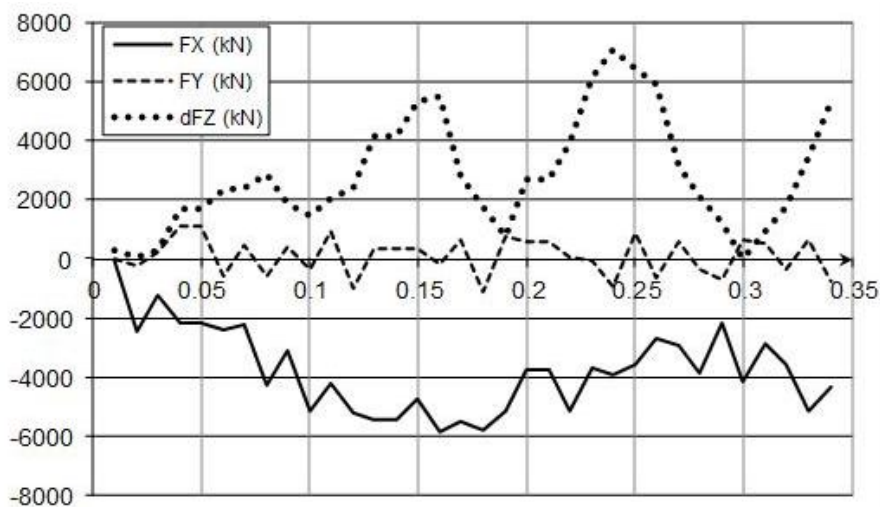


Fig. 12. Variation of structure reaction forces during blast load action

3. CONCLUSIONS

- Blast load modeling according to ASCE, based on practice and experimental results, allows defining load spectrum acting on structure envelope as time function with calculated parameters. This spectrum depends on blast load energy and location and on structure shape and dimensions as well.
- Professional FEM software allows to provide assumed load model to the structure and to perform detailed calculation and analysis.
- Based on obtained results, it is possible to “adjust” mass and stiffness distribution in considered structures to minimize the effect of redundancy induced by blast wave and, therefore, to minimize risk of collapse.

References

- [1] Clough R. W. & Penzien J., Dynamics of structures, McGraw-Hill, 1975.
- [2] Chopra A. K., Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering, 2nd edition, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1995.
- [3] ASCE Report: Design of Blast-Resistant Buildings in Petrochemical Facilities, American Society of Civil Engineers. Task Committee on Blast Resistant Design, ASCE Publications, 1997

ANALIZA DYNAMICZNA W MODELOWANIU METODĄ ELEMENTÓW SKOŃCZONYCH OBCIĄŻENIA WYBUchem W URZADZENIACH PETROCHEMICZNYCH WEDŁUG ZALECEŃ AMERYKAŃSKIEGO STOWARZYSZENIA INŻYNIERÓW BUDOWLANYCH

Streszczenie

Zabezpieczenie budynków i budowli przed skutkami wybuchu stanowi istotny aspekt w projektowaniu obiektów przemysłu petrochemicznego, mającym na celu głównie ochronę życia ludzkiego. Sposób modelowania fali uderzeniowej powstałej w wyniku wybuchu, jako oddziaływania wyjątkowego, działającego w określonym krótkim czasie na konstrukcję, podany jest w normalizującym dokumencie Amerykańskiego Stowarzyszenia Inżynierów Budowlanych.

Zawarty w tej publikacji sposób pozwala na przygotowanie odpowiednich danych, które wprowadzone do zaawansowanego systemu obliczeniowego MES umożliwiają określenie skutków takiego oddziaływania na konstrukcję. Otrzymane wyniki pozwalają na zaprojektowanie konstrukcji w taki sposób, aby skutki wybuchu były akceptowalne z punktu widzenia bezpieczeństwa ludzi i innych konsekwencji uszkodzeń. Pozwalają one także na optymalizację przyjętych rozwiązań, służącą minimalizacji tych skutków. Wykorzystuje się tutaj doświadczenia i procedury stosowane w projektowaniu z uwagi na oddziaływania sejsmiczne. Szczególnie istotne jest zoptymalizowanie charakterystyk dynamicznych obiektu.

W pracy omówiono przedstawione zagadnienia i zilustrowano je na zrealizowanym przykładzie konstrukcji.

Tomasz DOMAŃSKI¹
Politechnika Krakowska

PROBABILISTYCZNA OCENA NOŚNOŚCI DWUCIĘTYCH POŁĄCZEŃ W KONSTRUKCJACH DREWNIANYCH

STRESZCZENIE

Połączenia elementów drewnianych należą do podstawowych miejsc decydujących o bezpieczeństwie konstrukcji. Analizy awarii konstrukcji drewnianych wskazują iż głównymi przyczynami katastrof są połączenia. Pomimo ich znaczenia cykl projektowania połączeń elementów drewnianych często nie spełnia podstawowego założenia projektowania zawartych w normie EN 1990 jakim jest uznanie podstawowych parametrów materiałowych za zmienne losowe. Wpływ obciążeń na parametry wytrzymałościowe drewna jest jednym z podstawowych cech odróżniających drewno i materiały drewnopochodne od innych materiałów budowlanych takich jak stal, beton, żelbet. W pracy przedstawiona będzie procedura obliczeniowa wyznaczania współczynnika k_{mod} , który uwzględnia zmiany parametrów materiałowych na skutek oddziaływania obciążeń w czasie na przykładzie obciążeń śniegiem w polskich obszarach górskich. Nośność połączeń dwuciętych określono wg teorii Johansena, z uwzględnieniem losowości parametrów wytrzymałościowych. Oszacowane zostaną charakterystyki probabilistyczne nośności połączeń dwuciętych stosując metody symulacyjne Monte Carlo

SŁOWA KLUCZOWE: konstrukcje drewniane, niezawodność połączeń dwuciętych, entropia rozkładów prawdopodobieństw.

1. NOŚNOŚĆ OBLICZENIOWA POŁĄCZENIA W KONSTRUKCJACH DREWNIANYCH

Wg PN-EN 1995 wartość obliczeniową X_d właściwości materiałowej [1] należy obliczać stosując formułę:

$$X_d = k_{mod} \frac{X_k}{\gamma_M}, \quad (1)$$

gdzie: X_k - wartość charakterystyczna właściwości wytrzymałości [1],

γ_M - współczynnik częściowy dla właściwości materiału,

k_{mod} - współczynnik modyfikujący wytrzymałość z uwagi na czas trwania obciążenia oraz wilgotność.

¹ doman@pk.edu.pl

Analogicznie nośność obliczeniowa $F_{v,Rd}$ połączenia w konstrukcji drewnianej będzie się wyrażać wzorem w zależności od nośności charakterystycznej połączenia $F_{v,Rk}$.

$$F_{v,Rd} = k_{mod} \frac{F_{v,Rk}}{\gamma_M}, \quad (2)$$

Nawiązując do formuł zdefiniowanych w normie PN-EN 1990, wartość obliczeniową nośności połączenia drewnianego $F_{v,Rd}$ można określić z relacji:

$$F_{v,Rd} = F^{-1}(F_v; \Omega, f, f_{\text{łącz}}, X, T, p_f), \quad (3)$$

gdzie: $F^{-1}(\cdot)$ - kwantyl rozkładu prawdopodobieństwa na poziomie $p_f = \Phi^{-1}(\beta)$,
 β - wskaźnik niezawodności dla założonej klasy niezawodności wg PN-EN 1990.

$\Phi(\cdot)$ - funkcja Laplace'a,

F_v zmienna losowa nośności połączenia drewnianego.

Ω - rodzaj połączenia,

$f, f_{\text{łącz}}$ - zmienne losowe parametrów wytrzymałościowych łączonych elementów drewnianych po czasie T eksploatacji oraz łączników metalowych,

X wektor parametrów geometrycznych.

Dla klasy niezawodności RC2 oraz okresu odniesienia $T=50$ lat formułę (3) można zapisać w formie:

$$F_{v,Rd} = k_{mod} F^{-1}[F_v; \Omega, f_0, f_{\text{łącz}}, X, p_f = \Phi^{-1}(-3.04)], \quad (4)$$

gdzie: f_0 - zmienna losowa parametru wytrzymałości elementu drewnianego łączonego w chwili początkowej.

Do wyznaczenia wartości $F_{v,Rd}$ istotne jest wyznaczenie dwóch wielkości: k_{mod} - parametru uwzględniającego zmiany cech wytrzymałościowych w czasie oraz funkcji rozkładu prawdopodobieństwa nośności połączenia w chwili początkowej $F(F_v; \Omega, f_0, f_{\text{łącz}}, X, p_f)$. Znajomość postaci funkcji rozkładu prawdopodobieństwa nośności połączenia umożliwi określenie wartości charakterystycznych nośności $F_{v,Rk}$ wg formuły:

$$F_{v,Rk} = F^{-1}[F_v; \Omega, f_0, f_{\text{łącz}}, X, p_f = \Phi^{-1}(-1.64)]. \quad (5)$$

Na podstawie znajomości powyższych parametrów nośności charakterystycznej i obliczeniowej możliwa jest kalibracja częściowego współczynnika materiałowego γ_M

$$\gamma_M = k_{mod} \frac{F_{v,Rk}}{F_{v,Rd}}. \quad (6)$$

Dla przypadku rozkładu zmiennej losowej nośności połączenia typu normalnego lub log-normalnego kalibracja częściowego współczynnika materiałowego jest stosunkowo prosta i opiera się na formule:

$$\gamma_M = k_{mod} \exp(1.4v_{FV}), \quad (7)$$

gdzie: v_{FV} - logarytmiczny współczynnik zmienności nośności połączenia drewnianego

1.1. Estymacja współczynnika k_{mod}

Właściwości mechaniczne drewna zmieniają się w czasie pod wpływem działania obciążeń zewnętrznych stałych i zmiennych. W definiowaniu wartości obliczeniowej wytrzymałości drewna długotrwałej f wprowadza się parametr redukujący krótkotrwałą wytrzymałość drewna f_0 w postaci współczynnika k_{mod} , opisanego w EC5.

$$f = f_0 k_{mod}. \quad (8)$$

Tradycyjnie współczynnik k_{mod} był opisywany na podstawie badań doświadczalnych. Obecnie wyznacza się go w oparciu o historię obciążeń oraz metody probabilistyczne związane z odpowiednim modelem zniszczenia. W EC 5 [1] współczynnik k_{mod} jest definiowany przy uwzględnieniu takich czynników jak wilgotność elementu drewnianego i jego otoczenia oraz historia obciążenia elementu drewnianego. Mechanizm, powodujący obniżenie właściwości mechanicznych drewna, określany jest jako kruche zniszczenie włókien drewna (creep rupture). W niniejszej pracy opisywany będzie przez model zniszczenia zaproponowany przez Gerhard'a.

Podstawowy model zniszczenia określa się w następującej formie:

$$d\alpha/dt = F[\sigma^*(t), Y], \quad (9)$$

gdzie: t – czas,

α - stan zniszczenia od $\alpha=0$ (brak zniszczenia) do $\alpha=1$ (pełne zniszczenie), funkcja $F(.)$ ma stałe Y estymowane na podstawie badań, $\sigma^*(t)$ – jest to wartość naprężeń w czasie

C. C. Gerhard w pracy [2] przedstawił model stopnia zniszczenia elementu drewnianego w czasie:

$$\frac{d\alpha}{dt} = \exp\left(-A + B \frac{\sigma}{f_0}\right). \quad (10)$$

Gdzie A i B są stałymi określanymi na podstawie badań doświadczalnych. σ jest wyężeniem w czasie jako skutek historii obciążeń, f_0 jest krótkotrwałą wytrzymałością na zginanie elementu drewnianego.

Przy założeniu stałych obciążeń i uznając wartość f jako wytrzymałość po okresie czasu obciążeń t rozwiązanie równania (10) przedstawia się następująco:

$$\frac{f}{f_0} = \frac{1}{B} \ln(1 + (1 - \alpha)(\exp B - 1)). \quad (11)$$

Wg zaleceń JCSS [3] współczynnik k_{mod} należy wyznaczać określając funkcję stanu granicznego dla sytuacji początkowej g_0 oraz końcowej g_k w postaci:

$$g_0 = Z f_0 Y_R - P(G, Q), \quad (12)$$

$$g_k = Z f_0 (1 - \alpha) Y_R - P(G, Q), \quad (13)$$

a następnie częściowe współczynniki bezpieczeństwa dla sytuacji początkowej $\gamma_s(g_o, \beta)$ oraz końcowej $\gamma_k(g_k, \beta)$ przy zadanym wskaźniku bezpieczeństwa $\beta=3.8$ dla klasy niezawodności RC2 oraz okresie odniesienia $T=50$ lat, gdzie: f_0 - krótkotrwała wytrzymałość elementu drewnianego, Z , Y_R - współczynniki kształtu i materiałowy odpowiednio, $P(G, Q)$ - efekty oddziaływań stałych i zmiennych, α - poziom zniszczenia elementu drewnianego,

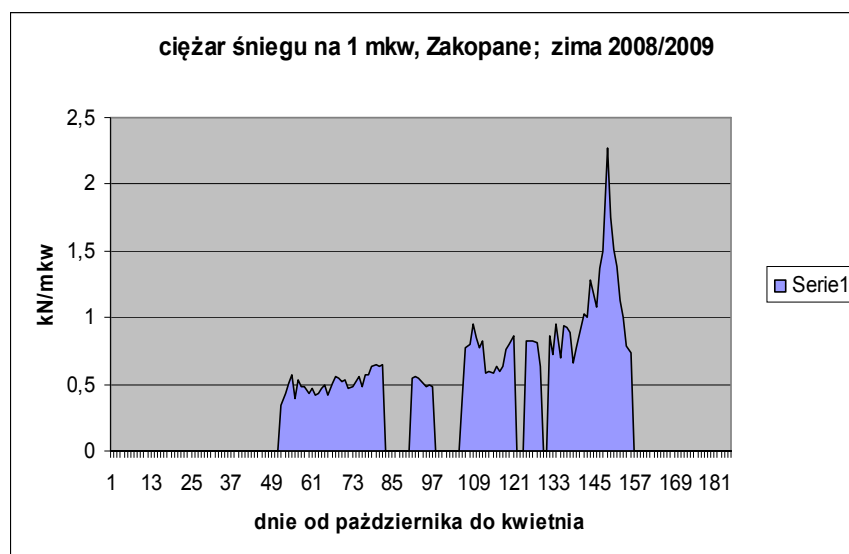
Wartości współczynnika k_{mod} wyznaczą się z relacji:

$$k_{mod} = \frac{\gamma_s(g_o, \beta)}{\gamma_k(g_k, \beta)}. \quad (14)$$

1.2. Przykład obliczeniowy współczynnika k_{mod} dla obciążeń śniegiem w okręgu tatrzańskim

W zabudowie górskiej przeważają konstrukcje z drewnianą więźbą dachową. W konstrukcjach tych dominujące jest obciążenie śniegiem. Na Politechnice Krakowskiej przeprowadzono analizę obciążeń śniegiem na obszarach górskich z szczególnym uwzględnieniem opisu tzw. „pakietów” śnieżnych charakteryzowanych odpowiednią częstością i długością występowania [4].

Stochastyczny model obciążenia śniegiem oparty jest na podstawie danych pomiaru wysokości pokrywy śnieżnej oraz odpowiednich równoważników wodnych wykonanych w stacji meteorologicznej w Zakopanem na Równi Krupowej [5].



Rys.1 Rozkład opadów śniegu w Zakopanem w sezonie 2008/2009

Występowanie „pakietów” śnieżnych w czasie X_1 , X_2 modelowane jest przez proces Poisson’a. Rozkład odstępów czasowych pomiędzy „pakietami” śnieżnymi określany jest przez parametry rozkładu eksponentialnego z wartością oczekiwaną $1/\lambda=0.51$, gdzie $\lambda = 1.95$ oczekiwana ilość „pakietów” śnieżnych na rok. Rozkład maksimum rocznych opadów śniegu podlega rozkładowi Gumbela z wartością oczekiwaną $\mu_s = 1.86 \text{ kN/m}^2$ i odchyleniem standardowym $\sigma_s = 0.43 \text{ kN/m}^2$. Okres trwania „pakietu” śnieżnego T modelowany jest przez iloraz $X_t S_m$ o wartościach proporcjonalnych do maksimum rocznych. Wartość oczekiwana X_t , $\mu_{X_t} = 145 \text{ dni}/(\text{kN/m}^2)$. W Tab. 1 przedstawiono wyniki obliczeń wartości k_{mod} w zależności od intensywności opadów śniegu

Tablica 1. wartości k_{mod} w zależności od intensywności opadów śniegu

$\mu_{xt} = 145 \text{ dni}/(\text{kN}/\text{m}^2)$.	1	0,5	0,25	0,15	0,10	0,05
k_{mod}	0.71	0,72	0,74	0,76	0,78	0,80

1.3. Modelowanie nośności połączeń dwuciętych

1.3.1. Model normowy

Nośność połączeń dwuciętych w normie PN-EN 1995-1-1 definiuje się w oparciu o tzw model Johansena. Teoria ta zakłada sztywno-plastyczny model łączonych elementów drewnianych oraz sprężystą nośność na zginanie stalowych łączników. Dopuszcza się szereg schematów zniszczenia i tak dla łącznika dwuciętego przyjmuje się dwa przypadki zniszczenia z uwagi na docisk $F_{JH,1}$ i $F_{JH,2}$ oraz dwa przypadki od zniszczenia na skutego zginania łączników $F_{JH,3}$ i $F_{JH,4}$. Poszczególne nośności, z uwzględnieniem czynnika $F_{ax,R}$ od efektu liny wyrażają się formułami [1],

$$F_{JH,1} = f_{h,1}t_1d, \tag{15}$$

$$F_{JH,2} = 0,5f_{h,2}t_2d, \tag{16}$$

$$F_{JH,3} = 1,05 \frac{f_{h,1}t_1d}{2 + \beta} \left[-\beta + \sqrt{2\beta(1 + \beta) + \frac{4(\beta(2 + \beta)M_{y,R})}{f_{h,1}dt_1^2}} \right] + \frac{F_{ax,R}}{4}, \tag{17}$$

$$F_{JH,4} = 1,15 \sqrt{\frac{2\beta}{1 + \beta}} \sqrt{2M_{y,R}f_{h,1}d + \frac{F_{ax,R}}{4}}, \tag{18}$$

$$\beta = \frac{f_{h,2}}{f_{h,1}}, \quad M_{y,R} = 0,3f_u d^{2,6}, \quad f_{h,i} = 0,082(1 - 0,01d)\rho_i, \quad i=1,2.$$

W normie PN-EN 1995-1-1 wszystkie powyższe nośności wyznaczane są na poziomie wartości charakterystycznych $F_{JH,1,k}$, $F_{JH,2,k}$, $F_{JH,3,k}$, $F_{JH,4,k}$ zależnych od 5 procentowych kwantyli rozkładów parametrów materiałowych takich jak: wytrzymałości drewnianych elementów łączonych $f_{h,i}$, normowych gęstości masy drewnianych elementów łączonych ρ_i , wytrzymałości na rozciąganie łączników stalowych f_u . Wartość charakterystyczna wg PN-EN 1995-1-1 $F_{v,Rk}$ połączenia określana jest jako minimum z charakterystycznych nośności składowych.

$$F_{v,Rk} = \min(F_{JH,1,k}, F_{JH,2,k}, F_{JH,3,k}, F_{JH,4,k}). \tag{19}$$

1.3.2. Model probabilistyczny

W podejściu probabilistycznym charakterystyki wytrzymałościowe drewnianych elementów łączonych f_h oraz metalowych łączników f_u przyjmowane są za zmienne losowe, charakteryzowane poprzez odpowiednie rozkłady prawdopodobieństwa $P(\cdot)$ oraz

wykalibrowane momenty probabilistyczne $Ex(\cdot)$, $Ex^2(\cdot)$, adekwatne do danych rozkładów. W praktyce i w literaturze [6] przyjmuje się dla parametrów wytrzymałościowych drewna rozkłady logarytmnormalne z logarytmicznym współczynnikiem zmienności $v_{fh} = 0,25$ a dla wytrzymałości na rozerwanie stalowego łącznika przyjmuje się również rozkład logarytmnormalny oraz logarytmiczny współczynnik zmienności $v_{fu} = 0,07$. Wartości oczekiwane zależne są od klasy drewna oraz rodzaju stali. Losowość parametrów wytrzymałościowych powoduje, że nośności składowe złącza $F_{JH,i}$ (15) – (18) również są zmiennymi losowymi. Definiuje się nową zmienną losową, F_{JH} będącą nośnością całego połączenia jako minimum z losowych nośności składowych $F_{JH,i}$:

$$F_{JH} = \min_{i=1..4} (F_{JH,i}). \quad (20)$$

Postać oraz parametry zmiennej losowej są nieznane. Momenty statystyczne $E(\cdot)$, $Var(\cdot)$ zmiennej $F_{v,R}$ wyznaczono za pomocą metod symulacyjnych Monte Carlo, określając histogram $P^{MC}(F_{JH})$. Dobór postaci funkcji prawdopodobieństwa $P^*(F_{JH})$ dogodnie jest przeprowadzić korzystając z warunku minimum entropii wzajemnej H (cross-entropy) [7]:

$$H(P^{MC}, P^*; f_i) = \sum_i P^*(f_i) \ln \frac{P^*(f_i)}{P^{MC}(f_i)}. \quad (21)$$

Wartość charakterystyczną $F_{JH,k}$, obliczeniową $F_{JH,d}$ oraz odpowiadający im współczynnik bezpieczeństwa γ_M wyznacza się z formuł

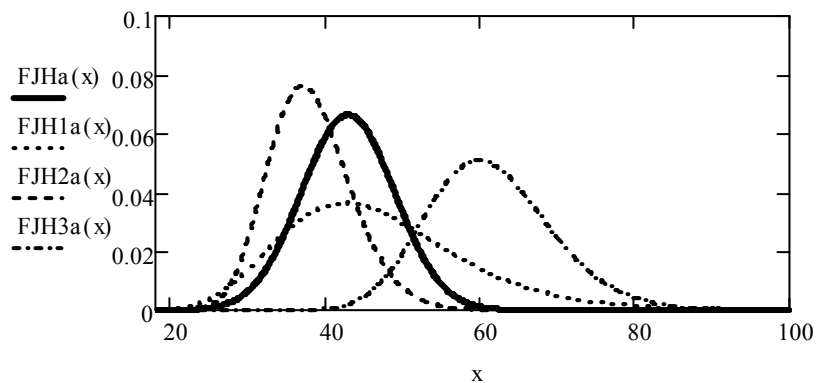
$$F_{JH,k} = P^{*-1}[\Theta(-1.64)], \quad F_{JH,d} = P^{*-1}[\Theta(-3.04)], \quad \gamma_M = F_{JH,k}/F_{JH,d}.$$

1.3.3. Przykład obliczeniowy

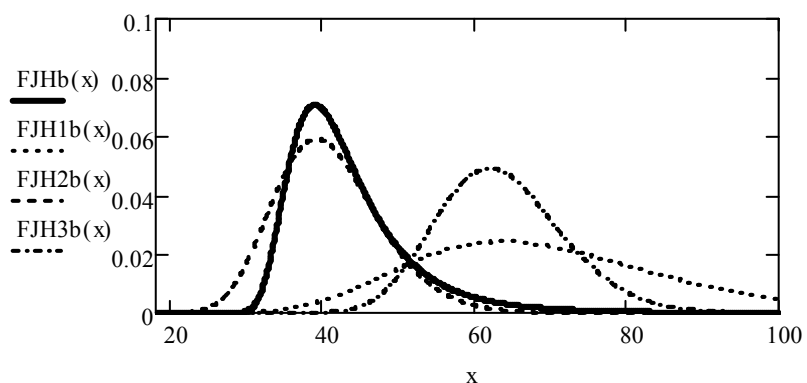
Rozważano trzy przypadki połączenia dwuciętego (a), (b), (c) elementów drewnianych klasy C18 o grubości $t1$, $2t1$, $t1$, połączonych stalową śrubą klasy 4.8 o średnicy d . Połączenie pracuje na siły równoległe do włókien. Analizie poddano nośność połączenia dla trzech przypadków grubości $t1=50\text{mm}$, 100mm , 150mm oraz dwóch średnic śrub $d=10\text{mm}$, 16mm . Indeks „1” odpowiada nośności określonej wzorami (15), (16), indeks „2” wzór (17), indeks „3” wzór (18). Nośność całego połączenia - bez indeksu - wzór (23). W przykładzie pokazano, że możliwe są sytuacje występowanie rozkładów o różnej co do znaku skośności. W przykładzie uwzględniono rozkłady o skośności dodatniej $S(\cdot)$ – ekstremalny typu II- G , o skośności zerowe – normalny - N , o skośności ujemnej – ekstremalny typu III- W . W (Tab. 2) przedstawiono parametry losowych wektorów generowanych Metodą Monte Carlo z wartością oczekiwaną $E(\cdot)$, współczynnikiem zmienności $V(\cdot)$ dla trzech wariantów (a), (b), (c). Ilustracja graficzna minimalizacji – wzór (20) pokazano na rys 1, 2, 3.

Tablica 2. Parametry wektorów losowych nośności składowych

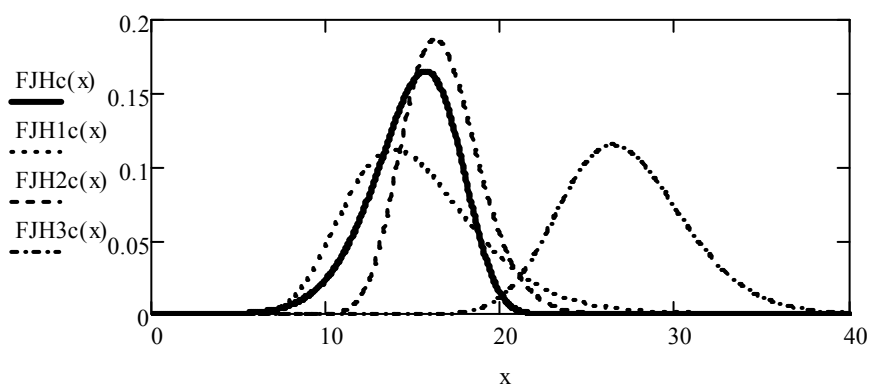
wariant	d1[mm]	t1[mm]	E(JH1) [kN]	V(JH1)	E(JH2) [kN]	V(JH2)	E(JH3) [kN]	V9JH3)
(a)	16	100	45,21	0,25	37,76	0,14	60,84	0,13
(b)	16	150	67,811	0,25	40,30	0,17	62,03	0,15
(c)	10	50	14,76	0,25	16,54	0,13	26,92	0,13



Rysunek 2 . Rozkłady prawdopodobieństw nośności. Wariant (a)



Rysunek 3 . Rozkłady prawdopodobieństw nośności. Wariant (b)



Rysunek 4. Rozkłady prawdopodobieństw nośności. Wariant (c).

Parametry losowej nośności F_{JH} , nośności charakterystyczne i obliczeniowe wg obliczeń normowych $F_{v,R}$ [1] i probabilistycznych F_{JH} przedstawia Tab. 3.

Tablica 3. Parametry probabilistyczne nośności połączenia.

Wariant	$E(F_{JH})$ [kN]	$V(F_{JH})$	$S(F_{JH})$	rozkład prawd.	$F_{JH,k}$ [kN]	$F_{JH,d}$ [kN]	$F_{v,Rk}$ [kN]	$F_{v,Rd}$ [kN]
(a)	35,91	0,14	0,08	N	32,67	26,38	33,70	25,67
(b)	39,65	0,16	0,68	G	34,43	31,12	35,57	27,36
(c)	13,97	0,18	-0,24	W	11,22	8,51	11,81	9,08

2. PODSUMOWANIE

W pracy przedstawiono zasady wymiarowania dwuciętych połączeń drewnianych z uwzględnieniem losowości parametrów wytrzymałościowych. Mechanizm pracy oparto na modelu Johansena. Przedstawiono zasady estymacji parametru k_{mod} uwzględniającego wpływ historii obciążeń na parametry wytrzymałościowe elementów drewnianych.

Pismienictwo

- [1] PN-EN 1995-1-1 Projektowanie konstrukcji drewnianych.
- [2] Gerhard C. 1979. Time related effects on wood strength, a linear cumulative damage theory. *Wood Sci* ; 11(3); 1979.139-44.
- [3] Kohler J., Sorensen J., Faber M., Probabilistic Modeling of Timber Structures. *Structural Safety* 29 , 2007, 255-267.
- [4] Domański T., Snow Load Duration Effects on Timber Roofs. Proc. of the 10th International Conference. Modern Building Materials, Structures and Techniques. Vilnius, Lithuania, 2010, 856 -863.
- [5] Instytut Meteorologii i Gospodarki Wodnej, oddział w Krakowie.
- [6] Smith I., Foliente G., Load and Resistance Factor Design of Timber Joints International Practice and Future Direction. *Journal of Structural Engineering*, Vol. 128, No. 1, January 2002. 48-59.
- [7] Soofi E. S. ,Ebrahimi N. Haibullah M., Information Distinguishability with application to Analysis of Failure Data. *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 90, No 430, 1995. 675 – 668.

PROBABILISTIC CAPACITY ESTIMATION OF THE TIMBER JOINTS WITH DOWELS IN DOUBLE SHEAR

Summary

Probabilistic models for timber joints with dowels in double shear have been formulated such that they can readily be applied in structural reliability analysis. It is noted that a significant effect was found of time variation of snow impulses-packages on accumulated damage. Therefore the observed snow packages are quite different and the triangular and rectangular time variations are included in the present probabilistic calibration of load duration factors. Probability functions of capacity of timber joints in double shear connections were estimated with entropy criterion . The target reliability index of 1,64 and 3,04 was used to obtain characteristic and design capacity of double shear joint. More research is needed on variance parameters, as found in practice, of timber characteristics, and the assumptions about shape of capacity probability distribution of timber joints.

Tomasz PYTLOWANY¹
IP, PWSZ w Krośnie

BAYESOWSKI MODEL ODDZIAŁYWAŃ KLIMATYCZNYCH

STRESZCZENIE

W pracy przedstawiono różne aspekty związane ze sposobem ustalania okresów powrotu obciążeń klimatycznych na konstrukcje obiektów budowlanych. Podstawową trudnością w ustalaniu okresów powrotu maksymalnych wartości oddziaływań klimatycznych jest ograniczona ilość danych (zbyt krótki ciąg obserwacji). Skutkuje to tym, że okresy powrotu maksymalnych wartości oddziaływań klimatycznych (między innymi obciążenia śniegiem) sięgają nawet tysięcy lat.

Jako alternatywę w artykule przedstawiono metodę bayesowską, która może być zastosowana do określenia wagi, jak dobrze dany rozkład prawdopodobieństwa pasuje do danych obserwowanych przy uwzględnieniu statystycznych niepewności. Po obliczeniu estymatorów największej wiarygodności parametrów rozkładów, obliczono wagi *a posteriori* tych rozkładów, przy założeniu, że wszystkie wagi *a priori* są równe 1/9 (testowano dziewięć rozkładów prawdopodobieństwa). Na podstawie przeprowadzonej analizy zestawiono okresy powrotu maksymalnych oddziaływań klimatycznych dla różnych lokalizacji w zależności od typu rozkładu prawdopodobieństwa.

SŁOWA KLUCZOWE: oddziaływania klimatyczne, obciążenie śniegiem gruntu, model Bayesa.

1. WPROWADZENIE

Większość dotychczasowych prac dotyczących obciążenia śniegiem gruntu wiąże się z dopasowaniem do danych pomiarowych odpowiedniego typu rozkładu prawdopodobieństwa i znalezieniu odpowiednich krzywych regresji. Model przedstawiony w niniejszej pracy wiąże niepewność statystyczną (wynikającą z braku dostatecznie dużej ilości danych), które zawierają niepewność wartości parametrów oraz niepewne typy rozkładu prawdopodobieństwa (gdy typ rozkładu jest nieznan). Niepewność statystyczna może być zredukowana w miarę pojawienia się większej ilości danych pomiarowych.

W metodologii bayesowskiej zakłada się, że prawdopodobieństwa są odbiciem naszej subiektywnej wiedzy na temat rzeczywistości. Postawa ta różni się od postawy klasycznej, która interpretuje prawdopodobieństwo jako miarę częstości z jaką zjawisko występuje. W podejściu bayesowskim wszystkie nieznanne elementy modelu są traktowane w ten sam sposób. Zarówno elementy losowe w modelu jak i parametry poszczególnych rozkładów prawdopodobieństwa są szacowane na podstawie danych, a niepełna wiedza na ich temat może być opisana za pomocą funkcji prawdopodobieństwa.

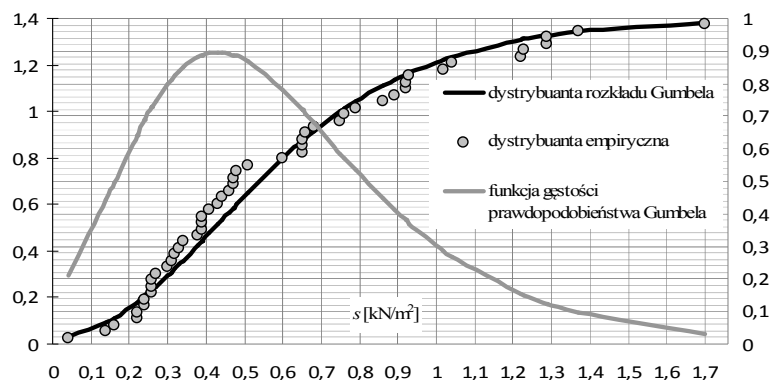
¹ tompyt@pwsz.krosno.pl

Specjalną cechą metodologii bayesowskiej jest używanie rozkładu *a priori* dla parametrów.

W trakcie estymacji zakładamy, że dysponujemy wstępną wiedzą na temat wielkości parametrów. Wiedza ta jest następnie modyfikowana po skonfrontowaniu z danymi. Na podstawie twierdzenia Bayesa, rozkładu *a priori* i modelu z próby możemy określić nowy rozkład parametrów, który uwzględnia zarówno pierwotne przekonania *a priori* w stosunku do posiadanych danych empirycznych. Taki zmodyfikowany na podstawie danych rozkład nazywamy rozkładem *a posteriori*.

2. STANDARDOWE MODELE PROBABILISTYCZNE UŻYWANE DO SZACOWANIA ODDZIAŁYWAŃ KLIMATYCZNYCH

W celu prawidłowego zaprojektowania konstrukcji przyjmuje się pewne umowne wartości oddziaływań klimatycznych z określonym prawdopodobieństwem przewyższenia [1]. Wartości te określa kwantyl rozkładu maksimów rocznych obliczony na podstawie wyników pomiarów. W normie [2] zdefiniowano wartość charakterystyczną oddziaływania zmiennego jako kwantyl rzędu p losowych maksimów w okresie powrotu T . Jeśli S_k wyznaczono w oparciu o określony okres powrotu T , to maksymalne roczne obciążenie może przekroczyć wartość S_k średnio co T okresów pomiarowych (lat). Przyjmuje się [3, 4], że prawdopodobieństwo przekroczenia wartości odpowiadającej T - letniemu okresowi powrotu wynosi $p=1/T$. Powszechnie do szacowania oddziaływań klimatycznych na konstrukcje obiektów budowlanych najczęściej stosowany jest rozkład pierwszego typu, czyli podwójnie wykładniczy rozkład Gumbela. Dla określonej pojedynczej stacji pomiarowej w oparciu o rozkład Gumbela można opracować prognozę obciążeń wieloletnich za pomocą metody analitycznej lub graficznej prowadząc obserwacje maksimów rocznych. Na rysunku 1 zobrazowano kształt funkcji gęstości prawdopodobieństwa Gumbela i dystrybuanty rozkładu Gumbela oraz dystrybuanty empirycznej dla 4 strefy obciążenia śniegiem (Olsztyn) w oparciu o metodę największej wiarygodności.

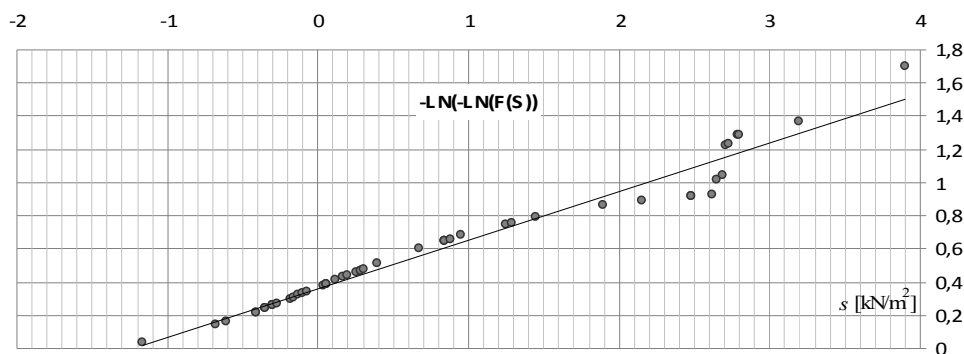


Rys 1. Model statystyczny w prognozowaniu maksimów rocznych obciążenia śniegiem (źródło: opracowanie własne).

W metodzie analitycznej dla danego rozkładu prawdopodobieństwa, szacuje się parametry rozkładu metodą największej wiarygodności (wartość średnia i wariancję z próby przelicza się na parametry rozpoznanego rozkładu) oraz ustala maksima charakterystyczne dla danego okresu powrotu T .

W metodzie graficznej (rys. 2) roczne maksima odkładane są rosnąco $F_1 < F_2 < \dots < F_i < \dots < F_n$. Na siatce probabilistycznej stanowią one współrzędne punktów na

osi odciętych [5]. Kolejnym wartościom F_i przyporządkowuje się rzędne (dystrybuantę empiryczną) $F_i^* = i/(n+1)$. Akceptuje się prognozę najbliższą liniowej na uwzględnianych siatkach probabilistycznych. Maksyma charakterystyczne F_k dla okresu powrotu T obciążeń maksymalnych (ekstremalnych) określa się jako kwantyl rzędu $F_1(F_k)$.



Rys 2. Metoda graficzna w prognozowaniu maksimum rocznego obciążenia śniegiem (źródło: opracowanie własne).

3. MODELOWANIE ODDZIAŁYWAŃ KLIMATYCZNYCH NA PODSTAWIE METODOLOGII BAYESOWSKIEJ

Traktowanie nieznanymi parametrów jako zmiennych losowych jest główną ideą statystyki bayesowskiej. Teoria Bayesa wg [6] może być zapisana w następujący sposób (1):

$$\pi(\theta|x) = \frac{l(x|\theta)\pi(\theta)}{\int_b l(x|\theta)\pi(\theta)d\theta} = \frac{l(x|\theta)\pi(\theta)}{\pi(x)} \quad (1)$$

gdzie: $l(x|\theta)$ - funkcja wiarygodności z zbioru obserwacji $x=(x_1, \dots, x_n)$, gdy wektor parametryczny $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_d)$ jest znany; $\pi(\theta)$ - zbiór prawdopodobieństw *a priori* $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_d)$; $\pi(\theta|x)$ - zbiór prawdopodobieństw *a posteriori* $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_d)$; $\pi(x)$ - krańcowe gęstości prawdopodobieństw na podstawie obserwacji danych $x=(x_1, \dots, x_n)$.

Funkcja wiarygodności $l(x|\theta)$ reprezentuje niepewność losowej zmiennej X przy podanym wektorze θ , podczas gdy zbiory $\pi(\theta)$ oraz $\pi(\theta|x)$ reprezentują statystyczną niepewność poszczególnych parametrów rozkładów prawdopodobieństw dla wektora θ .

Jeśli dowolna zmienna losowa X o gęstości prawdopodobieństwa $l(x|\theta)$ jest zależna od wektora parametrycznego θ to funkcja wiarygodności z danym rozkładem $l(x_1, \dots, x_n|\theta)$ niezależnych obserwacji $x=(x_1, \dots, x_n)$ jest zapisana w następujący sposób (2):

$$l(x|\theta) = l(x_1, \dots, x_n|\theta) = \prod_{i=1}^n l(x_i|\theta) \quad (2)$$

4. METODA NAJWIĘKSZEJ WIARYGODNOŚCI W SZACOWANIU OBCIĄŻENIA ŚNIEGIEM

Przyjęto, że rozkład maksymalnego obciążenia śniegiem w ciągu roku dla określonej lokalizacji można przybliżyć za pomocą: rozkładu wykładniczego, Rayleigha, lognormalnego,

gamma, Weibulla, Gumbela, uogólnionego gamma, uogólnionego rozkładu wartości ekstremalnych lub normalnego. Parametry ww. rozkładów, przybliżających rozkład maksymalnego obciążenia śniegiem gruntu w ciągu roku obliczono na podstawie danych pochodzących z 50 letnich okresów obserwacji $y=(y_1, \dots, y_{50})$. Do analizy użyto metody największej wiarygodności. Funkcję wiarygodności danego rozkładu $l(x|\theta)$ zastąpiono w dalszej części opracowania oznaczeniem $l(y)$. Wykorzystano język programowania R i procedurę *optim* [7], za pomocą której minimalizowano funkcję $-\log l(y)$, gdzie:

$$l(y) = \prod_{i=1}^{50} l(y_i) \quad (3)$$

Przy stosowaniu procedury *optim* niezwykle ważny jest odpowiedni dobór punktu startowego i metod optymalizacji. W tym celu jako punkty startowe wybrano estymatory parametrów odpowiednich rozkładów otrzymane za pomocą metody momentów. Poniżej wymienione są parametryzacje i użyte punkty startowe do estymacji metodą największej wiarygodności.

4.1. Rozkład wykładniczy o parametrach: ($\theta > 0, a$) i funkcji gęstości (4):

$$l(x) = \begin{cases} 0 & \text{gdy } x < a, \\ \frac{1}{\theta} e^{-(x-a)/\theta} & \text{gdy } x \geq a. \end{cases} \quad (4)$$

Jako punkty startowe wybrano $\theta_0 = \bar{y} - a_0$, $a_0 = \min(y_1, \dots, y_{50}) - 0,01$, gdyż dla zmiennej losowej o rozkładzie wykładniczym z parametrami: a, θ , $E(X) = a + \theta$, a $\bar{y} = \frac{1}{50} \sum_{i=1}^{50} y_i$ jest nieobciążonym estymatorem średniej $E(X)$.

4.2. Rozkład Rayleigha o parametrach: ($\theta > 0, a$) i funkcji gęstości (5):

$$l(x) = \begin{cases} 0 & \text{gdy } x < a, \\ \frac{2(x-a)}{\theta} e^{-(x-a)^2/\theta} & \text{gdy } x \geq a. \end{cases} \quad (5)$$

Jako punkty startowe wybrano $a_0 = \min(y_1, \dots, y_{50}) - 0,01$, $\theta_0 = \sqrt{\frac{1}{49} \sum_{i=1}^{50} (y_i - \bar{y})^2 / 2 - \frac{\pi}{2}}$.

Motywacją do wyboru parametru θ_0 była równość: $Var(X) = (2 - \frac{\pi}{2})\theta^2$ zachodząca gdy X jest zmienną o rozkładzie Rayleigha o parametrach $\theta > 0, a$. Jak wiadomo $\frac{1}{49} \sum_{i=1}^{50} (y_i - \bar{y})^2$ jest nieobciążonym estymatorem wariancji $Var(X)$.

4.3. Rozkład normalny o parametrach: (μ i $\sigma^2 > 0$) i funkcji gęstości (6):

$$l(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-(x-\mu)^2/(2\sigma^2)} \quad (6)$$

W przypadku rozkładu normalnego estymatory największej wiarygodności parametrów μ i σ^2 można obliczyć dokładnie za pomocą wzorów: $\hat{\mu}_{mle} = \bar{y}$, $\hat{\sigma}_{mle}^2 = \frac{1}{50} \sum_{i=1}^{50} (y_i - \bar{y})^2$.

4.4. Rozkład lognormalny o parametrach: (μ i $\sigma^2 > 0$, a) i funkcji gęstości (7):

$$l(x) = \begin{cases} 0 & \text{gdy } x \leq a, \\ \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \frac{1}{x-a} e^{-(\ln(x-a)-\mu)^2/(2\sigma^2)} & \text{gdy } x > a \end{cases} \quad (7)$$

Jako punkty startowe wybrano $a_0 = \min(y_1, \dots, y_{50}) - 0,01$ oraz parametry rozkładu wg (8),

$$\mu_0 = \frac{1}{50} \sum_{i=1}^{50} \ln(y_i - a_0), \sigma_0^2 = \frac{1}{49} \sum_{i=1}^{50} [\ln(y_i - a_0) - \mu_0]^2 \quad (8)$$

4.5. Rozkład gamma o parametrach: ($a > 0$, $b > 0$, c) i funkcji gęstości (9):

$$l(x) = \begin{cases} 0 & \text{gdy } x < a, \\ \frac{b^2}{\Gamma(a)} (x-c)^{a-1} e^{-b(x-c)} & \text{gdy } x \geq c \end{cases} \quad (9)$$

Jako punkty startowe wybrano $a_0 = \min(y_1, \dots, y_{50}) - 0,01$ wg (10),

$$a_0 = \frac{(\bar{y})^2}{\frac{1}{49} \sum_{i=1}^{50} (y_i - \bar{y})^2}, b_0 = \frac{\bar{y}}{\frac{1}{49} \sum_{i=1}^{50} (y_i - \bar{y})^2} \quad (10)$$

Motywacją stojącą za ich wyborem była równość $E(X) = \frac{a}{b}$, $Var(X) = \frac{a}{b^2}$ dla $X \sim \text{Gamma}(a, b, c)$.

4.6. Rozkład Weibulla o parametrach: ($a > 0$, $b > 0$, c) i funkcji gęstości (11):

$$l(x) = \begin{cases} 0 & \text{gdy } x < c \\ \frac{a}{b} \left(\frac{x-c}{b} \right)^{a-1} e^{-\left(\frac{x-c}{b} \right)^a}, & \text{gdy } x \geq c \end{cases} \quad (11)$$

Jako punkty startowe wybrano punkty $c_0 = \min(y_1, \dots, y_{50}) - 0,01$ oraz wg wzoru (12),

$$a_0 = \frac{2}{\left(\frac{\sum_{i=1}^{50} y_i^2}{\sum_{i=1}^{50} y_i} \right) - 1}, b_0 = \frac{\bar{y}}{\Gamma(1 + 1/a_0)} \quad (12)$$

Motywacją do wyboru ww. wymienionych punktów startowych była zależność wg wzoru (13)

$$E(X) = b \Gamma\left(1 + \frac{1}{a}\right) E(X^2) = b^2 \Gamma\left(1 + \frac{2}{a}\right) \Gamma\left(1 + \frac{2}{a}\right) / \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{a}\right) \approx 1 + \frac{2}{a}. \quad (13)$$

4.7. Rozkład Gumbela o parametrach: ($a, b > 0$) i funkcji gęstości(14):

$$l(x) = \frac{1}{b} e^{-\frac{x-a}{b}} \exp\left(-e^{-\frac{x-a}{b}}\right) \quad (14)$$

Zastosowano tu punkty startowe wg wzorów (15)

$$b_0 = \frac{\sqrt{6}}{\pi} \sqrt{\frac{1}{49} \sum_{i=1}^{50} (y_i - \bar{y})^2}, \quad a_0 = \text{mediana}\left(\overset{\vee}{y}\right) + \ln(\ln 2)b_0 \quad (15)$$

Motywacją do ich użycia były równości $\text{VaR}(X) = \frac{\pi^2}{6} b^2$, $\text{mediana}(X) = a - \ln(\ln 2)b$, gdy $X \sim \text{Gumbel}(a, b)$.

4.8. Uogólniony rozkład gamma o parametrach: ($a > 0, b > 0, c > 0, d$) i funkcji gęstości (16):

$$l(x) = \begin{cases} 0 & \text{gdy } x < d, \\ \frac{c}{b\Gamma(a)} \left(\frac{x-d}{b}\right)^{ac-1} e^{-\left(\frac{x-d}{b}\right)^c}, & \text{gdy } x \geq d \quad \text{VaR}(X) = \frac{\pi^2}{6} b^2 \end{cases} \quad (16)$$

Rozkład ten jest uogólnieniem rozkładu gamma o parametrach $a, 1/b, 1, c$. Dlatego jako punktów startowych użyto: $a_0, 1/b_0$, gdzie a_0, b_0 - jak dla rozkładu gamma, $c_0 = 1, d_0 = \min(y_1, \dots, y_{50}) - 0.01$.

4.9. Uogólniony rozkład wartości ekstremalnych o parametrach: ($a, b > 0, c$) i funkcji gęstości (17):

$$l(x) = \begin{cases} \frac{1}{b} \left[1 - \frac{c(x-a)}{b}\right]_+^{\frac{1}{c}-1} \exp\left(-\left[1 - \frac{c(x-a)}{b}\right]_+^{\frac{1}{c}}\right) & \text{gdy } c \neq 0, \\ \frac{1}{b} e^{-\frac{x-a}{b}} \exp\left(-e^{-\frac{x-a}{b}}\right), & \text{gdy } c = 0. \end{cases} \quad (17)$$

Rozkład ten jest uogólnieniem zarówno rozkładu Weibulla jak i Gumbela (gdy $c = 0$). Jako punkty startowe przyjęto te same punkty co dla rozkładu Gumbela (14), oraz $c = 0$.

5. WAGI BAYESA.

Wagi *a posteriori* dla rozkładów j , ($j=1,2,\dots,9$) można obliczyć wg formuły 18 [8].

$$w(H_j | y) = \frac{1}{9} \left(\frac{n}{2\pi}\right)^{d_j/2} l_j(y) / \sum_{j=1}^9 \frac{1}{9} \left(\frac{n}{2\pi}\right)^{d_j/2} l_j(y) = \left(\frac{n}{2\pi}\right)^{d_j/2} l_j(y) / \sum_{j=1}^9 \left(\frac{n}{2\pi}\right)^{d_j/2} \quad (18)$$

gdzie: d_j - liczbę parametrów w rozkładzie j , a $l_j(y)$ maksymalną wartość funkcji wiarygodności.

Tablica 1. Zestawienie wag *a posteriori* po analizie danych.

Rozkład prawdopodobieństwa	wagi <i>a priori</i>	wagi <i>a posteriori</i>	Wartości maksymalnego rocznego obciążenia śniegiem [kN/m ²] przyjmowane z prawdopodobieństwem nie większym niż:			Strefy obciążenia	
			0,02 (50 l)	0,01 (100 l)	0,005 (200 l)		
Exponential	0,1111	0,58582	1,06	1,14	1,25	Wrocław (1 strefa)	
Rayleigh	0,1111	0,00079	0,78	0,89	0,85		
Normal	0,1111	0,00000	0,77	0,92	0,83		
Lognormal	0,1111	0,07157	0,95	1,33	1,14		
Gamma	0,1111	0,10005	0,96	1,27	1,12		
Weibull	0,1111	0,07259	0,85	1,07	0,96		
Gumbel	0,1111	0,04561	0,78	0,99	0,89		
Generalised gamma	0,1111	0,04355	0,97	1,27	1,12		
Generalised extreme value	0,1111	0,07960	0,95	1,38	1,15		
A. Bayesowska	1	1	1,01	1,19	1,37		
Exponential	0,1111	0,62157	1,35	1,56	1,78	Katowice (2 strefa)	
Rayleigh	0,1111	0,00671	1	1,08	1,15		
Normal	0,1111	0,00075	0,98	1,05	1,11		
Lognormal	0,1111	0,01629	1,82	2,33	2,94		
Gamma	0,1111	0,10857	1,09	1,21	1,34		
Weibull	0,1111	0,04920	1,11	1,18	1,24		
Gumbel	0,1111	0,06658	1,02	1,14	1,27		
Generalised gamma	0,1111	0,03736	1,19	1,36	1,54		
Generalised extreme value	0,1111	0,09298	1,25	1,5	1,79		
A. Bayesowska	1	1	1,28	1,5	1,72		
Exponential	0,1111	0,00305	1,67	1,97	2,26	Kraków (3 strefa)	
Rayleigh	0,1111	0,00567	1,13	1,23	1,33		
Normal	0,1111	0,00000	1,11	1,2	1,28		
Lognormal	0,1111	0,25920	1,33	1,56	1,81		
Gamma	0,1111	0,10015	1,38	1,57	1,77		
Weibull	0,1111	0,06255	1,25	1,4	1,55		
Gumbel	0,1111	0,20967	1,14	1,29	1,44		
Generalised gamma	0,1111	0,04591	1,27	1,44	1,6		
Generalised extreme value	0,1111	0,31379	1,36	1,64	1,94		
A. Bayesowska	1	1	1,3	1,51	1,75		
Exponential	0,1111	0,00306	2,33	2,73	3,13	Olsztyn (4 strefa)	
Rayleigh	0,1111	0,00567	1,37	1,55	1,56		
Normal	0,1111	0,00000	1,11	1,47	1,66		
Lognormal	0,1111	0,25920	1,7	1,98	2,26		
Gamma	0,1111	0,10015	1,6	1,81	2		
Weibull	0,1111	0,06255	1,53	1,69	1,84		
Gumbel	0,1111	0,20967	1,51	1,7	1,9		
Generalised gamma	0,1111	0,04591	1,6	1,8	1,99		
Generalised extreme value	0,1111	0,31379	1,76	2,09	2,45		
A. Bayesowska	1	1	1,58	1,79	2,02		

6. WNIOSKI

Zastosowana w pracy metoda Bayesa umożliwia ilościową ocenę stopnia zgodności dopasowania rozważanych rozkładów prawdopodobieństwa zmiennych losowych przyjętych do opisu oddziaływań klimatycznych, do wyników pomiarów ich wartości.

Na podstawie analizy dopasowania wyników obliczeń wykonanych przy założeniu probabilistycznego modelu obciążenia śniegiem w postaci zmiennej losowej o dziewięciu różnych rozkładach prawdopodobieństwa, których parametry oszacowano na podstawie wyników pomiarów wykonanych w czterech miastach zlokalizowanych w czterech różnych strefach obciążenia śniegiem do wyników pomiarów, stwierdzono, że najlepszą zgodność dla strefy 1 i 2 zapewnia rozkład wykładniczy, dla strefy 3 uogólniony rozkład wartości ekstremalnych, a dla strefy 4 rozkład Gumbela.

Dla różnych okresów powrotu nie stwierdzono istnienia wyraźnej zależności największej wartości obciążenia śniegiem, traktowanego jako zmienna losowa, od typu rozkładu prawdopodobieństwa ani od strefy obciążenia.

Uzyskane wyniki analiz potwierdzają dość powszechną ostatnio opinię o ograniczeniach probabilistycznych modeli oddziaływań klimatycznych w postaci zmiennej losowej i celowości poszukiwań bardziej ogólnych i adekwatnych metod ich opisu.

Piśmiennictwo

- [1] Pawlikowski J.: Oddziaływania stałe i zmienne na konstrukcje budynków, ITB, Warszawa 2007 i 2010.
- [2] PN-EN 1990:2004. Podstawy projektowania konstrukcji.
- [3] Rawska-Skotniczy A.: Redukcja obciążeń środowiskowych konstrukcji o różnych okresach wykonania i użytkowania. Inżynieria i Budownictwo 2010 nr 7.
- [4] EN 1991-1-3:2003 Eurocode 1 Actions on structures- Part 1-3: General actions- Snow loads.
- [5] Gwóźdź M., Machowski A. Wybrane badania i obliczenia konstrukcji budowlanych metodami probabilistycznymi, Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej, Kraków 2010.
- [6] Mitzenmacher M, Upal E.: Metody probabilistyczne i obliczenia WN-T 2009.
- [7] Steenbergen M. R., Maximum Likelihood Programming in R.
- [8] Noortwijk J. M., Kalk H. J., Chhab E. H., Bayesian estimation of design loads, HERON. Vol. 49, No. 2 (2004).

BAYESIAN MODEL OF CLIMATE ACTIONS

Summary

The paper presents some aspects related to a method of determining return periods of climatic loads impact on building objects structure. The main difficulty in determining the return periods of maximum values of climate actions is limited data (too short sequence of observations). As a result, the return periods of maximum values of climate impacts (snow loads) last even thousands of years. Nevertheless, tests of compliance with the probability distribution are more focused on the central part of the distribution curve than on its tails. This can result in significant errors in estimating the return periods of maximum climate impacts.

The paper presents Bayesian methods as an alternative. These methods can be implemented to determine how well the probability distribution fits to the data observed, taking into account statistical uncertainty of the selection process it.

Jerzy Antoni ŻURAŃSKI¹
Andrzej SOBOLEWSKI²
Instytut Techniki Budowlanej, Warszawa

PROBABILISTYCZNA ANALIZA JEDNOCZESNOŚCI OBCIĄŻENIA ŚNIEGIEM I WIATREM

STRESZCZENIE

W artykule przedstawiono metodę probabilistycznej analizy jednoczesności obciążenia śniegiem i wiatrem konstrukcji budowlanych. Przedstawiono trzy możliwości wyboru brzegowych rozkładów prawdopodobieństwa, z których dwa wykorzystano do analizy. Opracowano dane pomiarowe z dwóch stacji meteorologicznych Instytutu Meteorologii i Gospodarki Wodnej. Przedstawiono współzależności obciążenia śniegiem gruntu i prędkości wiatru o okresie powrotu 50 lat. Podano zależności uproszczone, które mogą być wykorzystane w normach.

SŁOWA KLUCZOWE: obciążenie śniegiem, obciążenie wiatrem, jednoczesność oddziaływań klimatycznych, rozkład Gumbela, normy.

1. WSTĘP

W procesie projektowania konstrukcji, w zestawieniach kombinacji obciążeń występują zazwyczaj dwa oddziaływania klimatyczne: obciążenie wywierane przez śnieg i przez wiatr. W aktualnych normach przyjmuje się, że wartości charakterystyczne każdego z nich oddzielnie mogą być przewyższane w poszczególnym roku z prawdopodobieństwem 0,02 [1]. Ich okres powrotu wynosi zatem 50 lat. Prawdopodobieństwo jednoczesnego przewyższenia wartości charakterystycznych obu oddziaływań, śniegu i wiatru, w poszczególnym roku jest równe $0,02^2 = 0,0004$, okres powrotu takiego zdarzenia to 2500 lat. W obliczeniach projektowych stosuje się więc takie kombinacje obciążeń, w których dominujące obciążenie zmienne jest przyjmowane bez zmniejszenia, a pozostałe obciążenia zmienne są przyjmowane ze współczynnikami kombinacyjnymi mniejszymi od jedności. Wartości współczynników kombinacyjnych są podawane w normach, w tym także w Eurokodzie [1]. Były one zwykle ustalane na podstawie centralnego twierdzenia granicznego [2]. Jednakże oddziaływania klimatyczne zależą od warunków występujących w poszczególnych krajach, potrzebne są więc analizy meteorologicznych danych pomiarowych. Ich celem powinna być weryfikacja normowych współczynników kombinacji obciążeń zmiennych klimatycznych i podanie wartości wyznaczonych w wyniku analizy lokalnych danych pomiarowych.

¹ jzuranski@pro.onet.pl

² a.sobolewski@itb.pl

2. METODYKA ANALIZY

Postawione zadanie polega na znalezieniu takich wartości obciążenia śniegiem gruntu S_T i prędkości wiatru V_T , które będą jednocześnie przewyższane raz na T lat.

Analizując oddziaływania klimatyczne jako roczny okres obserwacji należy przyjąć rok klimatyczny, liczony od 1 października do 30 września. Przy takim założeniu wartość maksymalna zimowa obciążenia śniegiem gruntu jest jednocześnie wartością maksymalną roczną. Maksymalne prędkości wiatru występują w Polsce zwykle od jesieni do wiosny; przyjęcie rocznego przedziału czasu od 1 października do 30 września jako jednostkowego czasu obserwacji jest tu również uzasadnione.

Możliwe są trzy podejścia do wyboru brzegowych rozkładów prawdopodobieństwa i oceny jednoczesności występowania obciążenia śniegiem i oddziaływania wiatru.

Pierwsze polega na wykorzystaniu rozkładów prawdopodobieństwa wartości maksymalnych rocznych obu wielkości, tzn. ciężaru pokrywy śnieżnej i prędkości wiatru, z tych samych rocznych okresów obserwacji, jak gdyby każda para wartości była zmierzona jednocześnie, chociaż w rzeczywistości tak nie występują. W wyniku analizy otrzymuje się obwiednię możliwych wartości.

Drugie podejście polega na ocenie prawdopodobieństwa warunkowego, wykorzystaniu wyników pomiarów wykonywanych jednocześnie: maksymalnego ciężaru pokrywy śnieżnej i występującej w tym czasie prędkości wiatru oraz maksymalnej prędkości wiatru i występującego w tym czasie ciężaru pokrywy śnieżnej. W przypadku drugiej pary wielkości najczęstszym przypadkiem jest brak pokrywy śnieżnej podczas wiatru o prędkości maksymalnej rocznej.

Możliwe jest także trzecie podejście, inny wariant prawdopodobieństwa warunkowego: analiza maksymalnych rocznych prędkości wiatru zarejestrowanych tylko wówczas, gdy występowało obciążenie śniegiem gruntu. Taki przypadek był przedmiotem analizy, jednakże ograniczonej tylko do jednej stacji meteorologicznej i dwudziestu lat pomiarów [2].

Obecna analiza jednoczesności oddziaływania wiatru i obciążenia śniegiem obejmuje:

- Podejście pierwsze, czyli analizę maksymalnych rocznych wartości obciążenia śniegiem gruntu i prędkości wiatru przy założeniu, że rokiem obserwacji jest przedział czasu między 1 października a 30 września.
- Podejście drugie, czyli analizę maksymalnego obciążenia śniegiem $S_{\max,i}$ i występującej w tym czasie prędkości wiatru (w przedziale czasu jednego tygodnia przed i po wystąpieniu $S_{\max,i}$) oraz analizę maksymalnych rocznych prędkości wiatru i występującego w tym czasie (w tym samym dniu) obciążenia śniegiem.

Jeżeli przyjąć, że w jednostkowym okresie obserwacji wystąpi zarówno pokrywa śnieżna jak i wiatr, a funkcje gęstości prawdopodobieństwa ciężaru pokrywy śnieżnej $f_1(S)$ i prędkości wiatru $f_2(V)$ są znane, to prawdopodobieństwo, że prędkość wiatru V będzie zawarta w przedziale $V_1 < V \leq V_2$, gdy obciążenie śniegiem gruntu jest zawarte w przedziale $S_1 < S \leq S_2$ jest równe [2]

$$P[V_1 < V \leq V_2; S_1 < S \leq S_2] = \int_{S_1}^{S_2} \int_{V_1}^{V_2} f_1(S) \cdot f_2(V) \cdot dS \cdot dV. \quad (1)$$

Z punktu widzenia bezpieczeństwa konstrukcji istotne jest wyznaczenie takich kombinacji obciążenia śniegiem i obciążenia wiatrem, które z akceptowanym prawdopodobieństwem będą przewyższane w przyjętym okresie odniesienia. Zwykle przyjmuje się, że prawdopodobieństwo przewyższenia wartości charakterystycznej w okresie odniesienia jednego roku wynosi 0,02, a więc jej okres powrotu jest równy 50 lat [1] [3].

Możliwe są oczywiście inne założenia, jeżeli są przyjęte przez upoważnione do tego czynniki (inwestor, użytkownik, lokalne lub centralne władze).

Jeżeli $P(S_T, V_T)$ oznacza prawdopodobieństwo jednoczesnego przewyższenia wartości S_T i V_T w czasie T to warunek ten można zapisać w postaci

$$P(S > S_T, V > V_T) = \frac{1}{T}. \quad (2)$$

Jeżeli funkcje $f_1(S)$ i $f_2(V)$ są całkowalne, a ich dystrybuanty zapisuje się w postaci $F_1(S)$ i $F_2(V)$ to prawdopodobieństwo jednoczesnego przekroczenia wartości S_T i V_T jest równe

$$P(S > S_T, V > V_T) = P_1(S) \cdot P_2(V) = (1 - F_1(S_T)) \cdot (1 - F_2(V_T)). \quad (3)$$

Zadanie polega na wyznaczeniu wartości S_T i V_T , przewyższanych jednocześnie w przyjętym okresie powrotu T lat, a więc na określeniu brzegowych rozkładów prawdopodobieństwa obciążenia śniegiem gruntu i prędkości wiatru. W tym celu należy rozwiązać równanie (3) z uwzględnieniem wzoru (2)

$$(1 - F_1(S_T)) \cdot (1 - F_2(V_T)) = \left(\frac{1}{T}\right). \quad (4)$$

Podstawiając do wzoru (4) dystrybuantę rozkładu Gumbela obciążenia śniegiem [3] według wzoru

$$F_1(S) = \exp(-\exp(-\alpha_s(S - U_s))) \quad (5)$$

oraz analogicznie, dystrybuantę rozkładu prędkości wiatru według wzoru

$$F_2(V) = \exp(-\exp(-\alpha_v(V - U_v))) \quad (6)$$

otrzymuje się

$$1 - [\exp(-\exp(-\alpha_v \cdot (V - U_v)))] = \left(\frac{1}{T}\right) : [1 - \exp(-\exp(-\alpha_s \cdot (S - U_s)))]]. \quad (7)$$

We wzorach tych α_s i U_s są parametrami rozkładu Gumbela maksymalnych rocznych wartości obciążenia śniegiem gruntu, a α_v i U_v maksymalnych rocznych prędkości wiatru, średnich 10.minutowych.

Przekształcając i logarytmując dwukrotnie wzór (7) otrzymuje się

$$V = U_v - \frac{1}{\alpha_v} \ln \left\{ -\ln \left[1 - \left(\frac{1}{T}\right) : (1 - \exp(-\exp(-\alpha_s(S - U_s)))) \right] \right\}. \quad (8)$$

Równanie to należy rozwiązać otrzymując jedną ze zmiennych w funkcji drugiej, na przykład prędkość wiatru w funkcji ciężaru pokrywy śnieżnej. Do tego celu potrzebna jest znajomość parametrów rozkładu obu wielkości. Otrzymuje się je aproksymując rozkłady empiryczne rozkładem Gumbela.

Wielkością odniesienia, porównywalną z obciążeniem śniegiem gruntu, jest ciśnienie prędkości wiatru, przedstawiane w tych samych jednostkach, co obciążenie śniegiem. Podnosząc do kwadratu prawą stronę równania (8) i mnożąc przez $0,5\rho$ (gdzie $\rho = 1,25 \text{ kg/m}^3$) oraz przeliczając z paskali na kN/m^2 otrzymuje się współzależność ciśnienia prędkości wiatru i obciążenia śniegiem gruntu.

3. ANALIZA DANYCH POMIAROWYCH

3.1. Zakres obliczeń

Wykonano obliczenia danych pomiarowych z dwóch stacji meteorologicznych znajdujących się w różnych strefach obciążenia śniegiem: z Kętrzyna i z Rzeszowa Jasionki. Obejmują one 44. letni okres obserwacji, od 1 października 1966 r. do 30 września 2010 r.

Obliczenia wykonano według podanych wyżej dwóch podejść. Parametry rozkładu Gumbela oszacowano metodą największej wiarygodności [3]. Prędkości wiatru są oszacowane niezależnie od jego kierunku. Nie rozpatrywano także wpływu rodzaju terenu na prędkość wiatru. Zagadnienia te zamierza się rozpatrzeć oddzielnie.

3.2. Podejście pierwsze

Parametry rozkładu Gumbela, oszacowane według podejścia pierwszego, podano w tablicy 1, a przykład prezentacji prędkości wiatru, wartości maksymalnych rocznych, średnich 10. minutowych, na siatce probabilistycznej rozkładu Gumbela przedstawiono na rys. 1 (górny zbiór danych).

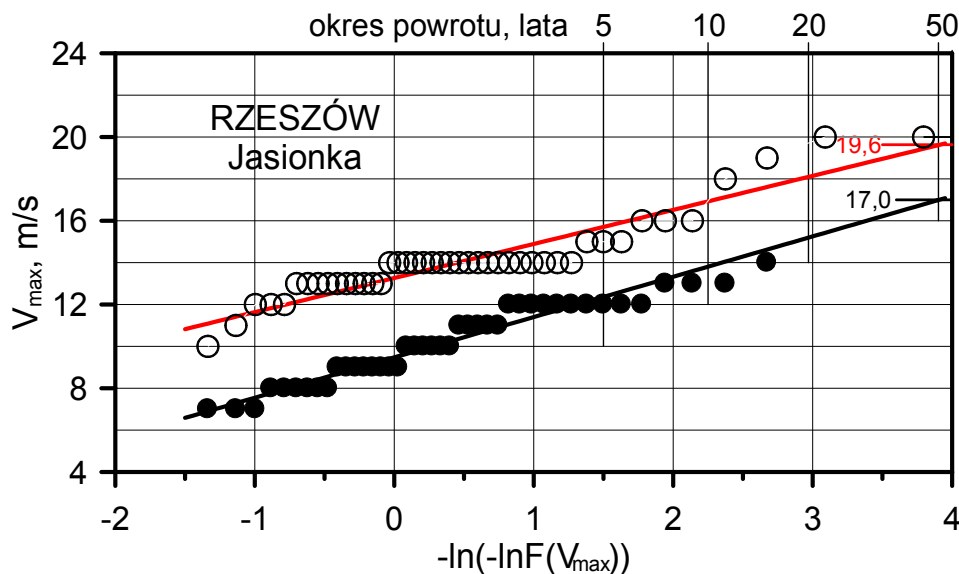
Tablica 1. Parametry rozkładu Gumbela wartości maksymalnych rocznych obciążenia śniegiem i prędkości wiatru, średniej 10. minutowej.

Obciążenie śniegiem		Prędkość wiatru	
$\alpha_s, 1/(\text{kN/m}^2)$	$U_s, \text{kN/m}^2$	$\alpha_v, 1/(\text{kN/m}^2)$	$U_v, \text{kN/m}^2$
Kętrzyn			
3,197	0,497	0,725	13,56
Rzeszów			
5,542	0,317	0,615	13,28

Krzywe współzależności prędkości wiatru i obciążenia śniegiem gruntu są podane na wykresie zbiorczym, przedstawiającym wyniki obliczeń w ramach dwóch wymienionych wyżej podejść do zagadnienia (rys. 3 i 4).

3.3. Podejście drugie

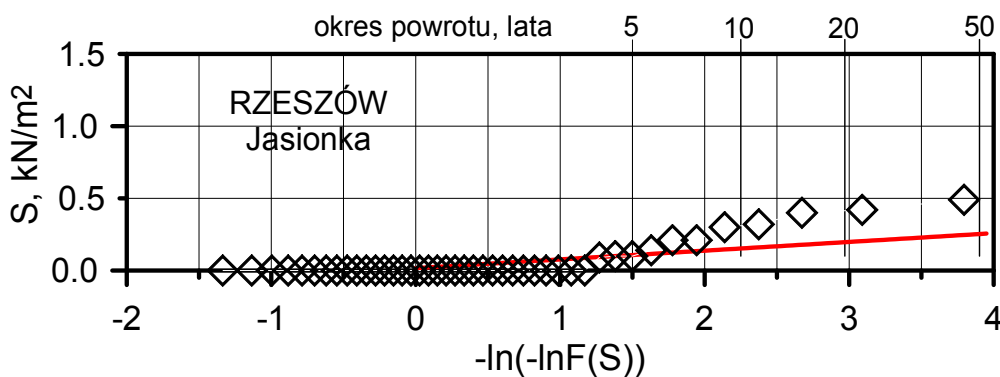
Zgodnie z tym co napisano wyżej, podejście drugie polega na wyznaczeniu rozkładów brzegowych z dwóch par ciągów pomiarowych: maksymalnego obciążenia śniegiem gruntu i występującej w tym czasie prędkości wiatru oraz maksymalnej prędkości wiatru i występującego w tym czasie obciążenia śniegiem gruntu. Rozkładami brzegowymi w pierwszej parze są: ten sam rozkład maksymalnych wartości obciążenia śniegiem gruntu, co w podejściu pierwszym (tablica 1) oraz rozkład prędkości wiatru zmierzonych w dwutygodniowym przedziale czasu centrowanym wokół daty wystąpienia maksymalnego obciążenia śniegiem gruntu (dolny zbiór danych na rys. 1). Parametry rozkładu zestawiono w tablicy 2.



Rys. 1. Rozkład empiryczny prędkości wiatru, średnich 10. minutowych, na siatce probabilistycznej rozkładu Gumbela. Zbiór górny: wartości maksymalne roczne, zbiór dolny: wartości maksymalne jednoczesne z wartościami maksymalnymi obciążenia śniegiem gruntu

W drugiej parze ciągów pomiarowych są: rozkład wartości maksymalnych rocznych prędkości wiatru (zbiór górny na rys. 1) oraz obciążenie śniegiem gruntu zmierzone w dniu wystąpienia maksymalnej rocznej prędkości wiatru, średniej 10. minutowej.

Pojawia się tu istotna trudność: maksymalna roczna prędkość wiatru występuje często wówczas, gdy nie ma pokrywy śnieżnej. Obrazuje to rys. 2, na którym przedstawiono obciążenie śniegiem gruntu zmierzone w dniu wystąpienia maksymalnej rocznej prędkości wiatru. Spośród 44 wartości maksymalnych rocznych prędkości wiatru tylko w 11 przypadkach wystąpiła ona wówczas, gdy była pokrywa śnieżna. Podobnie przedstawiają się wyniki pomiarów ze stacji meteorologicznej w Kętrzynie. Skłania to do zastosowania innego wariantu prawdopodobieństwa warunkowego [2]. W prezentowanym tu podejściu nie jest możliwe inne potraktowanie danych niż rutynowe oszacowanie parametrów rozkładu.



Rys.2. Brzegowy rozkład empiryczny obciążenia śniegiem gruntu, wartości zmierzonych w dniu wystąpienia maksymalnych rocznych prędkości wiatru

Parametry rozkładu Gumbela obu par ciągów pomiarowych są podane w tablicach 2 i 3. Tam, gdzie występują wartości maksymalne roczne powtórzone wyniki z tablicy 1.

Tablica 2. Parametry rozkładu Gumbela wartości maksymalnych rocznych obciążenia śniegiem i prędkości wiatru, średnich 10. minutowych, zmierzonych w tym samym czasie.

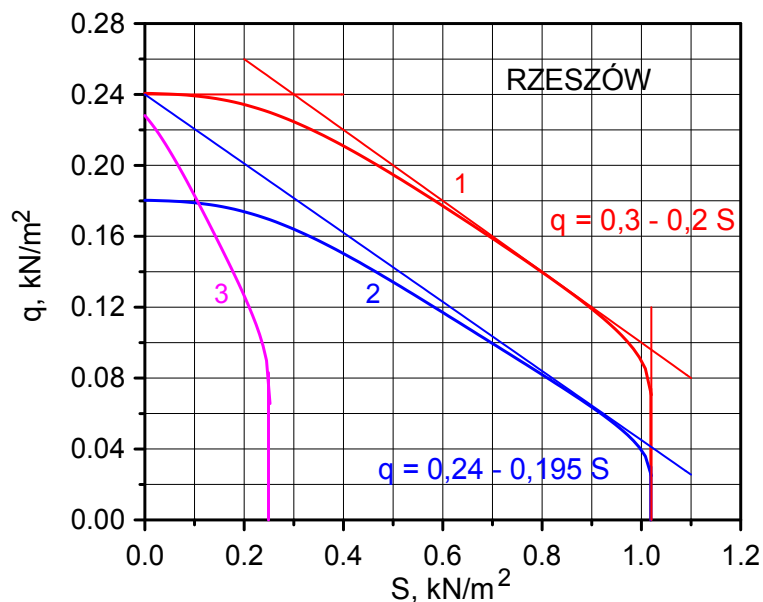
Obciążenie śniegiem		Prędkość wiatru	
$\alpha_s, 1/(kN/m^2)$	$U_s, kN/m^2$	$\alpha_v, 1/(kN/m^2)$	$U_v, kN/m^2$
Kętrzyn			
3,197	0,497	0,503	9,43
Rzeszów			
5,542	0,317	0,519	9,47

Tablica 3. Parametry rozkładu Gumbela wartości maksymalnych rocznych prędkości wiatru, średniej 10. minutowej, i obciążenia śniegiem gruntu z tego samego dnia.

Prędkość wiatru		Obciążenie śniegiem	
α_v	U_v	α_s	U_s
Kętrzyn			
0,725	13,56	12,254	0,0114
Rzeszów			
0,615	13,28	16,527	0,0160

3.4. Wyniki analizy

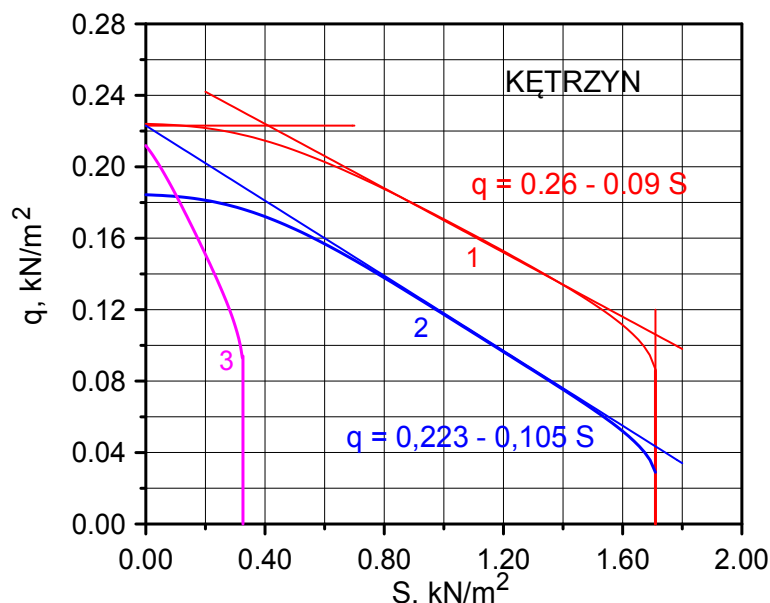
Końcowym wynikiem obliczeń są wykresy współzależności obciążenia śniegiem gruntu i ciśnienia prędkości wiatru, które mogą wystąpić raz na 50 lat. Na rys. 3 i 4 przedstawiono wyniki obliczeń wykonanych na podstawie danych pomiarowych ze stacji meteorologicznych w Rzeszowie i w Kętrzynie.



Rys. 3. Zestawienie współzależności ciśnienia prędkości wiatru i obciążenia śniegiem gruntu, które mogą wystąpić raz na 50 lat w Rzeszowie

Przedstawiono trzy linie. Linia 1 obrazuje obwiednię możliwych sytuacji: przedstawia wartości obciążenia śniegiem gruntu S i ciśnienia prędkości wiatru V , które mogą być przekroczone raz na 50 lat w tym samym roku klimatycznym, lecz nie w tym samym dniu. Linia 2 przedstawia współzależność wartości obciążenia śniegiem gruntu S i ciśnienia prędkości wiatru V oszacowanych na podstawie wartości zmierzonych w czasie dwóch

tygodni centrowanych wokół daty pomiaru maksymalnego obciążenia śniegiem. Linia 3 przedstawia zależność uzyskaną z analizy maksymalnych rocznych prędkości wiatru V , przeliczonych na ciśnienie prędkości q , oraz odpowiadających im wartości S .



Rys. 4. Zestawienie współzależności ciśnienia prędkości wiatru i obciążenia śniegiem gruntu, które mogą wystąpić raz na 50 lat w Kętrzynie

Pierwsza z tych krzywych stanowi granicę, poza którą nie wychodzą dwie krzywe pozostałe. Krzywa trzecia, mimo trudności jej wyznaczenia z powodu wielu zerowych wartości obciążenia śniegiem gruntu, wskazuje, że obciążenie śniegiem, towarzyszące wartości charakterystycznej ciśnienia prędkości wiatru, jest bardzo małe. Z tego samego powodu maksymalna wartość ciśnienia prędkości wiatru, która przy $S = 0$ powinna być taka sama jak według krzywej 1, tymczasem jest mniejsza; bowiem wartość $q = q_k$ wypada przy $S < 0$, co wynika z przebiegu prostej prognozy przy $-\ln(-\ln(F(S))) < 0$ (rys. 2).

Wraz z wartością q_k odczytaną z krzywej pierwszej (przy $S = 0$) miarodajna jest krzywa druga, wyznaczająca współzależność obciążenia śniegiem i towarzyszącej mu prędkości wiatru, nie wcześniej niż tydzień przed i nie później niż tydzień po jego maksymalnej wartości rocznej. Ich koincydencję, w sposób uproszczony, lecz wystarczająco dokładny można przedstawić w postaci stycznej do krzywej 2 wyrażonej wzorem

$$q = q_k - a \cdot S, \quad S \leq S_k, \quad (9)$$

gdzie: a – współczynnik określający spadek ciśnienia prędkości wiatru ze wzrostem obciążenia śniegiem gruntu,

S – obciążenie śniegiem gruntu, kN/m^2

S_k – wartość charakterystyczna obciążenia śniegiem o okresie powrotu 50 lat, kN/m^2

q – ciśnienie prędkości wiatru, wartość średnia dziesięciminutowa, kN/m^2 ,

q_k – wartość charakterystyczna ciśnienia prędkości wiatru o okresie powrotu 50 lat, kN/m^2 .

4. PODSUMOWANIE I UWAGI KOŃCOWE

Przedstawiono metodę oceny jednoczesności oddziaływań śniegu i wiatru na podstawie pomiarów maksymalnego obciążenia śniegiem gruntu i maksymalnej rocznej prędkości wiatru, średniej 10. minutowej z 44 lat obserwacji dwóch stacji meteorologicznych IMGW-

PIB. Jako jednostkowy czas obserwacji przyjęto rok klimatyczny, rozpoczynający się pierwszego października. Przedstawiono współzależności obciążenia śniegiem gruntu i ciśnienia prędkości wiatru o okresie powrotu 50 lat. Podano zależności uproszczone, które mogą być wykorzystane do ustalenia współczynników kombinacyjnych. Podobne obliczenia można wykonać przyjmując inny okres powrotu.

Z wykonanych obliczeń wynikają następujące wnioski:

- wartość charakterystyczna obciążenia wiatrem wchodzi do kombinacji bez wartości charakterystycznej obciążenia śniegiem,
- wartość charakterystyczna obciążenia śniegiem wchodzi do kombinacji z częścią wartości charakterystycznej obciążenia wiatrem, wyznaczonej z wzoru (9) po podstawieniu $S = S_k$,
- możliwe są inne wartości kombinacyjne wyznaczone z wzoru (9).

W przypadku rozpatrywanych stacji, jeżeli $S = S_k$ to wartości ciśnienia prędkości wiatru, średnie 10. minutowe, są następujące: w Rzeszowie $0,04 \text{ kN/m}^2$, co stanowi $0,17q_k$, oraz w Kętrzynie $0,042 \text{ kN/m}^2$, co stanowi $0,19q_k$. Współczynniki liczbowe $0,17$ i $0,19$ (w zaokrągleniu $0,2$ dla obu stacji) można uznać za współczynniki kombinacyjne. Są to wartości mniejsze niż podane w Eurokodzie [1]. Analiza danych z wielu stacji meteorologicznych umożliwi opracowanie wartości współczynników kombinacyjnych do załącznika krajowego do Eurokodu [1].

W artykule wykorzystano wyniki pracy wykonanej w ramach projektu POIG.01.01.02-10-106/0903 koordynowanego przez Politechnikę Łódzką, temat PT1.6 *Ocena ekstremalnych wartości obciążenia śniegiem i wiatrem w diagnostyce konstrukcji*.

Piśmiennictwo

- [1] PN-EN 1990:2002 Eurokod Podstawy projektowania konstrukcji
- [2] Sobolewski A., Żurański J.A.: Jednoczesność obciążenia budowli śniegiem i wiatrem.- XXIX Konferencja Naukowa KILiW PAN i KN PZITB, Krynica 1983
- [3] Żurański J.A.: Sobolewski A.: Obciążenie śniegiem w Polsce. Prace Naukowe Instytutu Techniki Budowlanej, ITB, Warszawa 2009

PROBABILISTIC ANALYSIS OF COINCIDENCE OF SNOW AND WIND ACTIONS

Summary

The paper deals with the probabilistic analysis of coincidence of snow and wind actions on structures. Yearly maxima of ground snow loads and ten minute wind speed have been analysed. The observation year was considered as lasting from 1 October to 30 September. Two kinds of coincidence have been analysed:

- yearly (winter) maxima of ground snow loads and maximum wind speeds registered on the same time (one week before or after the maximum snow load);
- yearly maxima of ten minute mean wind speeds and ground snow loads registered on the same day.

Examples of calculations have been presented using data from two meteorological stations and forty-four years of observations. The border probability distributions have been the Gumbel ones. Their parameters have been estimated using the maximum likelihood method. The combination factors received from calculations differ from those given in Eurocode [1]. The need of processing the data from all meteorological stations in Poland is pointed out. The results would be introduced into National Annex to Eurocode.

**KONSTRUKCJE
BETONOWE**

Lidia BUDA-OŻÓG¹
Katarzyna MATYKA
Agnieszka MATERNIA
Politechnika Rzeszowska

BADANIA DOŚWIADCZALNE WPLYWU STOPNIA ZBROJENIA NA CZĘSTOTLIWOŚCI DRGAŃ WŁASNYCH BELEK

STRESZCZENIE

W niniejszej pracy przedstawiono ocenę wpływu stopnia zbrojenia na zmiany częstotliwości drgań własnych belek żelbetowych. Praca zawiera opis oraz uzyskane wyniki badań statycznych i dynamicznych trzech belek o różnym stopniu zbrojenia i różnej klasie betonu. Badania dynamiczne przeprowadzono dla ośmiu stanów obciążenia i zarysowania belek, po uprzednim odciążeniu belki. W analizowanym paśmie charakterystyki częstotliwościowej wybrano częstotliwości skorelowane z uszkodzeniem elementów i stopniem zbrojenia.

SŁOWA KLUCZOWE: belka żelbetowa, częstotliwości drgań własnych, zarysowanie, obciążenie, stopień zbrojenia.

1. WPROWADZENIE

Prowadzone od ponad 20 lat różne prace badawcze opisane w dostępnej literaturze [1,2,3], jak również prace własne autora pokazują że, zarysowanie elementów żelbetowych powodujące zmianę sztywności giętej, skutkuje zmianami w częstotliwości drgań własnych elementów. Zjawisko to próbuje się wykorzystywać do opracowania procedur diagnostycznych w procesach ciągłego monitorowania stanu konstrukcji. Dotyczy to głównie nowo powstających obiektów o szczególnym znaczeniu takich jak: mosty, stadiony czy różnego rodzaju hale wystawowe. Wraz z rozwojem idei ciągłego monitorowania stanu konstrukcji, prowadzone są różnego rodzaju prace badawcze mające na celu opracowanie odpowiednich i skutecznych metod przydatnych w tym procesie. Dotyczą one zarówno konstrukcji stalowych, żelbetowych oraz murowych.

Dostępność do nowoczesnego narzędzia jakim jest analiza modalna jak również artykuł [4] zainspirowały autorów do przeprowadzenia własnych badań doświadczalnych, mających na celu ocenę wpływu stopnia zbrojenia na zmiany częstotliwości drgań własnych belek żelbetowych. W niniejszym artykule będącym kontynuacją badań opisanych w pracy [5], podjęto próbę powiązania wpływu obciążenia, zarysowania powstałego w wyniku zginania oraz stopnia zbrojenia ze zmianami parametrów modalnych.

¹ lida@prz.edu.pl

Zaproponowana w przeprowadzonych badaniach doświadczalnych procedura diagnostyczna opiera się na analizie dynamicznej odpowiedzi konstrukcji na wymuszenie impulsowe. Odpowiedź ta otrzymywana jest w postaci charakterystyki częstotliwościowej przed uszkodzeniem i po uszkodzeniu.

W opisanych badaniach doświadczalnych, zastosowano klasyczną analizę modalną, w której wymusza się ruch obiektu za pomocą mierzalnej siły oraz mierzy się odpowiedź układu w sieci punktów pomiarowych rozłożonych na badanym obiekcie. Na podstawie zmierzonych sygnałów wymuszających ruch oraz odpowiedzi układu wyznacza się model funkcjonalny w postaci charakterystyk częstotliwościowej, a następnie dokonuje się estymacji parametrów modelu modalnego.

2. BADANE OBIEKTY I METODYKA BADAŃ

2.1. Opis badanych belek żelbetowych

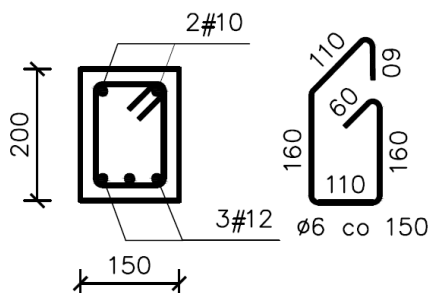
W badaniu wykorzystano trzy belki żelbetowe, długości 3000 mm, szerokości 150 mm i wysokości 200 mm, wykonane z betonu klasy C20/25 i C30/37, zbrojone podłużnie stałą B500SP, średnicy $\phi 12$ mm i $\phi 10$ mm, strzemiona $\phi 6$ mm ze stali St0S. Belki oznaczono w zależności od stopnia zbrojenia i klasy betonu symbolami BI, BII i BIII. Średnie wartości właściwości zastosowanego betonu, określone na trzech próbkach dla każdej partii betonu i zestawiono w tabeli 1.

Tabela 1: Średnia wytrzymałość na ściskanie f_{cm} [MPa], moduł sprężystości E_{cm} [GPa] oraz gęstość objętościowa ρ [kg/m³] dla poszczególnych partii betonu .

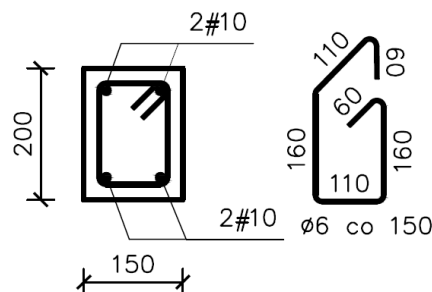
Parametr	BI	BII	B III
Średnia wytrzymałość na ściskanie f_{cm} MPa	49,74	49,74	30,05
Średni moduł sprężystości E_{cm} GPa	34,6	34,6	34,2
Gęstość objętościowa ρ kg/m ³	2735	2735	2204

Przekroje poprzeczne badanych belek oraz stopień zbrojenia badanych elementów przedstawiono na rysunku 1.

Belka BI $\rho=1,3\%$



Belka BII i BIII $\rho=0,6\%$



Rysunek 1: Przekroje poprzeczne badanych belek

Belki podczas całego cyklu badań statycznych i dynamicznych oparte były przegubowo w odległości 10 cm od końców belek.

2.2. Badania statyczne

Badania statyczne przeprowadzono w hali laboratoryjnej Wydziału Budownictwa i Inżynierii Środowiska Politechniki Rzeszowskiej. Obciążenie belki realizowane było za pomocą układu hydraulicznego typu „SCHENCK”. Belkę obciążano tak, aby w środkowym odcinku belki o długości 0,9 m występował stały moment zginający. Sposób obciążania przedstawiono na fotografii 1.



Fotografia 1. Stanowisko do badań statycznych i sposób obciążania belek

Podczas obciążania belki, mierzono wartości ugięcia, odkształcenia włókien górnych oraz wysokość i szerokość powstających rys.

Na skutek wzrastających obciążeń w belkach obserwowano rozwój zarysowania aż do zniszczenia. Zniszczenie w belce BI spowodowane było zmięgnięciem betonu w strefie ściskanej, natomiast w belkach BII i BIII osiągnięciem w zbrojeniu rozciągającym naprężeń granicznych. W badanych belkach wyodrębniono osiem porównywalnych stopni uszkodzenia, które zdefiniowano na podstawie rozwoju zarysowania w chwili obciążenia i po odciążeniu,

oraz funkcji obciążenia. Funkcję obciążenia zdefiniowano jako: $\frac{M}{M_R}$, gdzie: M- moment w chwili obciążenia, M_R - moment niszczący.

Opis rozwoju zarysowania, wartości siły obciążającej wywołującej zarysowanie oraz ugięcie trwałe w chwili obciążenia dla poszczególnych belek, zestawiono odpowiednio w tabelach 2, 3, 4.

Tabela 2: Zarysowanie, ugięcie i wartość funkcji obciążenia dla wybranych etapów uszkodzania belki BI

Stopień uszkodzenia	Ugięcie trwałe	Ugięcie	M/M _R	Opis zarysowania
1	-	-	0	-
2	1,00	3,65	0,18	Mikrorysy, 2 sztuki o szerokości mniejszej niż 0,1 mm.
3	1,78	6,86	0,29	Głębokość rys do 1/2 wysokości belki. Po odciążeniu niewidoczne.
4	2,50	13,85	0,55	Głębokość rys do 1/2 wysokości belki. Po odciążeniu nie do końca zamknięte – widoczne mikrorysy.
5	2,92	19,04	0,75	Głębokość rys do 2/3 wysokości belki. Po odciążeniu nie do końca zamknięte – widoczne mikrorysy.
6	7,93	30,29	0,98	Rysy dominujące 2 sztuki o szer. 0,6 i 0,9 mm Po odciążeniu widoczne rysy dominujące na całej wysokości belki, pozostałe zamknięte lub mikrorysy.
7	22,7	47,29	0,99	Rysy dominujące 5 sztuk o szer. 1,2 - 1,6 mm, po odciążeniu widoczne rysy dominujące na całej wysokości belki szer. 0,6 – 1,2 mm.
8	40,69	66,79	1,00	Rysy dominujące 5 sztuk o szer. 2,5 – 3,0 mm. Długość rys od 1/3 do 3/4 wysokości belki, po odciążeniu widoczne rysy dominujące na całej wysokości belki szer. 1,6 – 2,0 mm. Zniszczenie betonu w strefie ściskanej.

Tabela 3: Zarysowanie, ugięcie i wartość funkcji obciążenia dla wybranych etapów uszkodzania belki BII

Stopień uszkodzenia	Ugięcia trwałe	Ugięcie	M/M _R	Opis zarysowania
1	-	-	0	-
2	0,97	2,85	0,25	Mikrorysy, 2 sztuki o szerokości mniejszej niż 0,1 mm.
3	1,61	4,60	0,32	Rysy głębokości do 1/2 wysokości belki. Po odciążeniu mikrorysy widoczne.
4	2,94	10,94	0,56	Rysy głębokości 1/3 do 2/3 wysokości belki. Po odciążeniu nie do końca zamknięte – widoczne mikrorysy.
5	3,47	15,70	0,78	Rysy głębokości 1/3 do 2/3 wysokości belki. Po odciążeniu 3 rysy dobrze widoczne, reszta – widoczne mikrorysy.
6	9,48	25,39	0,92	Rysy dominujące 2 sztuki o szer. 0,9 i 1,0 mm. Rysy głębokości od 1/3 do 3/4 wysokości belki, Po odciążeniu widoczne 2 rysy dominujące na całej wysokości belki, pozostałe zamknięte.
7	16,52	33,10	0,94	Rysy dominujące 3 sztuki o szer. 1,4 - 1,6 mm. Długość rys od 1/3 do 3/4 wysokości belki. Po odciążeniu widoczne rysy dominujące na całej wysokości belki szer. 0,9 – 1,2 mm.
8	28,38	45,90	1.0	Rysy dominujące 4 sztuki o szer. 2,0 – 3,0 mm. Rysa propagująca do strefy ściskanej. Po odciążeniu widoczne rysy dominujące na całej wysokości belki szer. 1,2 – 1,6 mm.

Tabela 4: Zarysowanie, ugięcie i wartość funkcji obciążenia dla wybranych etapów uszkodzania belki BIII

Stopień uszkodzenia	Ugięcie trwałe	Ugięcie	M/M _R	Opis zarysowania
1	-	-	0	-
2	1,02	2,75	0,22	Mikrorysy o szerokości mniejszej niż 0,1 mm.
3	1,48	3,98	0,30	Głębokość rys do 1/2 wysokości belki, ilość. Po odciążeniu widoczne mikrorysy.
4	2,74	8,41	0,51	Głębokość rys 1/3 do 2/3 wysokości belki. Po odciążeniu nie do końca zamknięte – widoczne mikrorysy.
5	3,19	10,79	0,68	Głębokość rys 1/3 do 2/3 wysokości belki. Po odciążeniu 3 rysy dobrze widoczne, reszta nie do końca zamknięta – widoczne mikrorysy.
6	4,05	20,31	0,98	Rysy dominujące 2 sztuki o szer. 0,9 i 1,0 mm. Głębokość rys od 1/3 do 3/4. Po odciążeniu widoczne 2 rysy dominujące na całej wysokości belki szer. 0,6 – 0,7 mm.
7	6,87	23,54	0,99	Rysy dominujące 2 sztuki o szer. 1,4 - 1,8 mm. Głębokość rys od 1/3 do 3/4 wysokości belki. Po odciążeniu widoczne rysy dominujące na całej wysokości belki szer. 0,9 – 1,2 mm
8	26,80	45,40	1,00	Rysy dominujące 5 szt. szer. 1,6 – 3,0 mm. Po odciążeniu widoczne rysy dominujące szer. 1,4 – 1,6 mm

2.3. Badania dynamiczne

Dla każdej z badanych belek i wybranych ośmiu charakterystycznych stanów rozwoju zarysowania, po odciążeniu belki wykonano badania dynamiczne. Celem badań dynamicznych było wyznaczenie charakterystyk częstotliwościowych, z których odczytano częstotliwości drgań własnych belek.

Badania dynamiczne wykonywano dla różnych etapów zarysowania belek. Wstępny pomiar dynamiczny, pozwolił na wyznaczenie charakterystyki częstotliwościowej, będącej punktem odniesienia dla kolejnych pomiarów dynamicznych. Z analizowanego pasma charakterystyki częstotliwościowej wybrano trzy pierwsze częstotliwości drgań własnych poszczególnych belek. Otrzymane wartości częstotliwości drgań dla poszczególnych etapów pomiarów przedstawiono w tabeli 5.

Tabela 5: Wartości trzech pierwszych częstotliwości drgań własnych belek w zależności od stopnia uszkodzenia

Stopień uszkodzenia	Częstotliwość 1			Częstotliwość 2			Częstotliwość 3		
	BI	BII	BIII	BI	BII	BIII	BI	BII	BIII
1	35,63	34,18	32,86	127,22	122,78	122,84	337,06	325,6	298,24
2	32,98	31,61	30,67	123,40	120,16	121,59	337,06	322,57	295,35
3	32,09	30,76	30,00	119,62	119,89	115,61	331,19	319,75	295,01
4	31,15	29,22	27,82	114,94	115,05	109,54	320,14	315,45	287,73
5	31,02	29,12	27,62	114,76	114,29	105,24	318,23	314,06	284,53
6	27,72	27,14	27,93	119,17	117,41	106,61	292,72	291,39	292,57
7	24,74	25,68	26,62	108,29	115,44	102,17	267,53	274,89	268,63
8	23,71	24,30	24,16	101,59	113,16	98,70	256,82	261,17	252,68

2.4. Analiza obliczeniowa badanych belek

Teoretyczną podstawą prowadzonych rozważań jest równanie dynamiczne ruchu układu w postaci:

$$M \cdot \ddot{x}(t) + C \cdot \dot{x}(t) + Kx(t) = F(t) \quad (1)$$

w którym M , C , K są odpowiednio macierzami mas, tłumienia i sztywności, F jest wektorem siły wymuszającej, \ddot{X} , \dot{X} , X wektory przyspieszeń, prędkości i przemieszczeń. Transformacja Laplace'a obu stron równania przekształca je w równanie ruchu względem zespolonej s do postaci:

$$(M \cdot s^2 + C \cdot s + K) \cdot X(s) = F(s) \quad (2)$$

Dzieląc odpowiedzi konstrukcji przez wymuszenie w dziedzinie Laplace'a i podstawiając: $S = i \cdot \omega$, gdzie ω – częstotliwość drgań, otrzymuje się macierz transformacji widmowej:

$$H(i\omega) = \frac{X(i\omega)}{F(i\omega)} \quad (3)$$

Macierz H o wymiarach $n \times n$, gdzie n oznaczalicybę stopni swobody, zawiera poszczególne funkcje transformacji widmowej.

Analizując powyższe równania łatwo zauważyć że im większa dyskretyzacja charakterystyk układu z uwzględnieniem zmiennej sztywności w procesie zarysowania, tym większa zgodność otrzymywanych wyników obliczeniowych z doświadczalnymi.

Pierwszą częstość drgań swobodnych badanych belek, przyjmując stałą sztywności i masę skupioną w środku rozpiętości, można w przybliżeniu oszacować z wzoru:

$$\omega = 1,33 \cdot \sqrt{\frac{EJ}{l^3 \cdot m}} = 43,6 \text{ Hz} \quad (4)$$

gdzie: EJ -sztywność giętna w stanie nie zarysowanym,

l - rozpiętość,

m - mas belki skupiona w środku rozpiętości

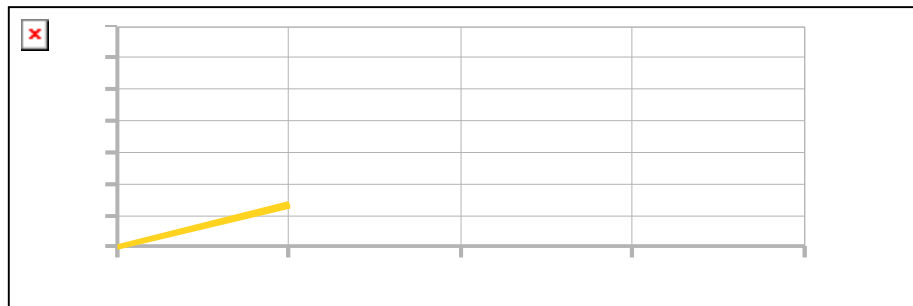
W celu otrzymania większej zgodności wyników obliczeń i badań doświadczalnych, przeprowadzono obliczenia numeryczne w programie ADINA, wykorzystującym metodę elementów skończonych. Przykładowe otrzymane częstotliwości drgań własnych belki BI dla wybranych stanów uszkodzenia (1, 4, 5 i 8) zestawiono w tabeli 6.

Tabela 6: Obliczone wartości wybranych częstotliwości drgań oraz ich procentowe dla belki BI

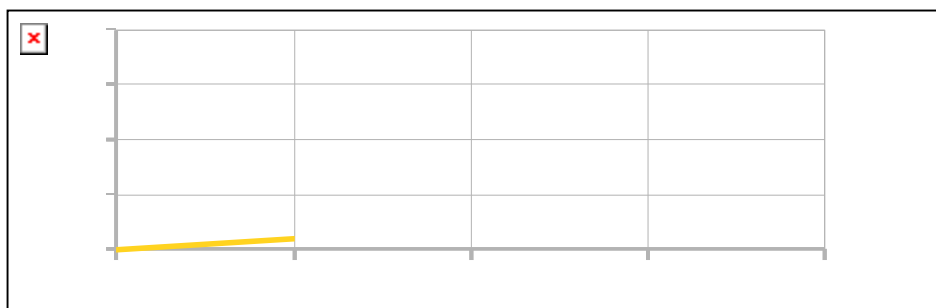
Stopień uszkodzenia	Wybrane częstotliwości i ich zmiany w %					
	Częstotliwość 1		Częstotliwość 2		Częstotliwość 3	
	f [Hz]	Δf [%]	f [Hz]	Δf [%]	[Hz]	Δf [%]
1	38,5	0,0	138,2	0,0	262,1	0,0
3	35,6	7,5	126,5	8,5	249,5	4,8
5	32,9	14,5	116,8	15,5	236,9	9,6
8	29,3	23,9	104,5	24,4	236,0	10,0

3. ANALIZA WYNIKÓW BADAŃ

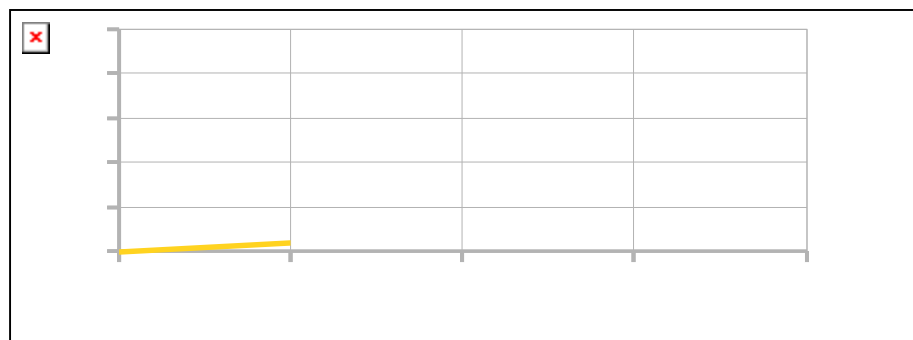
W celu porównania pomierzonych częstotliwości drgań badanych belek żelbetowych, obliczono procentowe zmiany ich wartości w odniesieniu do pomiaru początkowego (belka nie uszkodzona). Wykresy 2, 3, 4 ilustrują zmiany procentowe trzech wybranych częstotliwości drgań belki w funkcji obciążenia.



Rysunek 2: Zmiany pierwszej częstotliwości drgań własnych belek



Rysunek 3: Zmiany drugiej częstotliwości drgań własnych belek



Rysunek 4: Zmiany trzeciej częstotliwości drgań własnych belek

Analizując przedstawione wykresy można zauważyć że, pojawienie się rys w zginanej belce żelbetowej sygnalizowane jest przez zmiany procentowe częstotliwości, wynoszące w chwili zarysowania do 7% i są one zbliżone dla wszystkich badanych belek. Po przekroczeniu fazy I pracy belek żelbetowych w zmianach częstotliwości 1 i 3 następuje wyraźna stabilizacja. Kolejne istotne zmiany częstotliwości 1 i 3 drgań własnych belek widoczne są bezpośrednio przed kształtowaniem się rysy dominującej, dla M/M_R wynoszącego około 0.75– pomiar 5. Obserwowane zmiany częstotliwości pierwszej w chwili kształtowania się rys dominujących uzależnione są od klasy betonu i stopnia zbrojenia, wynosząc odpowiednio: od 15% dla belki BIII do 21% dla belek BI i BII .

Zaobserwowane zmiany częstotliwości 2 mają nieco inny charakter, są równomiernie narastające w całym procesie rozwoju zarysowania. Charakterystyczne dla wszystkich badanych belek jest załamanie w zmianach częstotliwości 2, podczas pomiaru 6 jest to pomiar po powstaniu rys dominujących o szerokościach do 0.5mm po odciążeniu. Obliczone zmiany

częstotliwości pierwszej i trzeciej dla belki słabo zbrojonej BIII są mniejsze niż w przypadku belek BI i BII. Otrzymane z symulacji numerycznych zmiany procentowe częstotliwości pierwszej i drugiej dla poszczególnych stopni uszkodzenia są zbliżone do uzyskanych doświadczalnie. Przykładowo dla częstotliwości pierwszej po zarysowaniu wynoszą 7.5 %, a w chwili kształtowania się rys dominujących 14,5%. Dla częstotliwości trzeciej nie uzyskano zgodności symulacji numerycznych z badaniami doświadczalnymi.

4. WNIOSKI

Na podstawie przeprowadzonych badań z wykorzystaniem klasycznej analizy modalnej stwierdzono, że nie zauważa się istotnych różnic między zachowaniem się belek słabo i silnie zbrojonych w zmianach częstotliwości 2 i 3. Niewielki wpływ stopnia zbrojenia widoczny jest w zmianach pierwszej częstotliwości drgań własnych. W belce BIII, wykonanej z betonu C20/25, o stopniu zbrojenia $\rho = 0.6\%$, częstotliwość drgań zmienia się bardziej płynnie w całym zakresie obciążenia i zaobserwowane zmiany są mniejsze, niż w przypadku belki BI wykonanej z betonu C30/37, o stopniu zbrojenia $\rho = 1.3\%$.

Istnieje związek pomiędzy procentowymi zmianami częstotliwości rezonansowych a stopniem zarysowania belek. Otrzymane zmiany częstotliwości w przeprowadzonych badaniach, jak również opisane w pracy [1], [4],[5] nie są duże i wynoszą od 7% w chwili zarysowania do 20% w chwili kształtowania się rys dominujących. Uwzględniają ponadto fakt niejednorodności betonu, który wpływała na parametry modalne, zaproponowana metoda diagnozowania stanu belek na podstawie zmiany częstotliwości drgań własnych, nie zależnie od stopnia zbrojenia, wydaje się być mało efektywna i trudna do zastosowania w rzeczywistych konstrukcjach.

Piśmiennictwo

- [1] W. Ren, G. De Roeck, Structural Damage Identification using Modal Data, Journal of Structural Engineering, 1: 87-104, 2002.
- [2] B. F. Vestroni, D. Capecchi, Damage Detection in Beam Structures Based on Frequency Measurements, Journal of Engineering Mechanics, 7:761-768, 2000.
- [3] S.A. Neil, M.S. Williams, P.D. McFadden, Nonlinear Vibration Characteristics of Damage Concrete Beams, Journal of Structural Engineering, 2: 260-267, 2003.
- [4] J. Grosel, M. Musiał, A. Ubysz, Z. Wójcicki – Badania doświadczalne wpływu historii obciążenia na częstotliwości drgań własnych belek żelbetowych, Inżynieria i Budownictwo, 12,: 714-717, 2010.
- [5] L. Buda-Ożóg, Diagnostyka stanu technicznego elementów z betonu metodami dynamicznymi, praca doktorska. Politechnika Rzeszowska, 2008.

EXPERIMENTAL RESEARCH OF REINFORCEMENT EFFECTS ON BEAMS NATURAL FREQUENCIES

Summary

The paper discusses reinforcement effects on changes of natural frequencies of reinforced concrete (RC) beams. The objects of research were three (RC) beams of different reinforcement and made of different concrete class. Testing of beams included both static and dynamic tests. A series of step loaded static tests was aimed to produce successive damage to the beams. On the basis of the obtained results an attempt was made to correlate the damage and reinforcement effects with natural frequencies changes.

Michał GŁOWACKI¹
Politechnika Warszawska, Wydział Inżynierii Lądowej
Marian ABRAMOWICZ²
Szkoła Główna Służby Pożarniczej, Warszawa
Robert KOWALSKI³
Politechnika Warszawska, Wydział Inżynierii Lądowej

BADANIA WPLYWU WYSOKIEJ TEMPERATURY NA SZTYWNOŚĆ BELEK ŻELBETOWYCH

STRESZCZENIE

W referacie przedstawiono wyniki badań 24 belek żelbetowych narażonych na działanie wysokiej temperatury od strony rozciąganej lub ściskanej strefy przekroju. Ogrzewanie przeprowadzono pod działaniem stałego obciążenia, wynoszącego 50 albo 70% siły niszczącej, zapewniającego stałą wartość momentu zginającego w środkowej ogrzewanej części belki. Zastosowano dwa stopnie zbrojenia: 0,44 albo 1,13%. W pracy przeanalizowano względne obniżenie sztywności przekroju belek, spowodowane ogrzewaniem. W przypadku, gdy na działanie wysokiej temperatury była narażona strefa rozciągana, sztywność przekroju obniżała się znacznie już w początkowej fazie ogrzewania. W przypadku ogrzewania strefy ściskanej, sztywność przekroju początkowo się nie zmieniała. Dopiero po stosunkowo długim czasie ogrzewania występowało radykalne obniżenie sztywności.

SŁOWA KLUCZOWE: sztywność, belki, żelbet, pożar, wysoka temperatura

1. WPROWADZENIE

Nośność przekrojów elementów żelbetowych narażonych na warunki pożarowe zmniejsza się na skutek obniżenia wartości cech mechanicznych betonu i stali zbrojeniowej [1, 2]. W wyniku dostatecznie długiego działania wysokiej temperatury na elementy statycznie wyznaczalne prowadzi to do ich zniszczenia. W przypadku konstrukcji statycznie niewyznaczalnych – do wystąpienia wtórnego schematu statycznego lub redystrybucji sił wewnętrznych [3-8].

W wieloprzęsłowych elementach zginanych narażonych od spodu na działanie pożaru, w przekrojach przęsłowych ogrzewana jest strefa rozciągana, a w przekrojach podporowych ściskana. Wiadomo, iż w wyniku działania wysokiej temperatury sztywność przekrojów przęsłowych obniża się znacznie szybciej niż przekrojów podporowych [3, 5, 7, 8]. Prowadzi to do „podnoszenia się” wykresu momentów zginających. Adekwatne ilościowe określenie

¹ m.glowacki@il.pw.edu.pl

² mabramowicz@sgsp.edu.pl

³ r.kowalski@il.pw.edu.pl

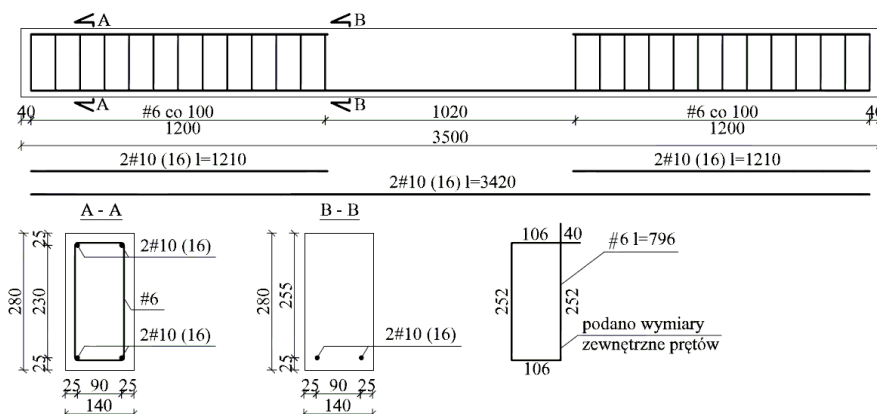
obniżenia sztywności poszczególnych przekrojów ma zatem kluczowe znaczenie z punktu widzenia obliczeniowego prognozowania zachowania się statycznie niewyznaczalnych elementów żelbetowych narażonych na warunki pożarowe.

W referacie przedstawiono opis i wyniki badań eksperymentalnych mających na celu określenie obniżenia sztywności wyteżonych przekrojów zginanych elementów żelbetowych w przypadku, gdy na działanie wysokiej temperatury jest narażona albo tylko strefa rozciągana, albo tylko ściskana.

2. OPIS BADAŃ

2.1. Elementy

Przygotowano 30 belek żelbetowych o przekroju prostokątnym 140 x 280 mm, długości 3500 mm, z czego 24 przeznaczono do badań w wysokiej temperaturze, a 6 do badań wstępnych w temperaturze pokojowej. Wszystkie belki wykonano z betonu klasy C25/30 z kruszywem żwirowym (krzemianowym). Zbrojenie główne stanowiły dwa pręty o średnicy 10 albo 16 mm (stopień zbrojenia $\rho_1=0,44$, albo 1,13%) wykonane ze stali gatunku B500SP. Zbrojenie poprzeczne w rozstawie 100 mm, z prętów o średnicy 6 mm ze stali St500b, zastosowano wyłącznie w strefach przypodporowych. We wszystkich belkach otulinę przyjęto w ten sposób, aby środek ciężkości zbrojenia rozciąganego znajdował się w odległości 25 mm od lica elementu. Wymiary oraz sposób zbrojenia belek przedstawiono na (rys. 1).

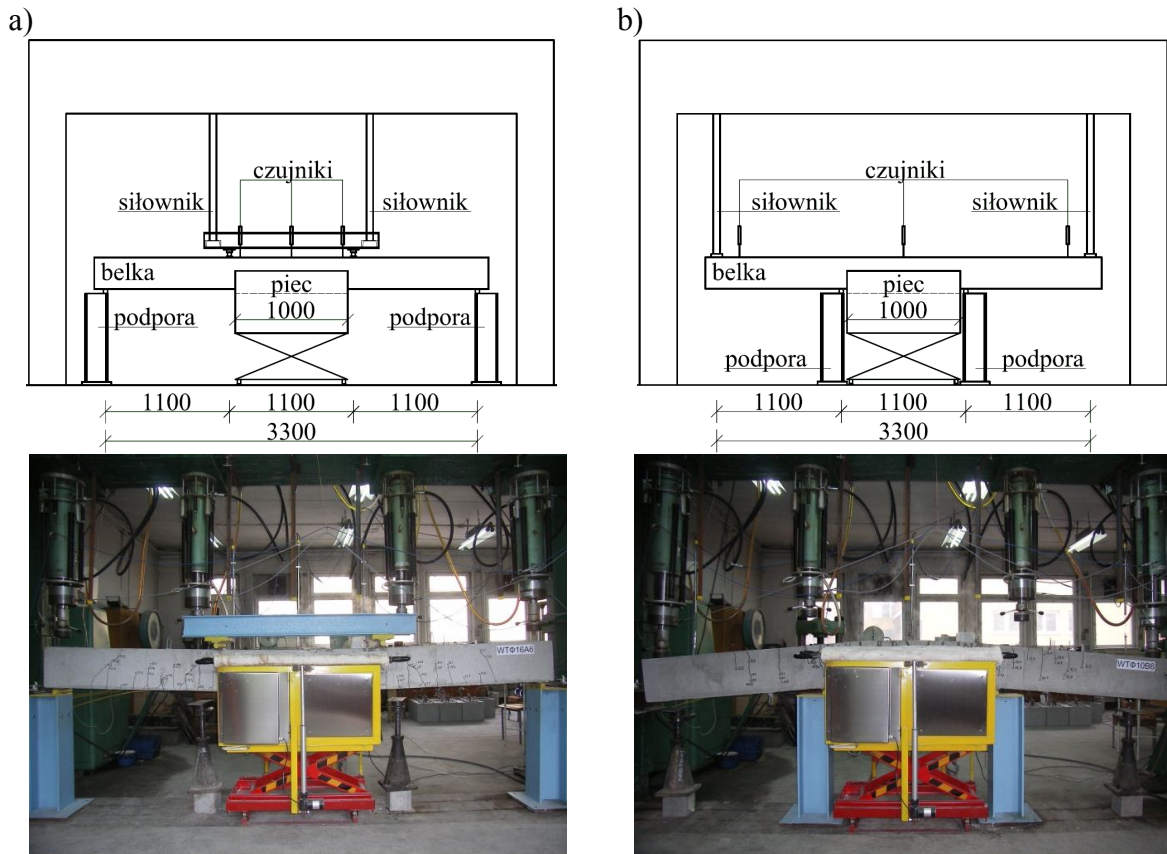


Rys.1. Wymiary i zbrojenie badanych belek

2.2. Przebieg badań

Zastosowano dwa schematy statyczne zapewniające stałą wartość momentu zginającego w środkowej części belki, która w obu przypadkach była ogrzewana od spodu. W pierwszym schemacie (rys. 2a) belkę podparto swobodnie na końcach i obciążono dwoma siłami skupionymi usytuowanymi w 1/3 rozpiętości. W drugim (rys. 2b) belkę odwrócono, podpory umieszczono w 1/3 rozpiętości, a obciążenie przyłożono na końcach. W ten sposób, w identycznym schemacie statycznym, działaniu wysokiej temperatury poddano strefę ściskaną przekroju.

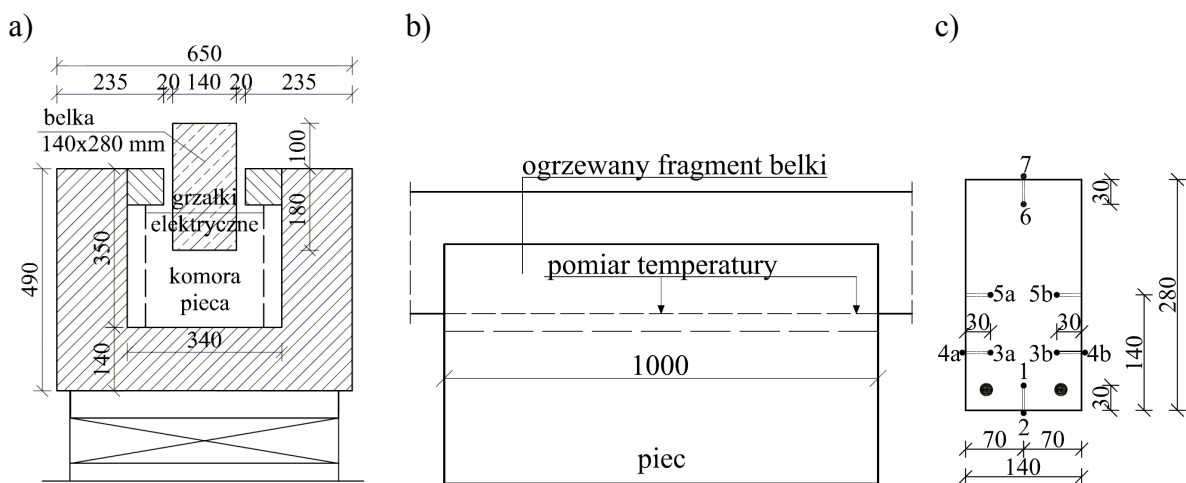
Badania w wysokiej temperaturze przeprowadzono pod działaniem stałego obciążenia wynoszącego 50 albo 70% wartości siły niszczącej, określonej eksperymentalnie w temperaturze pokojowej. W sumie w wysokiej temperaturze przeprowadzono zatem badania ośmiu serii belek składających się z trzech jednakowych elementów (2 schematy x 2 stopnie zbrojenia x 2 poziomy wyteżenia).



Rys. 2. Schemat oraz wygląd stanowiska badawczego: a) ogrzewana strefa rozciągana, b) ogrzewana strefa ściskana

Przed przystąpieniem do badań w wysokiej temperaturze każdą belkę ośmiokrotnie obciążono i odciążano do założonego poziomu wyężenia. W ten sposób zasymulowano działanie obciążenia quasi-stalego.

Następnie pod obciążoną belką wsuwano piec rozgrzany do temperatury 400°C , która w czasie wynoszącym około 60 minut wzrastała do 850°C . Badanie polegało na ogrzewaniu dolnej strefy środkowego odcinka belki pod stałym obciążeniem. Mierzono wtedy czas ogrzewania, ugięcie belki oraz temperaturę w wybranych miejscach. Na (rys. 3) przedstawiono usytuowanie belki w przekroju komory pieca oraz rozmieszczenie punktów pomiaru temperatury.

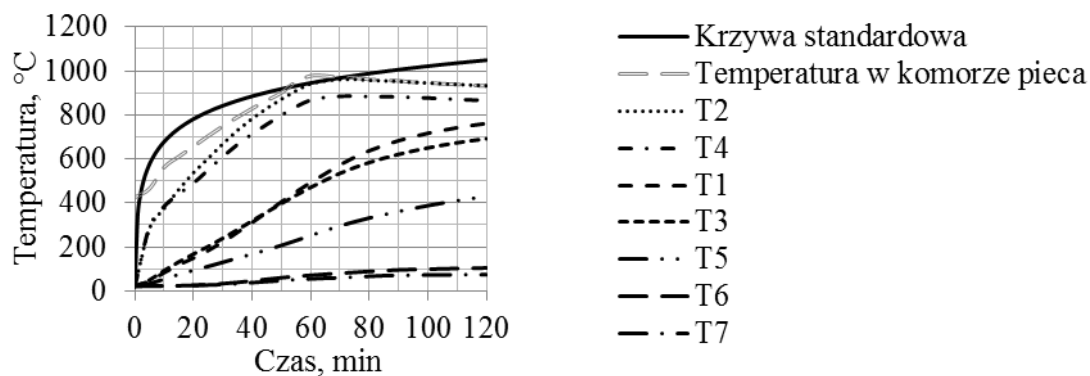


Rys. 3. a) Usytuowanie belki w przekroju komory pieca, b) usytuowanie przekrojów, w których mierzono temperaturę, c) rozmieszczenie termopar w przekroju belki

3. WYNIKI BADAŃ

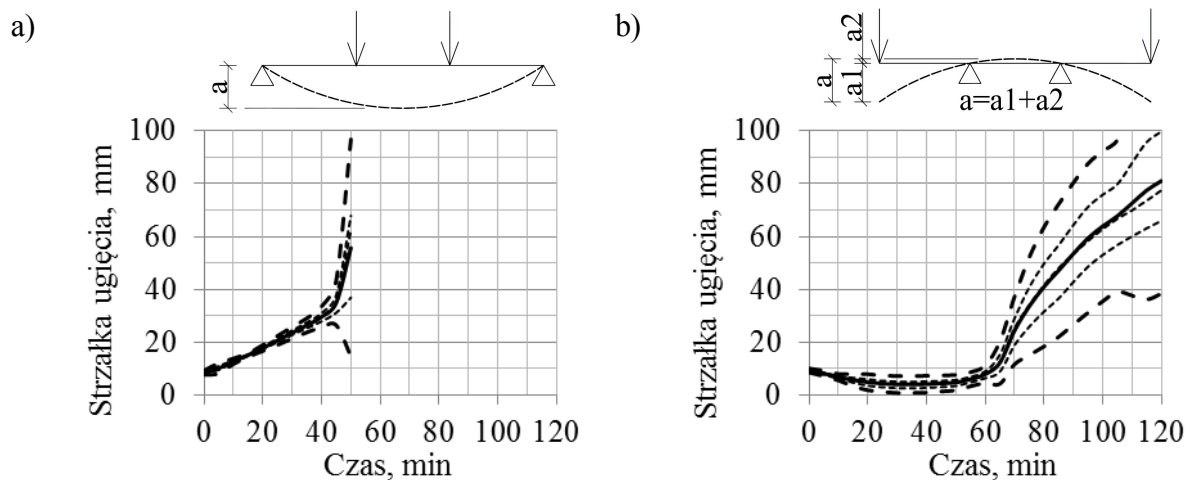
Badanie belek z ogrzewaną strefą rozciąganą prowadzono aż do zniszczenia, które nastąpiło po upływie 40-50 minut. Belki z ogrzewaną strefą ścisną wykazywały większą odporność na działanie wysokiej temperatury. Ostatecznie nie zostały one zniszczone podczas założonego cyklu ogrzewania, trwającego dwie godziny.

Na (rys. 4), na tle krzywej standardowego przebiegu pożaru, przedstawiono przykładowo wykresy wzrostu temperatury w środkowym przekroju belki. Podane wartości są średnimi arytmetycznymi z wyników pomiarów uzyskanych w trzech jednakowych belkach (stopień zbrojenia $\rho_l=0,44\%$, ogrzewana strefa ścisną, wyężenie 50% siły niszczącej). W pozostałych przypadkach wzrost temperatury w poszczególnych punktach pomiaru był bardzo podobny.



Rys. 4. Wykresy wzrostu temperatury w środkowym przekroju belki i w komorze pieca

Na (rys. 5) podano przykładowo wykresy ugięć trzech belek o stopniu zbrojenia 0,44% wyężonych do poziomu 50% wartości siły niszczącej, z ogrzewaną strefą rozciąganą lub ścisną.

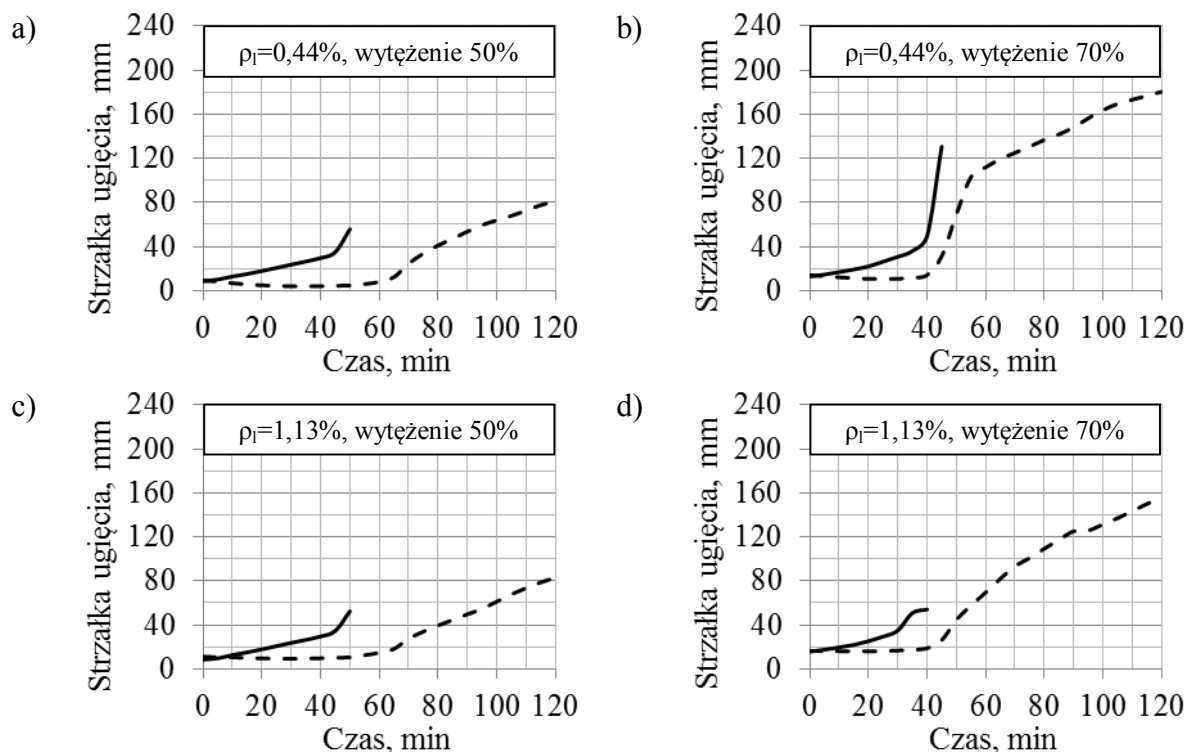


Rys. 5. Wykresy strzałki ugięcia elementu o stopniu zbrojenia $\rho_l=0,44\%$ i wyężeniu 50%: a) ogrzewana strefa rozciągana, b) ogrzewana strefa ścisną

Cienkimi liniami przerywanymi oznaczono wyniki poszczególnych badań. Grubą linią ciągłą – średnią arytmetyczną z tych wyników, a grubymi liniami przerywanymi – granice przedziału ufności obliczone przy założeniach: rozkład t-Studenta, poziom ufności 0,95, liczebność próby $n=3$. W przypadku belek z ogrzewaną strefą ścisną podana strzałka ugięcia jest sumą wyniku pomiaru czujnikiem umieszczonym w środku belki i średniej

arytmetycznej z wyników pomiaru czujnikami umieszczonymi pod siłami. Przedstawione wykresy wskazują, iż powtarzalność wyników, przynajmniej w pierwszych 60 minutach ogrzewania była dobra. Wyniki pozostałych badań były podobnie powtarzalne.

Na (rys. 6) przedstawiono wykresy średniego ugięcia uzyskane we wszystkich seriach badanych belek.



Rys. 6. Wyniki badań: a) $\rho_f=0,44\%$, wyciążenie 50%, b) $\rho_f=0,44\%$, wyciążenie 70%, c) $\rho_f=1,13\%$, wyciążenie 50%, d) $\rho_f=1,13\%$, wyciążenie 70%; linia ciągła - ogrzewana strefa rozciągana, linia przerywana - ściskana

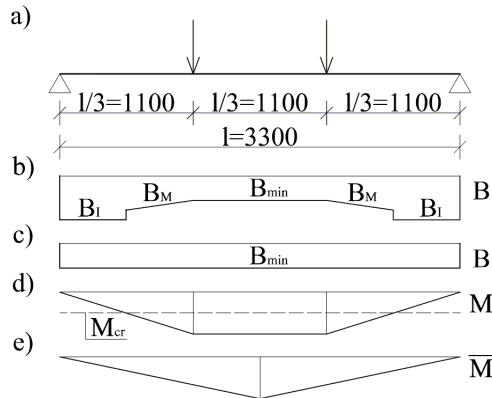
4. ANALIZA WYNIKÓW

W belkach z ogrzewaną strefą rozciąganą wystąpił istotny wzrost ugięcia. Początkowo był on w przybliżeniu liniowy, po czym następowała faza zniszczenia. W wyniku wzrostu temperatury zbrojenia sztywność przekroju istotnie się zmniejszała. Było to spowodowane znacznym wydłużeniem prętów, w których odkształcenie powstałe na skutek działania obciążenia „sumowało się” ze swobodnym wydłużeniem termicznym stali.

W belkach z ogrzewaną strefą ściskaną przez czas, po upływie którego belki z ogrzewanym zbrojeniem zostały zniszczone nie notowano wzrostu ugięcia, a w niektórych przypadkach nawet się ono zmniejszało. Działo się tak na skutek wydłużenia się włókien ściskanej strefy przekroju, spowodowanego swobodną odkształcalnością termiczną betonu. Wpływ tej odkształcalności okazał się zatem większy od wpływu zjawiska pełzania termicznego betonu (tzw. „transient creep” lub „load induced thermal strain”, [2-5]). Nie jest to zaskakujące, ponieważ naprężenia występujące w strefie ściskanej przekroju nie były zbyt duże. W początkowej fazie ogrzewania uśrednione naprężenie występujące w strefie ściskanej betonu można oszacować na około: 6-14 MPa, w zależności od rozpatrywanego przypadku. Ugięcie belek zaczynało radykalnie rosnać dopiero po upływie około 40-60 minut, gdy temperatura betonu strefy ściskanej wynosiła około 400-600°C.

Na podstawie ugięcia belki można oszacować sztywności jej przekroju. Wiadomo, iż w przypadku elementu żelbetowego sztywność przekroju zależy od wartości działającego na niego momentu zginającego i jest istotnie mniejsza, gdy przekrój jest zarysowany (rys. 7b).

W praktyce podczas obliczania ugięć elementów żelbetowych często przyjmuje się jednak w uproszczeniu (np. wg [9]) stałą sztywność przekroju na całej długości elementu, równą wartości minimalnej określonej w miejscu występowania maksymalnego momentu zginającego. Do dalszych analiz przyjęto zatem w uproszczeniu stały rozkład sztywności na całej długości rozpatrywanego elementu (rys. 7c).



Rys. 7. a) Schemat statyczny badanego elementu, b) wykres rzeczywistej sztywności, c) wykres sztywności przyjętej w obliczeniach, d) wykres momentów zginających od obciążenia dwiema siłami skupionymi, e) wykres momentów zginających od siły jednostkowej umieszczonej w środku rozpiętości
 B_I - sztywność elementu niezarysowanego (faza I),
 B_{min} - sztywność minimalna występująca na środkowym odcinku,
 B_M - sztywność w zależności od momentu zginającego,
 M_{cr} - moment rysujący

W przypadku zastosowanego schematu statycznego ugięcie belki w temperaturze pokojowej (przed rozpoczęciem ogrzewania) można obliczyć ze wzoru:

$$a_{t=0} = \int_0^l \frac{M\bar{M}}{B} dx = 2 \int_0^{\frac{l}{3}} \frac{M\bar{M}}{B_{t=0}} dx + \int_{\frac{l}{3}}^{\frac{2l}{3}} \frac{M\bar{M}}{B_{t=0}} dx = \frac{1}{27} \frac{M_{max}}{B_{t=0}} l^2 + \frac{5}{72} \frac{M_{max}}{B_{t=0}} l^2 = \frac{23}{216} \frac{M_{max}}{B_{t=0}} l^2 \quad (1)$$

w którym: M_{max} – maksymalna wartość momentu zginającego, $B_{t=0}$ – sztywność belki w temperaturze pokojowej, l – rozpiętość elementu.

W badanych belkach ogrzewany był jedynie ich środkowy odcinek. Można zatem przyjąć, iż pierwszy składnik wzoru (1) pozostawał stały przez całe badanie, podczas gdy drugi zmieniał swoje wartości w zależności od sztywności przekroju ogrzanego do wysokiej temperatury (B_t). Ugięcie belki ogrzewanej można zatem obliczyć ze wzoru:

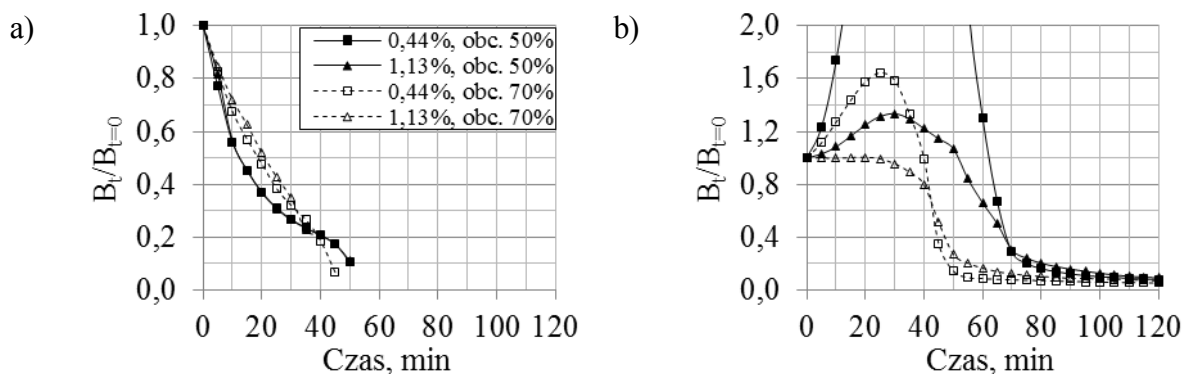
$$a_t = 2 \int_0^{\frac{l}{3}} \frac{M\bar{M}}{B_{t=0}} dx + \int_{\frac{l}{3}}^{\frac{2l}{3}} \frac{M\bar{M}}{B_t} dx = \frac{1}{27} \frac{M_{max}}{B_{t=0}} l^2 + \frac{5}{72} \frac{M_{max}}{B_t} l^2 \quad (2)$$

Po przekształceniu zależności (1) i (2) względne obniżenie sztywności środkowego, ogrzewanego odcinka belki można określić ze wzoru:

$$\frac{B_t}{B_{t=0}} = \frac{15}{23 \left(\frac{a_t}{a_{t=0}} \right) - 8} \quad (3)$$

Na (rys. 8) przedstawiono wykresy względnego obniżenia sztywności przekroju rozgrzanego do wysokiej temperatury, w zależności od czasu ogrzewania. Wartości odłożone

na osi pionowej obliczono ze wzoru (3), do którego wstawiono ugięcia określone eksperymentalnie, zaczerpnięte z wykresów podanych na (rys. 6).



Rys. 8. Wykresy względnego obniżenia sztywności przekroju: a) ogrzewana strefa rozciągana, b) ogrzewana strefa ściskana (legenda umieszczona na rys. a obowiązuje także na rys. b)

We wszystkich przypadkach belek z ogrzewaną strefą rozciąganą zaobserwowano istotne obniżenie sztywności. Względna wartość tego obniżenia nie była zależna od stopnia zbrojenia belek. Zależała ona natomiast od ich wyężenia. W belkach mniej wyężonych (50% siły niszczącej) już po około 12 minutach ogrzewania nastąpiło dwukrotne obniżenie sztywności. W belkach bardziej wyężonych (70% siły niszczącej) względne obniżenie sztywności o połowę nastąpiło nieco później, po około 20 minutach ogrzewania. Prawidłowość ta jest konsekwencją większej wartości ugięcia belek bardziej wyężonych, występującego w temperaturze pokojowej.

Jak już wspomiano wyżej ugięcia belek z ogrzewaną strefą ściskaną, w początkowej fazie ogrzewania nieznacznie malały (lub pozostawały w przybliżeniu stałe). W związku z tym wartości oszacowane ze wzoru (3) wzrastały. Względny wzrost oszacowanej w ten sposób sztywności przekroju był tym większy, im mniejsze były naprężenia w betonie strefy ściskanej przekroju. Potwierdza to prawidłowość, iż beton ogrzewanej strefy ściskanej rozszerzał się na skutek swojej swobodnej odkształcalności termicznej, „skracając się jednocześnie” na skutek wpływu wyężenia (load induced thermal strain, [2-5]).

Następnie, po czasie ogrzewania wynoszącym 40 minut – w przypadku większego wyężenia lub 60 minut – w przypadku mniejszego, występował systematyczny wzrost ugięcia badanych belek. Było to spowodowane znacznym przyrostem odkształceń (skrócenia) betonu strefy ściskanej, rozgrzanego do temperatury w przedziale od około 400 do około 600°C. W konsekwencji na wykresach podanych na (rys. 8b) wystąpiło gwałtowne względne obniżenie sztywności przekroju, która do końca badania utrzymywała się na w przybliżeniu stałym niskim poziomie. Należy jednak zauważyć, iż radykalne obniżenie sztywności przekroju z ogrzewaną strefą ściskaną następowało dopiero po czasie, po upływie którego przekroje z ogrzewaną strefą rozciąganą zostały zniszczone.

5. PODSUMOWANIE

W belkach, w których na działanie wysokiej temperatury była narażona strefa rozciągana, na skutek ogrzewania obserwowano istotne obniżenie sztywności przekroju. Było to spowodowane znacznym wydłużeniem prętów, w których odkształcenie powstałe w wyniku działania obciążenia „sumowało się” ze swobodnym wydłużeniem termicznym stali.

W belkach, w których na działanie wysokiej temperatury była narażona strefa ściskana, w początkowej fazie ogrzewania „włókna” strefy ściskanej przekroju wydłużały się. Było to

spowodowane swobodną odkształcalnością termiczną betonu, której wpływ był większy od wpływu odkształceń betonu spowodowanych obciążeniem (load induced thermal strain). Z praktycznego punktu widzenia takie zachowanie się przekroju z ogrzewana strefą ściskaną można interpretować jako podwyższenie jego sztywności.

Wyniki przeprowadzonych badań mogą stanowić potwierdzenie prawidłowości, iż w wieloprzęsłowych elementach żelbetowych narażonych od spodu na działanie pożaru należy się spodziewać redystrybucji momentów zginających polegającej na zmniejszeniu się momentów przęsłowych i zwiększeniu momentów podporowych.

Piśmiennictwo

- [1] PN-EN 1992-1-2:2008. Eurokod 2: Projektowanie konstrukcji z betonu. Część 1-2: Reguły ogólne - Projektowanie z uwagi na warunki pożarowe.
- [2] fib Bulletin 38/2007. Fire design for concrete structures – materials, structures and modelling.
- [3] fib Bulletin 46/2008. Fire design of concrete structures – structural behaviour and assessment.
- [4] Kordina K.: Design of concrete buildings for fire resistance. Chapter 6 in: Structural concrete. Textbook on behaviour, design and performance. Second edition. Vol. 4. fib bulletin 54. 2010.
- [5] Kowalski R.: Obliczeniowa ocena nośności zginanych elementów żelbetowych w sytuacji pożaru. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa, 2008.
- [6] Kowalski R.: Projektowanie konstrukcji budowlanych na warunki pożarowe. Budownictwo i Inżynieria Środowiska. Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej, Zeszyt 58, nr 3/2011/I, s.155-172
- [7] Kowalski R., Urbański M.: Redistribution of bending moments in multi-span R/C beams and slabs subjected to fire. 7th International Conference AMCM, Kraków 2011, p. 325-326.
- [8] Scott R. H., Whittle R. T.: Moment redistribution effects in beams. *Magazine of Concrete Research*, 2005, 57, No. 1, February, 9-20.
- [9] PN-EN 1992-1-1;2008. Eurokod 2: Projektowanie konstrukcji z betonu. Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków.

Badania przeprowadzono dzięki finansowaniu w ramach projektu badawczego własnego MNiSzW (obecnie NCN) nr N N506 431236, pt. "Wpływ zmniejszenia sztywności elementów zginanych na bezpieczeństwo konstrukcji żelbetowych w sytuacji pożaru".

EXPERIMENTAL APPROACH TO HIGH TEMPERATURE INFLUENCE ON REINFORCED CONCRETE BEAMS STIFFNESS

Summary

The paper presents the results of twenty-four reinforced concrete beams subjected to high temperature in tensioned or compressed zone. The beams were heated under a constant load amounting to 50 or 70% of destructive force, which ensured a constant value of bending moment in the centre part of heated beams. Two types of reinforcement ratio were used: 0.44 and 1.13%. The work analysed relative stiffness decrease of heated cross-section of beams. In the case when tensioned zone was heated, stiffness decreased significantly already during the initial phase of heating. On the other hand, when the compressed zone was heated, stiffness did not change during the initial phase but as the time passed a radical decrease of stiffness was observed.

Barbara GOSZCZYŃSKA¹
Grzegorz ŚWIT²
Wiesław TRAMPCZYŃSKI³
Aleksandra KRAMPIKOWSKA
Justyna TWORZEWSKA
Paweł TWORZEWSKI
Politechnika Świętokrzyska w Kielcach

ZASTOSOWANIE METODY EMISJI AKUSTYCZNEJ DO ANALIZY PROCESU ZARYSOWANIA BELEK ŻELBETOWYCH

STRESZCZENIE

Celem pracy jest weryfikacja eksperymentalna możliwości zastosowania metody emisji akustycznej do analizy procesu rozwoju rys w elementach żelbetowych. Metoda ta (IADP) oparta jest na pomiarze sygnałów emisji akustycznej towarzyszących procesom destrukcyjnym powstającym pod wpływem działania obciążenia i ich porównaniu z bazą sygnałów wzorcowych utworzoną w warunkach laboratoryjnych. Była ona prezentowana w pracach [3,4,5,7,8], a w pracach [5,7] przedstawiono jej weryfikację w zakresie identyfikacji i lokalizacji rys, mierząc sygnały emisji i jednocześnie rejestrując odkształcenia powierzchni bocznej obciążanej belki żelbetowej przy pomocy skanera optycznego 3D (Aramis). W niniejszej pracy przedstawiono wyniki analizy zarysowania na kolejnych etapach procesu obciążania - do zniszczenia - belek żelbetowych. Na podstawie przedstawionych wyników pomiarów można wnioskować, że metoda IADP pozwala nie tylko na właściwą identyfikację i lokalizację rys aktywnych (rozwijających się), ale także ich wczesne zarejestrowanie, co może zostać wykorzystane do monitoringu stanu technicznego konstrukcji.

SŁOWA KLUCZOWE: monitoring, emisja akustyczna, weryfikacja, żelbet, proces powstawania rys

1. WSTĘP

Występowanie rys jest nierozdzielnie związane z „pracą” konstrukcji żelbetowych, gdyż jest naturalną odpowiedzią betonu na wywołany w nim stan odkształcenia. Analiza postępu procesu zarysowania jest szczególnie ważna, gdyż w znacznej mierze od niego zależy trwałość konstrukcji. Ponieważ daleko posunięty proces zarysowania jest zawsze

¹ b.goszczyńska@tu.kielce.pl,

² gswit@tu.kielce.pl,

³ wtramp@tu.kielce.pl

sygnałem o zagrożeniu konstrukcji, a specyficzny dla każdej sytuacji rozkład rys jest doskonałym źródłem informacji o stanie konstrukcji, analiza procesu powstawania i rozwoju rys może być wykorzystana do metod diagnostycznych konstrukcji żelbetowych.

Mechanizm powstawania i rozwoju rys, jako podstawowy w mechanice betonu jest od lat przedmiotem wielu badań eksperymentalnych i teoretycznych. Technika badań eksperymentalnych była bardzo różnorodna i jest ciągle udoskonalana. Stosowane są np. metody radiologiczne, ultradźwiękowe, mikroskopii optycznej, a także od lat pomiaru emisji akustycznej [1]. W analizie teoretycznej używa się teorii mikroszczelin (defektów) i to zarówno w sensie rozwiązań ścisłych jak i numerycznych przy wykorzystaniu różnorodnych modeli. Stan zarysowania charakteryzowany jest najczęściej trzema wielkościami: momentem rysującym, odległością między rysami i szerokością rozwarcia rysy, które w dużej mierze zależą od losowo zmiennych wartości wytrzymałości betonu na rozciąganie i przyczepności stali do betonu. Dlatego, podejmowane są też próby znalezienia funkcji losowych opisujących proces powstawania rys np. [2], ale wiarygodność tych opisów musi być zweryfikowana na próbach o bardzo dużej liczebności.

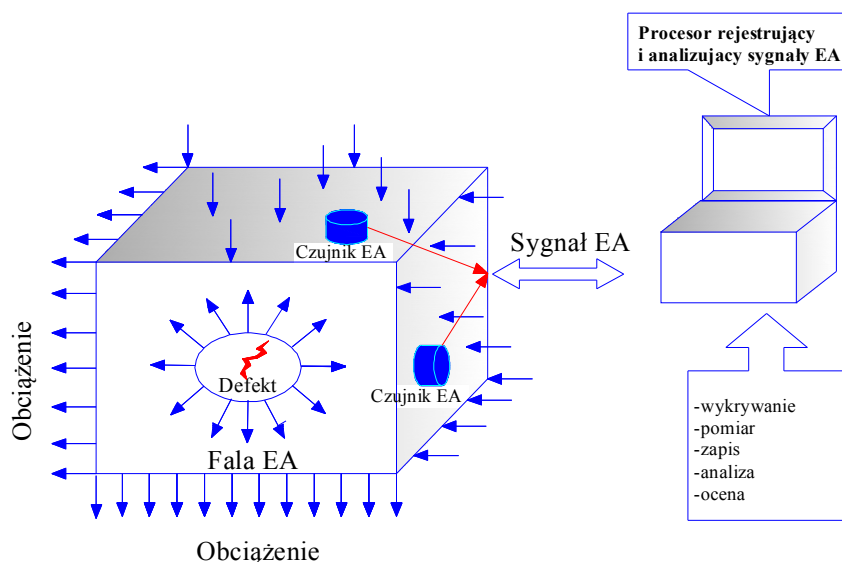
Obecnie, wykorzystując nowe możliwości aparaturowe i badawcze, podjęto próbę zastosowania, do analizy procesu zarysowania belek żelbetowych, metodę emisji akustycznej bazującą na identyfikacji i lokalizacji aktywnych procesów destrukcyjnych (IADP), która była wykorzystywana do diagnostyki obiektów wykonanych z betonu sprężonego [3,4,8]. Istotą tej metody jest porównanie sygnałów akustycznych generowanych przez obciążony obiekt (element) z bazą sygnałów wzorcowych procesów destrukcyjnych i na tej podstawie dokonanie identyfikacji zachodzących procesów. Lokalizacja defektów odbywa się na podstawie pomiarów różnicy czasu dojścia generowanych sygnałów do czujników akustycznych rozmieszczonych na elemencie.

Badania na obiektach rzeczywistych oraz badania laboratoryjne wykazały iż metoda ta umożliwia właściwą identyfikację i lokalizację procesu powstawania rys w elementach sprężonych. Ostatnio prowadzone prace [5, 7] potwierdziły możliwość zastosowania jej do diagnostyki elementów żelbetowych.

2. PODSTAWY METODY IDENTYFIKACJI AKTYWNYCH PROCESÓW DESTRUKCYJNYCH (IADP).

Na Rys. 1 pokazano schematycznie koncepcję metody IADP. Sygnał akustyczny generowany przez proces destrukcyjny jest rejestrowany przez czujniki AE znajdujące się na powierzchni badanego elementu, następnie zapisywany i porównywany z wcześniej utworzoną bazą sygnałów wzorcowych procesów destrukcyjnych, co umożliwia identyfikację procesów destrukcyjnych w tym elemencie. Lokalizacja sygnałów towarzyszących powstającym destrukcjom (defektom) odbywa się na podstawie pomiaru różnicy czasu dojścia generowanych sygnałów do czujników akustycznych rozmieszczonych na elemencie.

W przypadku betonowych konstrukcji sprężonych wyróżniane są procesy destrukcyjne będące równocześnie źródłami AE, takie jak [6]: mikropekanie, tarcie pomiędzy powierzchniami pęknięć, powstawanie i rozwój rys w betonie, utrata przyczepności na granicy beton zbrojenie, miażdżenie betonu, tarcie na granicy zbrojenie beton, korozja, odkształcenia plastyczne i pękanie stali sprężającej oraz stali pasywnej.



Rys. 1. Schemat generowania fal przez procesy destrukcyjne, ich rejestrowania i porównywania z bazą sygnałów wzorcowych

Stąd też dla elementów sprężonych utworzono wzorcowe bazy danych, które oznaczono jako [4] Klasy 1÷8 odpowiadające poszczególnym procesom destrukcyjnym. Badania laboratoryjne potwierdzają występowanie pierwszych czterech Klas w elementach żelbetowych (pozostałe są w chwili obecnej weryfikowane):

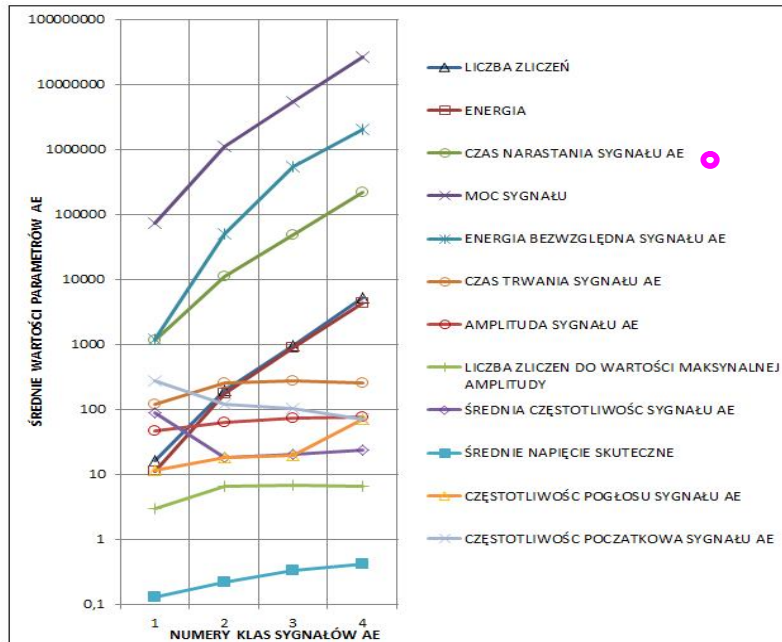
1. Mikropęknięcia w betonie na granicy frakcji kruszywa o małych wymiarach ($\Phi \leq 2$ mm),
2. Mikropęknięcia w betonie na granicy frakcji kruszywa o średnich wymiarach ($\Phi \leq 8$ mm)
3. Powstanie rysy w strefie rozciąganej betonu
4. Rozwój rysy,

które zaznaczono symbolami i kolorami (tablica 1).

Procesy generujące sygnały AE towarzyszą tylko defektom czynnym – to jest takim, które powstają lub rozwijają się w warunkach panujących podczas prowadzenia pomiaru. Tak więc, np. „powstawaniu rysy w betonie” odpowiada baza danych przypisana temu procesowi (Klasa 3), grupująca wybrane parametry sygnału emisji akustycznej.

Bazy sygnałów wzorcowych, dla poszczególnych procesów, wyznaczone są na próbkach materiałowych i modelach w próbach laboratoryjnych (gdzie dominuje dany proces destrukcyjny czy grupa procesów). Zostają one sklasyfikowane na podstawie 12 parametrów sygnału AE: liczba zliczeń, liczba zliczeń do wartości maksymalnej amplitudy, czas trwania sygnału, czas narastania sygnału, amplituda sygnału podawana w mV lub dB, energia sygnału, moc sygnału, średnie napięcie skuteczne, średni poziom sygnału, średnia częstotliwość sygnału, których średnie wartości przedstawiono na Rys.2. Dla większej przejrzystości rysunku, poszczególne wartości połączono liniami prostymi.

Z przedstawionych wykresów wynika, że 6 parametrów sygnałów ma wpływ dominujący, pomimo że identyfikacja procesów wykonywana jest na podstawie 12-stu parametrów.



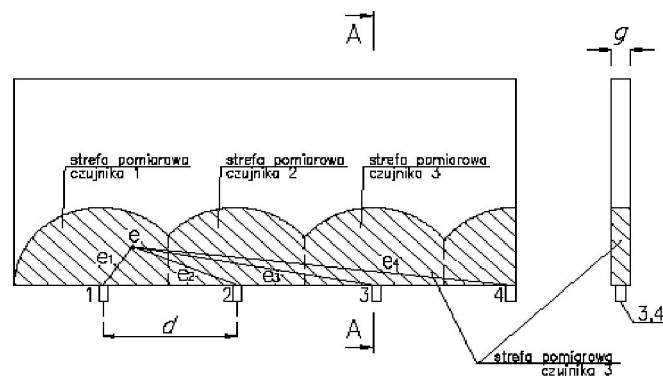
Tablica 1. Charakterystyczne klasy sygnałów, przypisane im symbole i kolory

■	◆	▼
Nr2	Nr3	Nr4

Rys. 2. Średnie wartości parametrów sygnałów AE dla bazy sygnałów wzorcowych

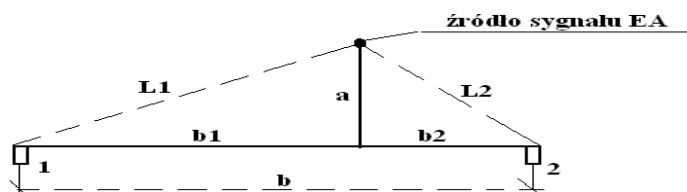
3. LOKALIZACJA PROCESÓW DESTRUKCYJNYCH

Odpowiednie rozmieszczenie czujników akustycznych umożliwi lokalizację źródła rejestrowanego sygnału AE. Przeprowadza się ją na podstawie różnicy czasu dojścia sygnału generowanego do czujnika, przy znanej (wyznaczonej eksperymentalnie) prędkości fali, co poglądowo przedstawiono na Rys.3, na przykładzie belki [8].



Rys. 3. Koncepcja lokalizacji źródła AE na przykładzie belki

Czujniki (1÷4) zamocowano na dolnej krawędzi belki tworząc strefy pomiarowe, które stanowią obszar, w którym odległość dowolnego punktu „e” do danego czujnika jest mniejsza lub równa „a” i nie większa aniżeli odległość do czujników pozostałych, gdzie „a” jest promieniem obszaru pomiarowego czujnika, który można określić eksperymentalnie. Czujniki należy tak rozmieścić, żeby ich strefy pomiarowe obejmowały całą objętość badanego elementu. W pracy [5, 7] przedstawiono tzw. lokalizację liniową, której koncepcję ilustruje Rys.4.



Rys. 4. Lokalizacja źródła AE z dokładnością do płaszczyzny prostopadłej

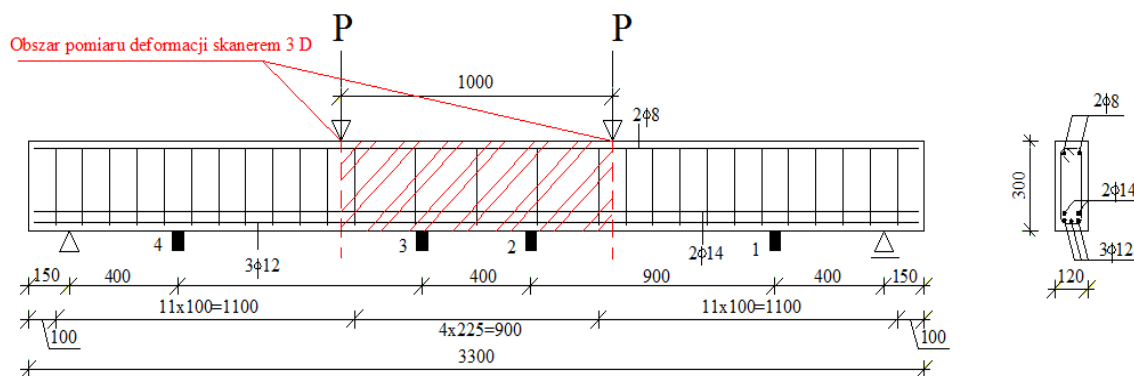
Na podstawie różnicy czasu Δt dojścia sygnału do czujnika 1 i 2 można określić położenie płaszczyzny normalnej do linii 1-2 łączącej czujniki [7]. Umożliwia to łatwe zdefiniowanie płaszczyzny, w której występuje proces destrukcyjny, także w obiektach rzeczywistych, a następnie zlokalizowanie miejsca jego występowania.

W pracy [5] przedstawiono weryfikację doświadczalną identyfikacji sygnałów Klasy 3 i 4 dla belek żelbetowych obciążanych monotonicznie do zniszczenia dwoma siłami skupionymi. Stwierdzono, iż rzeczywiście odpowiadają one procesom destrukcyjnym, które związane są z powstawaniem i rozwojem rys, a metoda AE pozwala na ich lokalizację wzdłuż długości belki. Wyniki pomiarów przedstawiono dla rys o szerokości ≥ 0.2 mm.

4. WYNIKI DOŚWIADCZALNEJ ANALIZY PROCESU POWSTAWANIA I ROZWOJU RYS

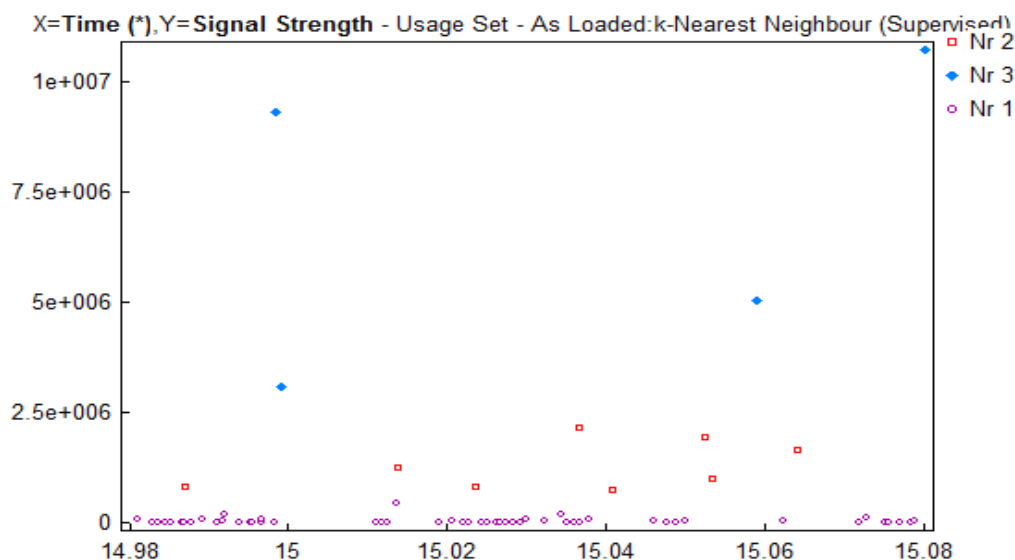
Mając na uwadze znaczenie, jakie ma dla diagnostyki konstrukcji żelbetowych, monitoring stanu zarysowania elementu, podjęto badania nad możliwością zastosowania metody IADP do analizy procesu powstawania i rozwoju. Badania prowadzone są na belkach żelbetowych, dla dwóch stopni zbrojenia i trzech sposobów obciążania: monotonicznie do zniszczenia, z odciążeniami i cyklicznie.

Przykładowo belkę o długości 3.3 m. (Rys.5) obciążano dwoma siłami, przy stałej prędkości przemieszczenia siłowników. Odkształcenia betonu związane z powstawaniem i rozwojem rys obserwowano na powierzchni bocznej belek przy wykorzystaniu skanera optycznego 3D (Aramis), w obszarze zakreskowanym (o szerokości 1 m - pomiędzy dwoma siłami P). Sygnały emisji akustycznej, towarzyszące procesom destrukcyjnym, mierzono częstotliwościowymi czujnikami akustycznymi o charakterystyce 55 i analizowano wykorzystując wspomnianą bazę sygnałów wzorcowych oraz stosując lokalizację liniową.



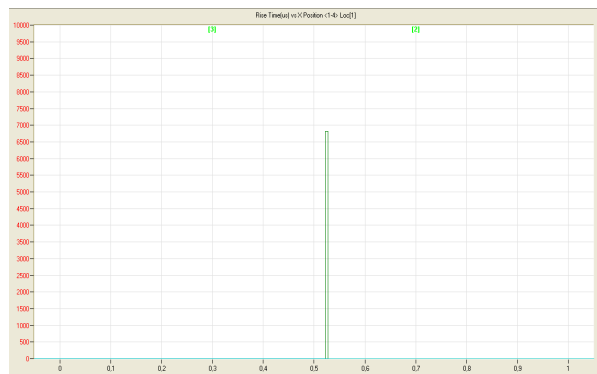
Rys. 5. Schemat obciążania belki żelbetowej wraz z rozmieszczeniem czujników i zaznaczeniem obszaru pomiaru deformacji skanerem 3D

Na Rys. 6 pokazano wynik pomiaru sygnałów AE (procesy destrukcyjne) w początkowej fazie obciążania (14.98 – 15.08 sec.) jako moc sygnału w funkcji czasu. Widać na nim sygnały Klas 1, 2, 3, gdzie Klasa 3 (romby) sygnalizuje powstawanie rys.

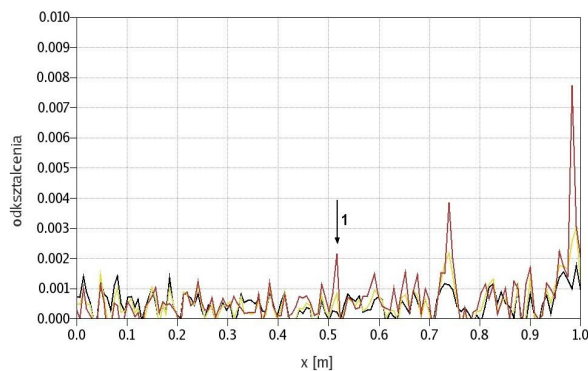


Rys. 6. Wykres punktowy mocy sygnału w funkcji czasu (14.98-15.08s) z zaznaczeniem rejestrowanych Klas - 1,2, 3

Na Rys.7 pokazano lokalizację akustyczną sygnałów Klasy 3, które pojawiły się w 15 sec., a Rys.8 przedstawia połowy pomiar odkształceń poziomych przy użyciu skanera 3D dokonany na wysokości zbrojenia rozciąganego.



Rys. 7. Lokalizacja powstania rysy metodą AE (15.0 sec.).

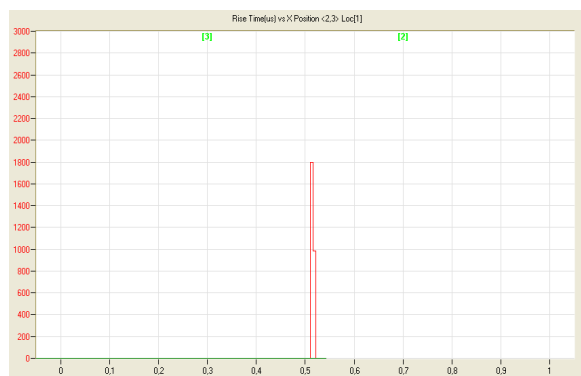


Rys.8 Pomiar odkształceń przy użyciu skanera 3D (po 15 sec.)

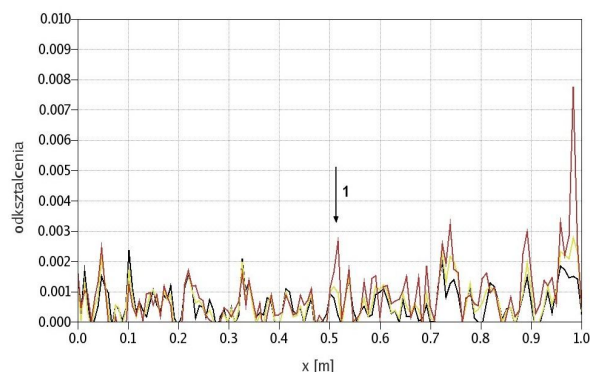
Stwierdzono doświadczalnie, że „piki” odkształceń wystające ponad „szum pomiarowy” (0.0012) oznaczają rysy. Dla bazy pomiarowej (w tych badaniach) 7.4 mm, odkształcenie 0.002 oznacza rysę o szerokości 0.015 mm.

W odległości 0.52 m. (od początku obszaru pomiarowego), przy pomocy metody IADP zlokalizowano aktywną rysę (Rys.7), co w pełni potwierdza pomiar odkształceń na powierzchni belki (rys.8 – rysa 1).

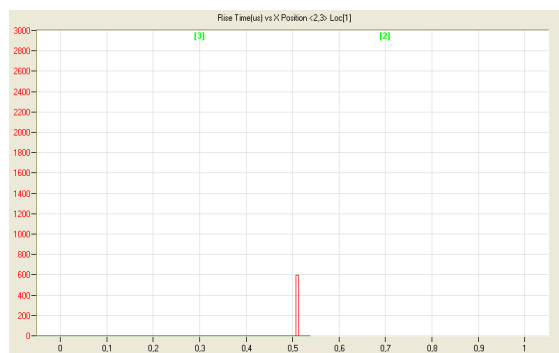
Postępując analogicznie, zlokalizowano rysę w odległości 0.52 m., a następnie wynik porównywano z pomiarem odkształceń poziomych w kolejnych fazach procesu obciążania – po 36.1 sec. (Rys.9 i 10), po 60.153 sec. (Rys.11 i 12) a także po 97.24 sec. (Rys.14), gdzie pokazano jedynie pomiar odkształceń poziomych.



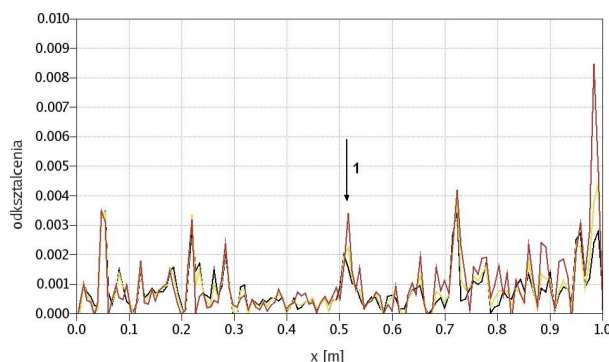
Rys. 9. Lokalizacja powstania i rozwoju rysy metodą AE (36.104 sec.)



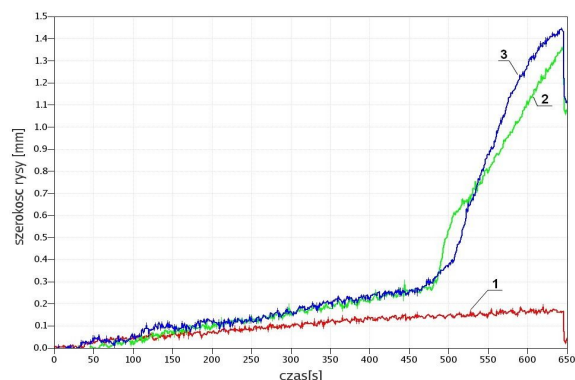
Rys.10 Pomiar odkształceń przy użyciu skanera 3D (36.104 sec.)



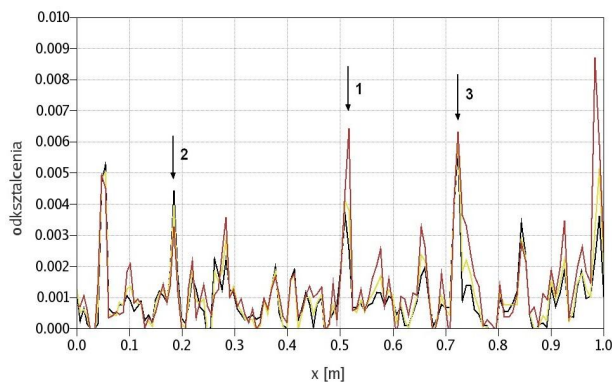
Rys. 11. Lokalizacja powstania rysy metodą AE (60.154 sec.)



Rys.12 Pomiar odkształceń przy użyciu skanera 3D (60.154 sec.)



Rys. 13. Zmiana szerokości rysy w funkcji czasu obciążania



Rys.14 Pomiar odkształceń przy użyciu skanera 3D (97.24 sec.)

Z przedstawionych pomiarów wynika, iż w początkowej fazie procesu obciążania, metodą IADP zidentyfikowano i zlokalizowano (w odległości 0.52 m. od początku obszaru pomiarowego) powstanie rysy. Kolejne pomiary wykazują rozwój rysy w tym miejscu, której szerokość 0.015 mm. (określona w pierwszym pomiarze), powiększyła się trzykrotnie (do 0.046 mm. – Rys.14 dla 97.24 sec.).

Wykres szerokości trzech rys pokazanych na Rys. 14, z których rysa 1 jest dotychczas analizowaną rysą, w funkcji czasu pokazano na Rys.13. Rysy nr 2 i 3 są rysami niszczącymi i ich szerokość gwałtownie wzrasta w 470 sec. od początku obciążenia. Szerokość obserwowanej rysy 1 zwiększa się natomiast w sposób liniowy.

5. WNIOSKI

Z przedstawionych wyników pomiarów wynika, iż metoda IADP pozwala na wczesne zidentyfikowanie i zlokalizowanie procesu powstawania rys (sygnały Klasy 3), a następnie daje możliwość analizy ich rozwoju (sygnały Klasy 4). Tym samym może być skutecznie zastosowana do monitoringu stanu technicznego konstrukcji żelbetowych.

Pracę wykonano w ramach projektu rozwojowego NR 04 0007 10.

Piśmiennictwo

- [1] Mielniuk A.: Badanie naprężeń, mikrorys i innych parametrów belek żelbetowych za pomocą czujnika akustycznego (elektrofonoskopu), 11 Konferencja KILiW PAN i PZITB Krynica 1965
- [2] Goszczyńska B.: „Description of empirical process of crack formation in framework of probabilistic theory”; *Archiwum Inżynierii Lądowej* XLVIII, 4, 2002, s. 405 – 423.
- [3] Gołaski L., Świt G., Kalicka M., Kanji O: Acoustic Non Destructive Techniques as a new Method for Evaluation of Damages in Prestressed Concrete Structures: Failure of Concrete Structures. *Journal of Acoustic Emission*, Vol. 24, pp. 187-195 (2006).
- [4] Świt G.: Metoda emisji akustycznej w analizie uszkodzeń konstrukcji betonowych wstępnie sprężonych. Politechnika Świętokrzyska, Kielce, 2008, pp. 1-158 (monografia).
- [5] B.Goszczyńska, G.Świt, W.Trąmpczyński, A.Krampikowska, J.Bryła, P.Tworzewski, Weryfikacja doświadczalna identyfikacji i lokalizacji zarysowania betonu przy zastosowaniu emisji akustycznej, *Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej*, 3/2011/II, str.119-126 ,
- [6] Ohtsu, M: Estimation of Crack and Damage Progression in Concrete by Quantitative Acoustic Emission Analysis. *Materials Evaluation*, May (1999), pp.521-525.
- [7] B.Goszczyńska, G.Świt, W.Trąmpczyński, A.Krampikowska, J.Tworzowska, P.Tworzewski, Experimental validation of concrete crack initiation and location with acoustic emission metod, *Archives of Civil and Mechanical Engineering*, w druku
- [8] L.Gołaski, B.Goszczyńska, G.Świt, W.Trąmpczyński, System for the global monitoring and evaluation of damage processes developing within concrete structures under service load, *The Baltic Journal of Road and Bridge Engineering*, w druku

APPLICATION OF THE ACOUSTIC EMISSION METHOD FOR THE ANALYSIS OF CRACKING PROCESS IN REINFORCED CONCRETE

Summary

Acoustic emission method, based on the measurement of acoustic emission due to active deterioration processes (IADP), was applied for identification and location of cracks development in reinforced concrete. Experiments were carried out during investigation of reinforced concrete beams (in technical scale) loaded with two forces growing monotonically up to failure. It is shown that using the technique mentioned above it was possible to identify creation of crack at its early stage, and then follow its development up to element failure. It indicates that IADP method can be effectively used for reinforced concrete structures diagnosis.

Barbara KLEMCZAK¹
Agnieszka KNOPPIK-WRÓBEL²
Politechnika Śląska

ANALIZA NAPRĘŻEŃ W ŚCIANIE ŻELBETOWEJ PODDANEJ WCZESNYM WPLYWOM TERMICZNO – SKURCZOWYM

STRESZCZENIE

W artykule przedstawiono wyniki analizy numerycznej naprężeń termiczno–skurczowych powstających we wczesnym okresie dojrzewania ściany żelbetowej połączonej z wcześniej wykonanym fundamentem. Analizowano wpływ długości i grubości ściany na rozkład naprężeń termiczno–skurczowych. Badano również wpływ naprężeń termicznych i skurczowych, jak również naprężeń własnych i wymuszonych na całkowite wartości generowanych naprężeń termiczno–skurczowych.

SŁOWA KLUCZOWE: młody beton, naprężenia termiczno–skurczowe, ściana żelbetowa, analiza numeryczna

1. WPROWADZENIE

Przyczyną powstawania naprężeń termiczno–skurczowych we wczesnym okresie dojrzewania konstrukcji betonowych są nierównomierne zmiany objętościowe twardniejącego betonu. Zmiany te, określane jako oddziaływania pośrednie, związane są z generowanymi w procesie twardnienia betonu temperaturami i równoczesnymi zmianami wilgotności. Wzrost temperatury betonu jest skutkiem egzotermicznego charakteru procesu hydratacji cementu. Zachodzący w tym samym czasie skurcz betonu jest wynikiem przebiegających reakcji chemicznych (skurcz chemiczny i autogeniczny) oraz utraty wody z betonu przechowywanego w powietrzu nienasyconym parą wodną (skurcz betonu wysychającego).

Powstające naprężenia termiczno–skurczowe mogą prowadzić do nadmiernego wyciężenia nie w pełni ukształtowanej struktury betonu i w konsekwencji do powstania zarysowań i spękań konstrukcji. Wielkość powstających w twardniejącym betonie naprężeń termiczno–skurczowych zależy od wielu czynników technologiczno–materiałowych [1, 2, 3, 4]. O charakterze powstających naprężeń decyduje możliwość swobodnego odkształcania się elementu, istotne znaczenie mają też wymiary i geometria elementu poddanego wczesnym zmianom objętościowym.

¹ Barbara.Klemczak@polsl.pl

² Agnieszka.Knoppik-Wrobel@polsl.pl

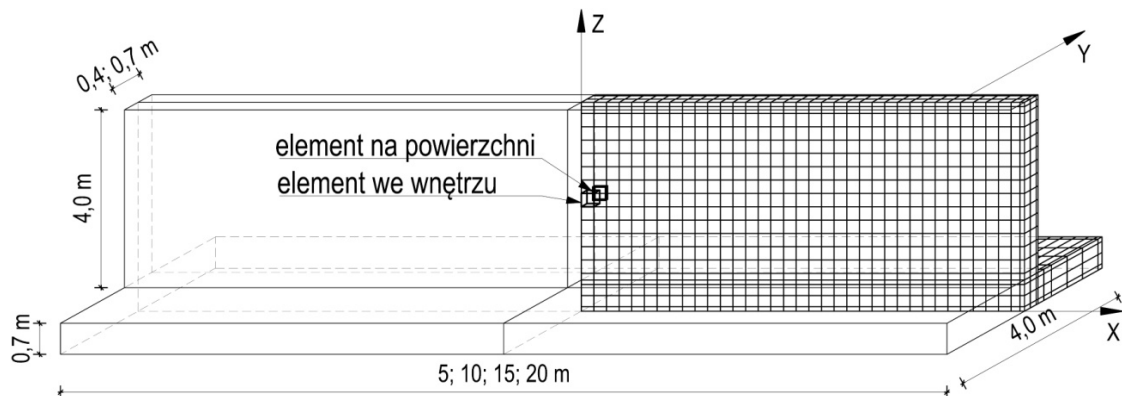
Problematyka naprężeń termiczno–skurczowych powstających w początkowym okresie dojrzewania betonu jest najczęściej odnoszona do elementów o znacznej ilości wbudowanego betonu, określanych jako konstrukcje masywne. Jednak zmiany termiczno–wilgotnościowe wywołane procesami dojrzewania betonu mogą być przyczyną uszkodzeń również elementów średniomasywnych, w których utrudnione jest odprowadzanie ciepła i dodatkowo zostały wykonane z betonów o znacznej zawartości cementu, często również z użyciem cementu wysokokalorycznego [5]. Doświadczenia realizacyjne ostatnich lat dowodzą, że częstym zjawiskiem są termiczno–skurczowe zarysowania ścian żelbetowych nad ich stykiem z wcześniej wykonanymi fundamentami. Problem ten dotyczy między innymi przyczółków mostowych [6] czy też ścian zbiorników na ciecze [5, 7] oraz obudów reaktorów jądrowych [8], w których to zarysowania są szczególnie niepożądane wobec wymagań szczelności.

2. MODEL OBLICZENIOWY

Prezentowane analizy numeryczne wykonano za pomocą autorskich programów TEMWIL, MAFEM_VEVP oraz MAFEM3D [9, 10]. Model obliczeniowy zastosowany w programach zalicza się do grupy modeli fenomenologicznych i umożliwia kompleksową analizę konstrukcji betonowych poddanych wpływom termiczno–skurczowym w początkowym okresie dojrzewania betonu. W modelu założono rozdzielenie pól termiczno–wilgotnościowych i mechanicznych. Przy wyznaczaniu pól termiczno–wilgotnościowych przyjęto pełne sprzężenie pól termicznych i wilgotnościowych (program TEMWIL). Określone w czasie i przestrzeni zmiany temperatury i wilgotności twardniejącego betonu są podstawą do obliczenia odkształceń termiczno–skurczowych. Stan naprężenia określany jest przy założeniu, że odkształcenia te mają charakter dystorsyjny. Do wyznaczenia stanu naprężenia w konstrukcji masywnej przyjęto lepkosprężysty–lepkoplastyczny model materiałowy twardniejącego betonu (program MAFEM_VEVP). Prezentację wyników obliczeń umożliwia program MAFEM3D, opracowany przez dr inż. G. Wandzika.

3. ZAŁOŻENIA I ZAKRES ANALIZY

Przyjęto następujące wymiary ścian żelbetowych: długość 5, 10, 15 i 20 m, wysokość 4 m, grubość 40 i 70 cm (rys. 1). Stosunek długości do wysokości analizowanych ścian wynosił odpowiednio 1,25, 2,5, 3,75 i 5. Założono, że ściany betonowane są na wcześniej wykonanym fundamencie grubości 70 cm i szerokości 4 m. Uwzględniono zbrojenie ścian w postaci siatki powierzchniowej z prętów $\varnothing 16$ w rozstawie poziomym 20 cm i pionowym 15 cm oraz zbrojenie fundamentu w postaci siatki prętów o oczkach 20 cm x 20 cm (stal RB400). Na powierzchniach bocznych ścian założono deskowanie w postaci sklejk o grubości 1,8 cm, powierzchnia górna osłonięta została folią.



Rys. 1. Wymiary analizowanej ściany żelbetowej.

Przyjęto, że analizowane ściany zostały wykonane z betonu o następującym składzie: cement CEM I 42,5R 375 kg/m³, woda 170 l/m³, kruszywo granitowe 1868 kg/m³. Rozwój właściwości mechanicznych betonu określono zgodnie z modelem CEB-FIP MC90 [11]. Dla betonu 28-dniowego przyjęto: wytrzymałość na ścislenie $f_{cm} = 35$ MPa, wytrzymałość na rozciąganie $f_{ctm} = 3,0$ MPa, moduł sprężystości $E_{cm} = 32$ GPa. Założono, że temperatura zewnętrzna jak i temperatura początkowa mieszanki betonowej wynosiła 20°C. Obliczenia wykonano dla 20 dni dojrzewania ściany. Współczynniki termiczno-wilgotnościowe przyjęte w obliczeniach zestawiono w tab. 1.

Tabela 1. Współczynniki termiczno-wilgotnościowe

Pola termiczne		
Współczynnik przewodnictwa ciepła*	λ , W/(mK)	2,52
Ciepło właściwe*	c_b , kJ/(kgK)	0,95
Gęstość betonu	ρ , kg/m ³	2400
Współczynnik wyrównywania temperatury	α_{TT} , m ² /s	$7,47 \cdot 10^{-7}$
Współczynnik uwzględniający wpływ zmian stężenia wilgoci na ruch ciepła	α_{TW} , (m ² K)/s	$9,375 \cdot 10^{-5}$
Współczynnik wymiany ciepła z otoczeniem	α_p , W/(m ² K)	6,00 (powierzchnia odkryta, bez wpływu wiatru) 3,58 (powierzchnia z deskowaniem) 5,80 (powierzchnia z folią) 0,81 (powierzchnia dolna, kontakt z gruntem)
Ciepło hydratacji**	zgodnie z równaniem: $Q(T, t) = Q_{\infty} e^{[-at_e^{-0,5}]}$	$Q_{\infty} = 508$ kJ/kg $a = 513,62 t_e^{-0,17}$
Pola wilgotności		
Współczynnik proporcjonalności ciepło-wodnej cementu	K , m ³ /J	$0,3 \cdot 10^{-9}$
Współczynnik dyfuzji wilgoci	α_{ww} , m ² /s	$0,6 \cdot 10^{-9}$
Termiczny współczynnik dyfuzji wilgoci	α_{wT} , m ² /(sK)	$2 \cdot 10^{-11}$
Współczynnik wymiany wilgoci z otoczeniem	β_p , m/s	$2,78 \cdot 10^{-8}$ (powierzchnia odkryta) $0,18 \cdot 10^{-8}$ (powierzchnia z deskowaniem) $0,10 \cdot 10^{-8}$ (powierzchnia z folią) $0,12 \cdot 10^{-8}$ (powierzchnia dolna)

* przyjęto na podstawie składu betonu [1]

** współczynnik a przyjęto na podstawie wyników badań ciepła hydratacji cementu CEM I 42,5R

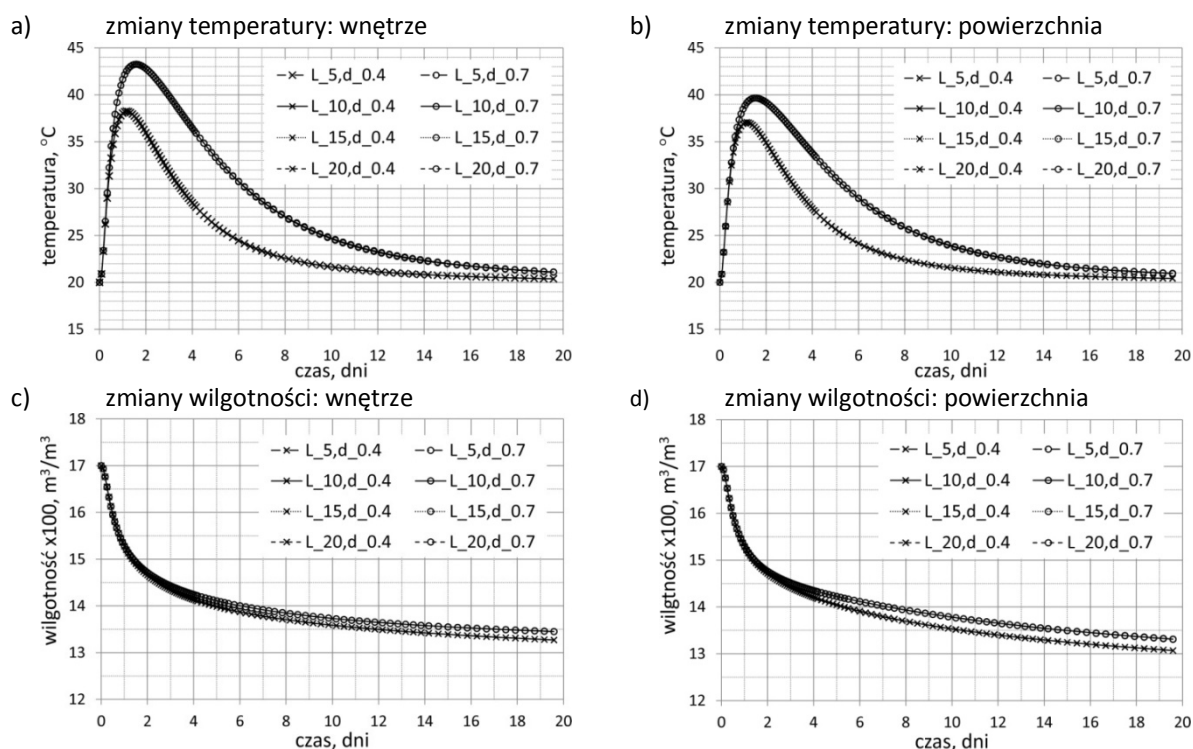
Zakres analizy obejmował wyznaczenie pól termiczno-wilgotnościowych, a następnie naprężeń termiczno-skurczowych w analizowanych ścianach. Uwzględniono następujące przypadki:

- (1) naprężenia termiczne wyznaczone z założoną zmiennością temperatury w czasie, ale stałym rozkładem temperatury w przekrojach ściany;
- (2) naprężenia skurczowe wyznaczone z założoną zmiennością skurczu w czasie, ale jego stałym rozkładem w przekrojach ściany;
- (3) naprężenia termiczne wyznaczone z założoną zmiennością temperatury w czasie i zmiennym rozkładem temperatury w przekrojach ściany;
- (4) naprężenia skurczowe wyznaczone z założoną zmiennością skurczu w czasie i jego zmiennym rozkładem w przekrojach ściany;

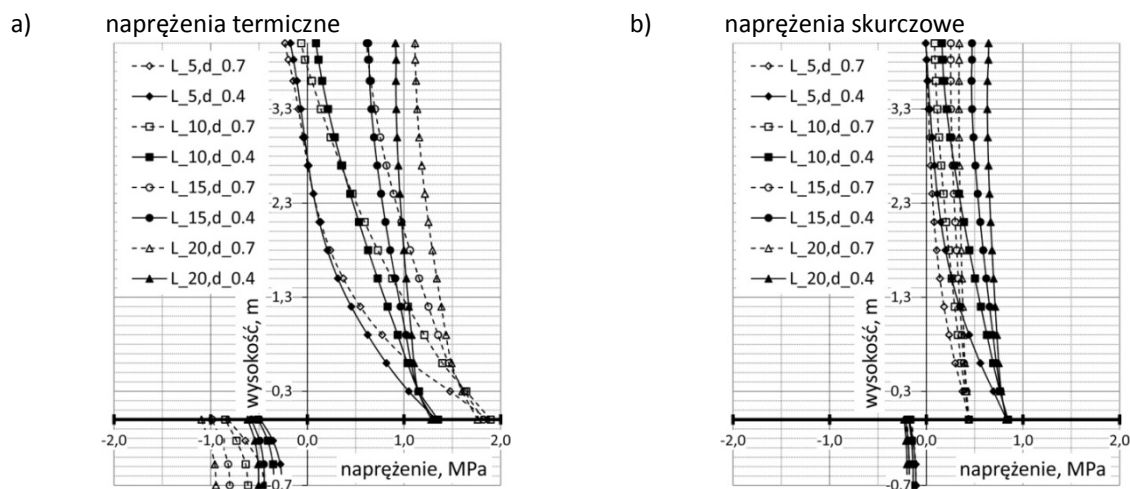
- (5) naprężenia termiczno-skurczowe wyznaczone z założoną zmiennością temperatury i skurczu w czasie oraz ich zmiennym rozkładem w przekrojach ściany,
- (6) naprężenia własne wyznaczone przy założonej niskiej sztywności fundamentu.

4. WYNIKI ANALIZY

Zmiany temperatur twardnienia oraz wilgotności w ścianach dla elementów znajdujących się w środku długości ściany (rys. 1) przedstawiono na rys. 2. Charakter rozwoju zarówno temperatur jak i wilgotności nie zależy od wymiarów ściany. Grubość ściany wpływa natomiast na wartości generowanych temperatur oraz tempo odpływu wilgoci; wyższe temperatury powstają w grubszych ścianach, natomiast w cieńszych ścianach obserwuje się szybszy odpływ wilgoci.

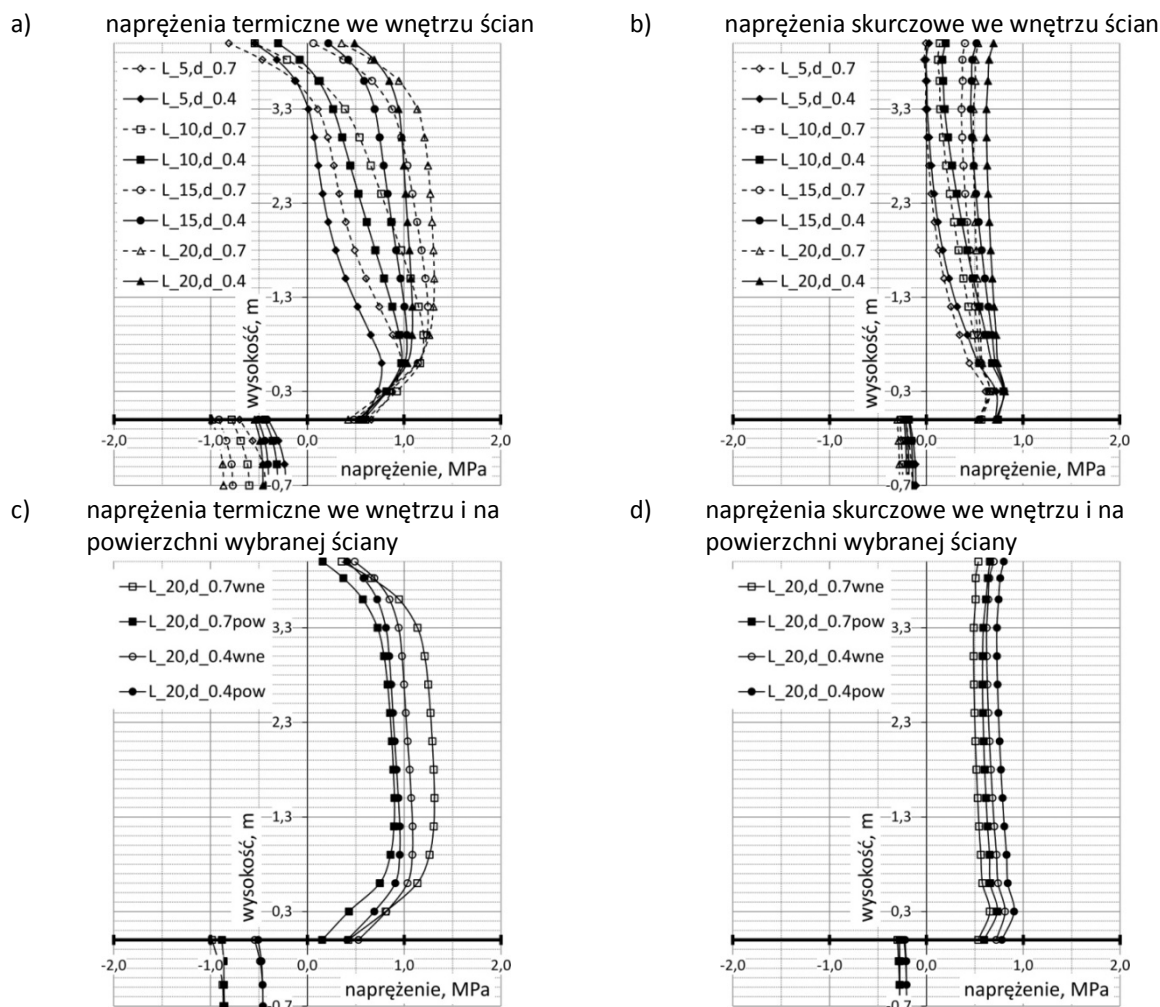


Rys. 2. Rozwój temperatur twardnienia oraz wilgotności w ścianach



Rys. 3. Rozkład naprężeń na wysokości ściany w przekroju w środku długości ściany po 18,3 dniach dojrzewania betonu przy założeniu stałego rozkładu temperatury oraz wilgotności w całej objętości ściany

Dla znanych rozwojów temperatur i wilgotności wyznaczono rozkłady naprężeń. Rys. 3 przedstawia rozkład naprężeń termicznych (a) i skurczowych (b) w przekroju wewnętrznym w środku długości ściany przy założeniu stałego rozkładu temperatur i wilgotności w przekroju ściany. Jest to podejście często stosowane przy wyznaczaniu naprężeń w betonowych elementach średniomasywnych za pomocą metod analitycznych oraz metod numerycznych, w których zagadnienie sprowadza się do problemu 2-wymiarowego. Uproszczenie to uważa się za satysfakcjonujące, ponieważ różnice temperatur i wilgotności na grubości ściany są stosunkowo niewielkie. Rozkład naprężeń uzyskany przy takim założeniu jest niemal liniowy, a największe wartości obserwuje się na styku ściany z fundamentem. Widoczny jest również wpływ zarówno grubości jak i długości ściany na powstałe naprężenia: grubość ściany determinuje maksymalną wartość naprężenia, podczas gdy jej długość i stosunek L/H wpływa na rozkład tych naprężeń na wysokości ściany. Można zauważyć, że w przypadku ścian tzw. wysokich, tzn. charakteryzujących się niskim stosunkiem L/H, możliwe jest pojawienie się termicznych naprężeń ściskających w górnych włóknach ściany. Naprężenia skurczowe mają charakter naprężeń rozciągających.

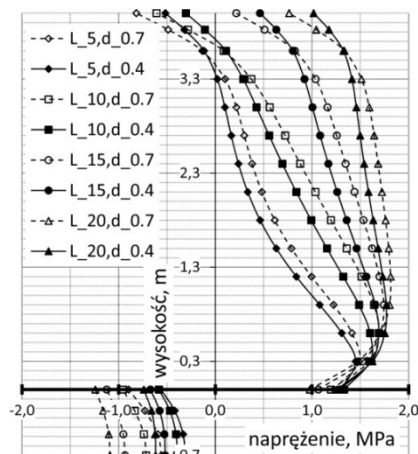


Rys. 4. Rozkład naprężeń na wysokości ściany w przekroju w środku długości ściany po 18,3 dniach dojrzewania betonu przy założeniu rzeczywistego rozkładu temperatury oraz wilgotności w ścianie

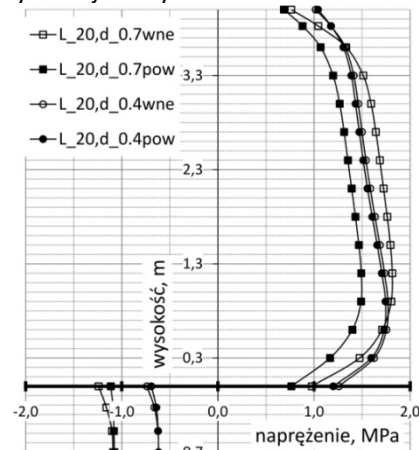
W rzeczywistości w przedmiotowych ścianach następuje wymiana ciepła i wilgoci z otoczeniem przez powierzchnie elementu. Tym samym w ścianie pojawiają się gradienty temperatur i wilgotności. Rys. 4 przedstawia rozkład naprężeń termicznych (a) i skurczowych (b) w przekroju wewnętrznym w środku długości ściany przy założeniu rzeczywistego rozkładu temperatur i wilgotności w przekroju ściany. Powstałe gradienty temperatur i wilgotności są

przyczyną zróżnicowania wartości naprężeń we wnętrzu i na powierzchni ściany (rys. 4 c, d). Zarówno grubość jak i długość ściany wpływa na powstałe naprężenia termiczne i wilgotnościowe. Należy podkreślić, że uwzględniając rzeczywisty rozkład temperatur i wilgotności, maksymalne wartości naprężeń rozciągających, a więc i najwyższe ryzyko zarysowania pojawia się na pewnej wysokości ponad stykiem między ścianą a fundamentem.

a) naprężenia we wnętrzu ścian



b) naprężenia we wnętrzu i na powierzchni wybranej ściany



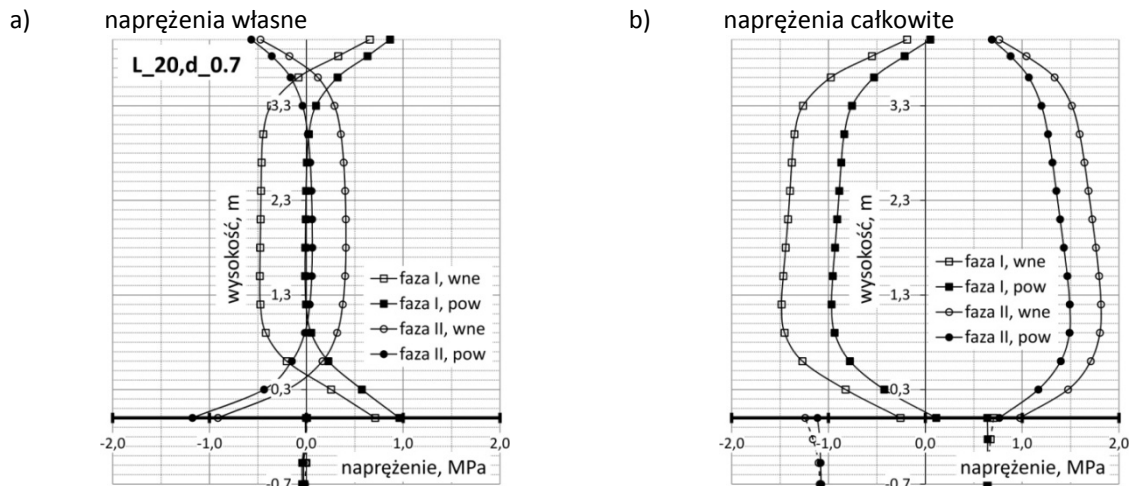
Rys. 5. Rozkład naprężeń termiczno-skurczowych na wysokości ściany w przekroju w środku długości ściany po 18,3 dniach dojrzewania betonu przy założeniu rzeczywistego (nierównomiernego) rozkładu temperatury oraz wilgotności w ścianie

Na rys. 5 pokazano rzeczywisty rozkład naprężeń termiczno-skurczowych w ścianie. Widać, iż charakter całkowitych naprężeń termiczno-skurczowych wynika głównie ze składnika termicznego; naprężenia skurczowe jedynie zwiększają wartość całkowitych naprężeń rozciągających. Lokalizacja miejsca wystąpienia największych naprężeń rozciągających różni się pomiędzy ścianami; znajduje się najbliżej powierzchni styku w ścianach najcieńszych i o najniższym stosunku L/H (jest to ok. 0,4 m ponad stykiem z fundamentem), wzrastając wraz z grubością oraz stosunkiem L/H (do nawet ok. 1,2 m ponad stykiem z fundamentem). Obserwacje te zgadzają się z obserwacjami poczynionymi w pracy [6], gdzie największe naprężenia obserwowano na ok. 0,1÷0,2 wysokości ściany, podczas gdy zalecenie przyjmowania lokalizacji największych naprężeń na wysokości równej grubości ściany proponowane w pracy [12] wydają się być adekwatne jedynie w stosunku do tzw. ścian wysokich (o niskim L/H). We wszystkich analizowanych przypadkach ze względu na utrzymanie ścian w deskowaniu przez cały analizowany okres większe wartości naprężeń zaobserwowano wewnątrz ścian, co tłumaczy zjawisko pojawiania się w takim przypadku pierwszych rys we wnętrzu [7].

Następnie wykonano obliczenia pozwalające określić udział naprężeń własnych w całkowitych naprężeniach termiczno-skurczowych. W tym celu zminimalizowano wpływ ograniczenia odkształceń ściany w postaci fundamentu poprzez redukcję jego sztywności (przyjęto $E_F = 100$ MPa). Wykresy na rys. 6 przedstawiają porównanie rozkładu naprężeń własnych (a) oraz całkowitych (b) na wysokości ściany w fazie rozgrzewu (po 1,2 doby) oraz fazy chłodzenia (po 18,3 doby). Charakter naprężeń jest podobny we wszystkich analizowanych przypadkach, tak więc wykresy przedstawiono dla jednego przypadku.

Powstałe naprężenia własne osiągają stosunkowo niskie wartości w porównaniu z naprężeniami całkowitymi, a ich charakter jest bliski zachowaniu typowych konstrukcji masywnych: w pierwszej fazie obserwuje się ściskanie we wnętrzu, a rozciąganie na powierzchni, natomiast w drugiej fazie następuje inwersja bryły naprężeń. Zjawisko to jest wyraźniejsze w grubszych ścianach, gdzie znaczna grubość przekroju powoduje powstawanie

większych gradientów temperatur i wilgotności. Naprężenia całkowite natomiast przyjmują jednakowe znaki w całym przekroju (dla ścian o znacznym L/H); są to odpowiednio naprężenia ściskające w pierwszej fazie i rozciągające w drugiej. Należy zauważyć, że powstanie naprężeń własnych jest powodem nieliniowego rozkładu naprężeń w przekroju ściany.



Rys. 6. Rozkład naprężeń na wysokości ściany w przekroju w środku długości ściany w fazie rozgrzewu (faza I) oraz chłodzenia (faza II)

5. PODSUMOWANIE

Choć problem zarysowań konstrukcji betonowych we wczesnym stadium ich dojrzewania jest znany od wielu lat, często ograniczany jest jedynie do konstrukcji masywnych. Niemniej jednak wczesne rysy termiczno-skurczowe obserwowane są w elementach konstrukcyjnych o znacznie mniejszych przekrojach, ale z ograniczoną swobodą odkształceń, takich jak ściany żelbetowe betonowane na wcześniej wykonanym fundamencie [5, 6, 7]. Istotnym czynnikiem wpływającym na rozkład naprężeń termiczno-skurczowych są wymiary ściany, a w szczególności stosunek jej długości do wysokości, determinujący stopień utwierdzenia w fundamencie. Ważny jest też wpływ naprężeń własnych na całkowite naprężenia termiczno-wilgotnościowe powstające w przedmiotowych ścianach.

W artykule na przykładzie ściany żelbetowej przedstawiono wpływ wymiarów konstrukcji na generowane naprężenia, określono udział naprężeń termicznych oraz skurczowych, a także udział naprężeń własnych w całkowitych naprężeniach termiczno-skurczowych. Wyniki analizy można podsumować w następujący sposób:

- (1) naprężenia termiczne mają dominujący charakter;
- (2) naprężenia termiczno-skurczowe w ścianie żelbetowej powstają głównie na skutek naprężeń wymuszonych spowodowanych ograniczoną swobodą odkształceń ściany; udział naprężeń własnych wzrasta wraz ze wzrostem grubości ściany;
- (3) największe wartości naprężeń termiczno-skurczowych występują nie na styku między ścianą a fundamentem, ale na pewnej wysokości ponad tym stykiem; przyczyną tego zjawiska jest istnienie w ścianie naprężeń własnych;
- (4) gdy ściana jest utrzymana w deskowaniu przez cały okres chłodzenia, największe naprężenia występują wewnątrz ściany, tam też mogą wystąpić pierwsze rysy;
- (5) powyższe wnioski, zgodne z obserwacjami zarysowań w rzeczywistych ścianach [6, 7] można było sformułować na podstawie rozkładów naprężeń termiczno-skurczowych wyznaczonych z uwzględnieniem rzeczywistego rozkładu temperatur twardnienia i skurczu na grubości i wysokości ściany.

Piśmiennictwo

- [1] Kiernożycki W.: *Betonowe konstrukcje masywne*. Kraków, Polski Cement, 2003.
- [2] RILEM TC 119-TCE: *Avoidance of Thermal Cracking in Concrete at Early Ages*. *Materials and Structures*, vol. 30, 1997, s. 451-464.
- [3] RILEM REPORT 25: *Early Age Cracking in Cementitious Systems*. Final Report of RILEM Technical Committee TC 181-EAS, 2002.
- [4] Mihashi H., Leite J.P.: *State-of-the-Art Report on Control Cracking in Early Age Concrete*. *Journal of Advanced Concrete Technology*, vol. 2, nr 2/ 2004, s. 141-154.
- [5] Ajdukiewicz A., Kliszczewicz A., Głuszak B.: *Destrukcyjna termiczna zbiorników żelbetowych we wczesnym okresie dojrzewania*. XXXIX Konferencja Naukowa KILiW PAN i KN PZITB Krynica 1993, tom 5, s. 5-12.
- [6] Flaga K., Furtak K.: *Problem of thermal and shrinkage cracking in tanks vertical walls and retaining walls near their contact with solid foundation slabs*. *Architecture–Civil Engineering–Environment*, vol. 2, nr 2/2009, s. 23-30.
- [7] Zych M.: *Analiza pracy ścian zbiorników żelbetowych we wczesnym okresie dojrzewania betonu, w aspekcie ich wodoszczelności*. Praca doktorska, Wydział Inżynierii Lądowej Politechniki Krakowskiej, 2011.
- [8] Benboudjema F., and Torrenti J.M.: *Early-age behaviour of concrete nuclear containments*. *Nuclear Engineering and Design*, vol. 238 nr 10/2008, s. 2495-2506.
- [9] Klemczak B.: *Modelowanie efektów termiczno-wilgotnościowych i mechanicznych w betonowych konstrukcjach masywnych*. Monografia 183, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice, 2008.
- [10] Klemczak B.: *Prediction of Coupled Heat and Moisture Transfer in Early-Age Massive Concrete Structures*. *Numerical Heat Transfer. Part A: Applications*, vol. 60, nr 3/2011, s. 212-233.
- [11] CEB-FIP: *CEB-FIP Model Code 1990*. Thomas Telford, 1991.
- [12] Nilsson M.: *Restraint Factors and Partial Coefficients for Crack Risk Analyses of Early Age Concrete Structures*. Praca doktorska, Department of Civil and Mining Engineering, Luleå University of Technology, 2003.

ANALYSIS OF STRESSES IN RC WALL SUBJECTED TO EARLY-AGE THERMAL–SHRINKAGE DEFORMATIONS

Summary

Although early-age cracking of concrete structures has been known since the 1930s, exploration of this problem was for a long time limited to massive concrete structures. However, early-age thermal–shrinkage cracks are observed in the elements of considerably smaller dimensions if they are externally restrained. Control of this cracking is essential to provide durability and desired service life to concrete structures.

The problem of thermal–shrinkage cracking is complex and little attention was paid towards the analysis of stresses generated in externally restrained reinforced concrete structures. The article attempts to fill in this vacancy presenting, on an example of a RC wall cast on an old set foundation, the development of thermal–shrinkage stresses, influence of dimensions, share of thermal and shrinkage stress components as well as the role of self-induced and restrained stresses in total thermal–shrinkage stresses.

Michał KNAUFF¹

Wydział Budownictwa i Inżynierii Środowiska, SGGW w Warszawie

Agnieszka GOLUBIŃSKA²

Wydział Inżynierii Lądowej, Politechnika Warszawska

O UPROSZCZONEJ METODZIE KONTROLI ZARYSOWANIA WEDŁUG EUROKODU 2

STRESZCZENIE

Metoda uproszczona służąca do weryfikacji stanów granicznych zarysowania, opisana w pkt. 7.3.3 normy [1] i zatytułowana „Sprawdzanie zarysowania bez obliczania szerokości rys”, w wielu przypadkach jest bardzo mało dokładna i prowadzi do błędnych wyników. Autorzy zaproponowali nowe zestawy tablic oraz wzorów, wyprowadzonych na podstawie metody ogólnej, opisanej w normie [1] w pkt. 7.3.4. Nowy zestaw tablic, podobnie jak tablice zawarte w pkt. 7.3.3 normy [1], prowadzi do wyznaczenia maksymalnej średnicy pręta, dla której szerokość rysy nie przekroczy założonej wartości. Przedstawiono przykłady sprawdzania zarysowania elementu zginanego oraz osiowo rozciąganego, które pokazują dużą zbieżność proponowanych tablic z metodą ogólną oraz duże rozbieżności pomiędzy obliczeniami dokładnymi a rezultatami otrzymanymi w wyniku stosowania tablic z punktu 7.3.3 normy [1].

SŁOWA KLUCZOWE: konstrukcje żelbetowe, zarysowanie, metoda uproszczona, Eurokod

1. WSTĘP

W normie [1] w pkt. 7.3.3 zamieszczono tablice służące, jak określono to w normie, do „sprawdzania zarysowania bez obliczania szerokości rys”. Sprawdzanie polega na porównywaniu średnicy zastosowanych prętów zbrojenia Φ z maksymalną średnicą prętów Φ_s , obliczoną na podstawie średnicy Φ_s^* , zaczerpniętej z prostej tablicy 7.2N normy [1]. Wartości Φ_s^* zależą od granicznej szerokości rys (w tablicy występują graniczne szerokości 0,2; 0,3 i 0,4 mm) oraz od naprężenia w zbrojeniu σ_s , wywołanego miarodajną kombinacją oddziaływań. Naprężenie to należy obliczyć lub oszacować przed skorzystaniem z tablic. Następnie z tablicy odczytuje się wartość Φ_s^* i koryguje ją mnożąc przez współczynnik korekcyjny, który oblicza się albo ze wzoru (7.6N), albo ze wzoru (7.7N). Współczynnik korekcyjny zależy od:

- efektywnej wytrzymałość betonu na rozciąganie $f_{ct,eff}$,

¹ m.knauff@il.pw.edu.pl

² a.golubinska@il.pw.edu.pl

- wysokości strefy rozciąganej bezpośrednio przed zarysowaniem h_{cr} ,
- współczynnika k_c , który zależy od rozkładu naprężeń ($k_c = 1,0$ przy osiowym rozciąganiu i $0,4$ przy zginaniu),
- odległości od środka ciężkości zbrojenia do rozciąganej krawędzi przekroju ($h - d$) (w Polsce oznaczanej tradycyjnie przez a).

Skorzystanie z tej uproszczonej metody wcale nie jest bardzo proste, a czasem może budzić wątpliwości związane z mało precyzyjnymi definicjami normy. Np. metodzie uproszczonej towarzyszą zacytowane poniżej określenia (kursywą cytaty z normy), które naprawdę mogą wprowadzić w konfuzję. Wzór (7.6.N) należy stosować „przy zginaniu (co najmniej część przekroju ściskana)”, a wzór (7.7.N) „przy rozciąganiu (równomierne rozciąganie osiowe)”. Nie wiadomo po co dodano tu objaśnienia w nawiasach. Domyślamy się, że wzór (7.7N) należy stosować przy rozciąganiu, gdy nie ma strefy ściskanej (czyli w przypadkach małego mimośrod), a wzór (7.6N) we wszystkich innych przypadkach.

Tablica 7.2N i towarzyszące jej wzory powstały na podstawie ogólnej metody normy (wzorów do obliczania szerokości rys). Przekształcona forma tych wzorów może służyć do obliczenia średnicy prętów zbrojenia. Kompletny wywód, w którym takie tablice buduje się podobną metodą, dotyczący normy DIN, można znaleźć np. w pracy P. Schießla [2]. Wyprowadzenie wzorów znajdujących się w [1] rozpatruje M. Knauff w [3]. Śledząc te prace można zorientować się, gdzie przybliżenia konieczne do wyprowadzenia prostych wzorów, stają się zbyt niedokładne.

W starszych wersjach Eurokodu [4] wzory do wyznaczania współczynników korekcyjnych, jak wykazano w pracy [5], były po prostu błędne, a aktualna wersja też jest obciążona niedokładnościami. Założenia zastosowane przy budowie tablic opisane pod tablicą 7.2N też budzą zastrzeżenia. Wartość współczynnika k_4 nie może wynosić $1,0$ (powinno być $k_4 = 0,425$), a przyjęta za podstawę obliczeń otulina $c = 25$ mm jest mało trafnie dobrana. Taka wartość otuliny jest możliwa w płytach, ale w belkach osiągnięcie takiej otuliny jest prawie niemożliwe (dla $c_{min,dur} = 15$ mm, strzemion 6 mm oraz $\Delta c_{dev} = 10$ mm otrzymuje się wartość $c_{nom} > 30$ mm). Pomijamy tu jeszcze inne zastrzeżenia.

Łatwo stwierdzić, że w niektórych przypadkach wynik zastosowania tablic mocno różni się od wyniku ścisłego obliczenia. Oczywiście, zwykle toleruje się to, że wyniki uzyskane z tablic umieszczonych w normach w celu uproszczenia, różnią się trochę od wyników dokładnych, ale tutaj, jak wykazano na przykładach, różnice są zdecydowanie za duże.

W punkcie 2 wyprowadzono wzory, które są podstawą tablic przedstawionych w punkcie 3. Tablice te nie są tak zwarte, jak tablica w normie, ale korzysta się z nich równie łatwo (trzeba wykonać tylko kilka prostych operacji arytmetycznych), a wyniki są prawie zupełnie „ściśle”, tzn. zgodne z teorią ogólną zalecaną w normie.

2. BUDOWA TABLIC – ZAŁOŻENIA I WZORY

Przekształcając zawarte w [1] wzory do obliczania szerokości rys i przyjmując: $k_3 = 3,4$, $k_4 = 0,425$, $k_1 = 0,8$ (stal żebrowana), $k_t = 0,4$ (obciążenie długotrwałe) oraz wprowadzając zmienną σ_{sm} , otrzymuje się wzór:

$$\Phi = \frac{\rho_{p,eff}}{k_1 \cdot k_2 \cdot k_4} \left(\frac{E_s w_k}{\sigma_{sm}} - k_3 \cdot c \right) = \frac{\rho_{p,eff}}{0,34k_2} \left(\frac{E_s w_k}{\sigma_{sm}} - 3,4c \right) \quad (1)$$

w którym

$$\sigma_{sm} = \sigma_s - k_t \frac{k f_{ct,eff}}{\rho_{p,eff}} \left(1 + \alpha_e \rho_{p,eff} \right), \text{ lecz nie mniej niż } 0,6\sigma_s \quad (2)$$

Jak widać średnica prętów zbrojenia, dla której osiąga się szerokość rys wynoszącą w_k zależy od ośmiu zmiennych: $\rho_{p,eff}$, c , k_b , k , k_2 , σ_s , α_e , $f_{ct,eff}$.

Wzór (1) można też przedstawić w postaci

$$\Phi = \frac{k f_{ct,eff}}{2,9 k_2} \Phi^* \quad (3)$$

w której:

$$\Phi^* = \frac{8,529 \rho_{p,eff}}{k f_{ct,eff}} \left(\frac{E_s w_k}{\sigma_{sm}} - 3,4c \right) \quad (4)$$

W celu zmniejszenia liczby zmiennych, od których zależy Φ^* , można przyjąć, że $\alpha_e k f_{ct,eff} = 19 \text{ MPa}$.

Obliczona dokładnie wartość $\alpha_e k f_{ct,eff}$ (dla $k = 1,0$) wynosi od 12 MPa (dla C12/15) do 23 MPa (dla C90/105), a wynik obliczenia średnicy jest mało wrażliwy na zmiany tej wartości. Tak więc, stosując to przybliżenie popelnia się błąd bardzo mały. Jest to jedyne przybliżenie, jakie trzeba zastosować na drodze do budowy tablic.

Wprowadzając zmienną

$$f_p = \frac{k f_{ct,eff}}{\rho_{p,eff}} \quad (5)$$

można σ_{sm} we wzorze (4) przedstawić w postaci

$$\sigma_{sm} = \max(0,6\sigma_s, \sigma_s - 0,4(f_p + \alpha_e k f_{ct,eff})) \quad (6)$$

$$\sigma_{sm} = \max(0,6\sigma_s, \sigma_s - 0,4(f_p + 19)) \quad (7)$$

Teraz dla każdej pary (w_k , c) można zbudować tablicę wartości Φ^* , która – dla danych naprężeń σ_s i f_p – może służyć do prostego wyznaczenia wartości Φ na podstawie wzoru (3). Można wtedy wyznaczać maksymalną średnicę zbrojenia dla elementów zginanych, rozciąganych osiowo i w przybliżeniu także rozciąganych mimośrodowo (przez zastosowanie odpowiedniego k_2) za pomocą sześciu ÷ ośmiu tablic, np. dla dwóch wartości w_k i dla każdej z nich trzy wartości $c = 20, 30$ i 40 mm .

Współczynnik k we wzorze (5) zależy od wpływu samorzównoważonych naprężeń obniżających efektywną wytrzymałość na rozciąganie. Przy obliczaniu minimum zbrojenia przyjmuje się k od 0,65 do 1,0, a przy obliczaniu szerokości rys (niekonsekwentnie) zawsze $k = 1,0$.

Poniżej zamieszczono przykładowe dwie tablice: dla $w_k = 0,3 \text{ mm}$, $c = 40 \text{ mm}$ oraz dla $w_k = 0,3 \text{ mm}$, $c = 40 \text{ mm}$.

Tablica 1. Średnica zastępcza Φ^* - graniczna szerokość rys $w_k = 0,3$ mm, otulina $c = 40$ mm

f_p σ_s	400	350	300	250	225	200	180	160	140	120	100	80	70	60	50	40	30	20	10	8
160	10	12	14	17	19	21	23	26	30	31	34	39	40	40	40	40	40	40	40	40
180	8,9	10	12	14	16	18	20	22	23	25	27	31	34	38	40	40	40	40	40	40
200	7,8	8,9	10	12	14	16	17	18	19	20	22	25	28	31	36	40	40	40	40	40
220	6,8	7,8	9,1	11	12	14	14	14	15	16	18	21	23	26	30	36	40	40	40	40
240	6,0	6,8	8,0	10	11	11	11	12	12	13	15	17	19	22	25	30	39	40	40	40
260	5,3	6,1	7,1	8,5	8,9	9,0	9,3	10	10	11	12	15	16	18	21	25	32	40	40	40
280	4,7	5,4	6,3	7,2	7,3	7,5	7,7	8,1	8,6	9,3	10	12	13	15	17	21	27	39	40	40
300	4,2	4,8	5,6	6,0	6,1	6,2	6,5	6,8	7,2	7,8	8,7	10	11	12	14	17	22	32	40	40
320	3,8	4,3	5,0	5,0	5,1	5,2	5,4	5,6	6,0	6,5	7,2	8,3	9,1	10	12	14	18	26	40	40
340	3,4	3,9	4,2	4,2	4,2	4,3	4,5	4,7	4,9	5,3	5,9	6,8	7,4	8,3	10	11	15	21	40	40
360	3,0	3,5	3,5	3,5	3,5	3,6	3,7	3,8	4,0	4,3	4,8	5,5	6,0	6,6	7,6	9,0	11	16	31	38
380	2,7	3,0	2,9	2,9	2,9	3,0	3,0	3,1	3,3	3,5	3,8	4,3	4,7	5,1	5,8	6,9	8,7	12	23	28
400	2,4	2,5	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4	2,5	2,6	2,7	2,9	3,2	3,5	3,8	4,3	5,0	6,2	8,6	16	19
425	2,1	2,0	1,9	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,3	2,6	2,9	3,4	4,5	7,8	9,4
450	1,6	1,5	1,4	1,3	1,3	1,3	1,2	1,2	1,2	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,0	1,0	1,0	0,9	0,7	0,7

Tablica 2. Średnica zastępcza Φ^* - graniczna szerokość rys $w_k = 0,3$ mm, otulina $c = 20$ mm

f_p σ_s	400	350	300	250	225	200	180	160	140	120	100	80	70	60	50	40	30	20	10	8
160	12	14	16	19	21	24	26	30	34	36	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40
180	10	12	14	17	18	21	23	26	27	29	33	38	40	40	40	40	40	40	40	40
200	9,2	11	12	15	16	18	20	21	23	25	28	33	36	40	40	40	40	40	40	40
220	8,2	9,4	11	13	15	16	17	18	19	21	24	28	31	36	40	40	40	40	40	40
240	7,4	8,5	9,9	12	13	14	15	15	17	18	21	25	27	31	37	40	40	40	40	40
260	6,8	7,7	9,0	11	11	12	13	13	14	16	18	22	24	28	32	40	40	40	40	40
280	6,2	7,0	8,2	9,6	9,9	10	11	12	13	14	16	19	22	25	29	35	40	40	40	40
300	5,7	6,5	7,5	8,3	8,7	9,1	9,7	10	11	13	14	17	19	22	26	32	40	40	40	40
320	5,2	6,0	6,9	7,3	7,6	8,1	8,6	9,3	10	11	13	16	17	20	23	29	37	40	40	40
340	4,8	5,5	6,1	6,5	6,8	7,2	7,7	8,3	9,1	10	12	14	16	18	21	26	34	40	40	40
360	4,5	5,1	5,4	5,8	6,1	6,5	6,9	7,5	8,2	9,2	11	13	14	16	19	24	31	40	40	40
380	4,2	4,6	4,8	5,2	5,5	5,9	6,2	6,7	7,4	8,3	9,6	12	13	15	17	21	28	40	40	40
400	3,9	4,1	4,3	4,7	4,9	5,3	5,7	6,1	6,7	7,5	8,7	10	12	13	16	19	26	38	40	40
420	3,6	3,7	3,9	4,2	4,5	4,8	5,1	5,6	6,1	6,9	7,9	9,6	11	12	14	18	23	34	40	40
450	3,1	3,2	3,4	3,7	3,9	4,2	4,5	4,8	5,3	6,0	6,9	8,3	9,4	11	13	16	20	30	40	40

3. PRZYKŁADY

3.1. Sposób korzystania z tablic

Aby skorzystać z proponowanych tablic, należy wyznaczyć wartość naprężeń w stali σ_s w taki sam sposób, jak przy stosowaniu tablic w [1] oraz wartość f_p ze wzoru (5). We wszystkich przypadkach (także przy ściskaniu i rozciąganiu mimośrodowym), maksymalną średnicę wyznacza się ze wzoru (3). Współczynniki k i k_2 w tym wzorze wyznacza się zgodnie z normą [1].

Przy zginaniu $k_2 = 0,5$ i $\Phi = 2 \frac{k f_{ct,eff}}{2,9} \Phi^* = 0,69 k f_{ct,eff} \Phi^*$. Przy ściskaniu/rozciąganiu

mimośrodowym przyjmuje się $k_2 = 0,5 \div 1,0$.

W celu wyznaczenia wartości f_p należy oszacować (lub wyznaczyć dokładnie) wartość $\rho_{p,eff}$. Przy rozciąganiu:

- jeżeli $2,5a \leq 0,5h$, to $h_{c,ef} = 2,5a$

- jeżeli $2,5a > 0,5h$, to $h_{c,ef} = 0,5h$.

Przy zginaniu

- jeżeli $2,5a \leq (h - x)/3$, to $h_{c,ef} = 2,5a$
- jeżeli $2,5a > (h - x)/3$, to $h_{c,ef} = (h - x)/3$.

Obliczenie zasięgu strefy ściskanej x wymaga pewnego nakładu pracy, ale warto zauważyć, że jako bezpieczne przybliżenie można zawsze przyjąć $h_{c,ef} = 2,5a$. Jeżeli przy tym założeniu otrzyma się wynik niezadowolający, to można go poprawić wyznaczając dokładniej wartość x .

3.2. Obliczenie wymaganej średnicy zbrojenia w elemencie zginanym

Rozpatruje się element zginany o przekroju prostokątnym o wymiarach $b = 300\text{mm}$ i $h = 500\text{mm}$, wykonany z betonu klasy C25/30, zbrojony czterema prętami $\Phi = 20\text{mm}$. Pozostałe dane: $f_{ct,eff} = 2,6\text{MPa}$, $E_{cm} = 31000\text{MPa}$, $A_{s1} = 12,57\text{cm}^2$ ($4\Phi 20$), stal żebrowana, otulina zbrojenia głównego $c = 40\text{mm}$, stąd $d = h - c - 0,5\Phi = 500 - 40 - 10 = 450\text{mm}$. Wartość momentu zginającego (dla quasi stałej kombinacji obciążeń) wynosi $M_{Ed} = 124,4\text{kNm}$. Graniczna szerokość rys $w_k = 0,3\text{mm}$.

$$\rho_l = \frac{A_{s1}}{b \cdot d} = \frac{12,57}{30 \cdot 45} = 0,93\% \rightarrow \zeta = 0,85 \text{ dla } 0,5\% \leq \rho_l \leq 1,0\%$$

$$\sigma_s = \frac{M_{Ed}}{\zeta \cdot d \cdot A_{s1}} = \frac{124,4}{0,85 \cdot 0,45 \cdot 12,57 \cdot 10^{-4}} \cdot 10^{-3} = 259 \text{ MPa}$$

Jako wstępne przybliżenie przyjmuje się $h_{c,ef} = 2,5a = 2,5 \cdot 50 = 125\text{mm}$.

W celu dokładnego wyznaczenia $h_{c,ef}$ trzeba obliczyć zasięg strefy ściskanej. Wtedy:

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cm}} = \frac{200}{31} = 6,45 \quad \xi = \sqrt{(\alpha_e \cdot \rho_l)^2 + 2 \cdot \alpha_e \cdot \rho_l} - \alpha_e \cdot \rho_l,$$

$$\xi = \sqrt{(6,45 \cdot 0,0093)^2 + 2 \cdot 6,45 \cdot 0,0093} - 6,45 \cdot 0,0093 = 0,2917; \quad x = \xi d = 0,2917 \cdot 0,450 = 0,131 \text{ m}$$

$$h_{c,ef} = \min \left[2,5(h - d); \frac{h - x}{3} \right] = \min \left[2,5 \cdot 50; \frac{450 - 131}{3} \right] = \min [125; 123] = 123 \text{ mm}.$$

Jak widać, najprostsze przybliżenie ($h_{c,ef} = 2,5a$) da w tym przypadku prawie identyczny wynik (125mm i 123mm).

a) Zastosowanie tablic opracowanych przez autorów

$$\text{Dla } h_{c,ef} = 125\text{mm} \quad \rho_{p,eff} = \frac{A_{s1}}{b \cdot h_{c,ef}} = \frac{12,57}{30 \cdot 12,5} = 0,0335$$

$$\text{oraz } f_p = \frac{k \cdot f_{ct,eff}}{\rho_{p,eff}} = \frac{1,0 \cdot 2,6}{0,0335} = 77,6 \text{ MPa}$$

Dla $\sigma_s = 260 \text{ MPa}$ oraz $f_p = 80 \text{ MPa}$, z odpowiedniej tablicy odczytuje się $\Phi^* = 15\text{mm}$.

$$\Phi = 2 \frac{k \cdot f_{ct,eff}}{2,9} \Phi^* = 2 \frac{1,0 \cdot 2,6}{2,9} 15 = 26,9 \text{ mm}$$

Tak więc zastosowana średnica prętów 20 mm < 26,9mm jest odpowiednia.

b) Zastosowanie tablicy 7.2N według normy

Dla $\sigma_s = 260 \text{ MPa}$ oraz $w_k = 0,3 \text{ mm}$, z tablicy 7.2N odczytuje się średnicę $\Phi_s^* = 14 \text{ mm}$. Korzystając z wzoru (7.6N), dla $k_c = 0,4$ oraz $h_{cr} = 0,5h$ otrzymuje się:

$$\Phi_s = \Phi_s^* \frac{f_{ct,eff}}{2,9} \cdot \frac{k_c \cdot h_{cr}}{2(h-d)} = 14 \frac{2,6}{2,9} \cdot \frac{0,4 \cdot 0,5 \cdot 500}{2 \cdot (500 - 450)} = 12,6 \text{ mm.}$$

Tak więc zastosowana średnica $\Phi 20$ jest nieodpowiednia, należałoby zastosować $\Phi 12!!!$

W związku z drastyczną różnicą wyników oblicza się szerokość rys dokładnie, metodą ogólną normy.

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \frac{\sigma_s - \frac{k_1 f_{ct,eff}}{\rho_{p,eff}} (1 + \alpha_e \rho_{p,eff})}{E_s} = \frac{259 - \frac{0,4 \cdot 2,6 (1 + 6,45 \cdot 0,0341)}{0,0341}}{200000} = 1,108 \cdot 10^{-3}$$

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = 1,108 \cdot 10^{-3} > 0,6 \frac{\sigma_s}{E_s} = 0,6 \frac{259}{200000} = 0,776 \cdot 10^{-3}.$$

Dla prętów $\Phi 20$, otulenia $c = 40 \text{ mm}$, $k_1 = 0,8$ (pręty żebrowane), $k_2 = 0,5$ (zginanie)

$$s_{r,max} = 3,4c + 0,425 \frac{k_1 k_2 \Phi}{\rho_{p,eff}} = 3,4 \cdot 40 + 0,425 \frac{0,8 \cdot 0,5 \cdot 20}{0,0341} = 235,8 \text{ mm,}$$

$$w_k = s_{r,max} (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) = 235,8 \cdot 1,108 \cdot 10^{-3} = 0,261 < 0,3 \text{ mm.}$$

Tak więc to wynik uzyskany za pomocą przedstawionych tablic jest poprawny.

3.3. Obliczenie wymaganej średnicy zbrojenia w elemencie rozciągany osiowo

Rozpatruje się osiowo rozciąganą ścianę o grubości $h = 300 \text{ mm}$. Zbrojenie z obu stron ściany takie samo $\Phi 12/100 \text{ mm}$ (z jednej strony $A_{s1} = 11,31 \text{ cm}^2$). Przyjmując beton klasy C25/30, $f_{ct,eff} = 2,6 \text{ MPa}$, $E_{cm} = 31000 \text{ MPa}$, stal żebrowaną, otulinę do zbrojenia głównego $c = 40 \text{ mm}$, siłę rozciągającą $N_{Ed} = 500 \text{ kN}$ oraz graniczną szerokość rys $w_k = 0,3 \text{ mm}$, otrzymuje się:

$$d = 300 - 40 - 6 = 254 \text{ mm}; \quad a = 40 + 6 = 46 \text{ mm}; \quad \sigma_s = \frac{500}{2 \cdot 11,31} \cdot 10^{-1} = 221 \text{ MPa.}$$

Według normy [1] dla $\sigma_s = 220 \text{ MPa}$ oraz $w_k = 0,3 \text{ mm}$, z tablicy 7.2N otrzymuje się $\Phi_s^* = 20,5 \text{ mm}$. Korzystając z wzoru (7.7N), dla $h_{cr} = h$ otrzymuje się:

$$\Phi_s = \Phi_s^* \frac{f_{ct,eff}}{2,9} \cdot \frac{h_{cr}}{8(h-d)} = 20,5 \cdot \frac{2,6}{2,9} \cdot \frac{300}{8 \cdot (300 - 254)} = 15,0 \text{ mm}$$

Tak więc według normy [1] średnica $\Phi 12$ jest odpowiednia.

Według tablic opracowanych przez autorów otrzymuje się:

$$h_{c,ef} = \min(2,5a; 0,5h) = \min(2,5 \cdot 46; 0,5 \cdot 300) = 115 \text{ mm},$$

$$\rho_{p,eff} = \frac{2 \cdot 11,31}{2 \cdot 100 \cdot 11,5} = 0,0098, \quad f_p = \frac{k \cdot f_{ct,eff}}{\rho_{p,eff}} = \frac{1,0 \cdot 2,6}{0,0098} = 264 \text{ MPa}.$$

Dla $\sigma_s = 220 \text{ MPa}$ oraz $f_p = 264 \text{ MPa}$ odczytuje się z odpowiedniej tablicy $\Phi^* = 10 \text{ mm}$, stąd

$$\Phi = \frac{k \cdot f_{ct,eff}}{2,9} \Phi^* = \frac{1,0 \cdot 2,6}{2,9} 10 = 9,2 \text{ mm}.$$

Tak więc za pomocą proponowanych tablic stwierdza się, że zastosowane zbrojenie nie jest wystarczające do zapewnienia szerokości rysy poniżej $0,3 \text{ mm}$.

W celu sprawdzenia, która z metod jest poprawna, obliczono szerokość rys ogólną metoda normy. Wtedy:

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \frac{\sigma_s - \frac{k_t f_{ct,eff}}{\rho_{p,eff}} (1 + \alpha_e \rho_{p,eff})}{E_s} = \frac{221 - \frac{0,4 \cdot 2,6 (1 + 6,45 \cdot 0,0098)}{0,0098}}{200000} = 0,543 \cdot 10^{-3}$$

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = 0,543 \cdot 10^{-3} < 0,6 \frac{\sigma_s}{E_s} = 0,6 \frac{221}{200000} = 0,663 \cdot 10^{-3}$$

Dla prętów $\Phi 12$, otulenia $c = 40 \text{ mm}$, $k_1 = 0,8$ (pręty żebrowane), $k_2 = 1,0$ (czyste rozciąganie) otrzymuje się:

$$s_{r,max} = 3,4c + 0,425 \frac{k_1 k_2 \Phi}{\rho_{p,eff}} = 3,4 \cdot 40 + 0,425 \frac{0,8 \cdot 1,0 \cdot 12}{0,0098} = 551 \text{ mm}$$

$$w_k = s_{r,max} (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) = 551 \cdot 0,663 \cdot 10^{-3} = 0,37 \text{ mm} > 0,3 \text{ mm}$$

Otrzymany wynik $w_k = 0,37 \text{ mm}$ wskazuje, że stosowanie tablic opracowanych przez autorów jest poprawne.

4. PODSUMOWANIE

1. W artykule przedstawiono nowe, opracowane przez autorów, tablice do uproszczonego obliczania maksymalnej średnicy prętów zbrojenia, która zapewnia nieprzekroczenie granicznej szerokości rys. Posługiwanie się nowymi tablicami jest prawie tak samo proste jak posługiwanie się tablicami w normie [1].
2. Tablice maksymalnych średnic prętów i związane z nimi wzory na współczynniki korekcyjne podane w normie mogą prowadzić do wyników bardzo różniących się od wyników uzyskanych metodą ogólną zalecaną w normie.
3. Wyniki otrzymane za pomocą tablic opracowanych przez autorów są bardzo bliskie wynikom otrzymanym według metody ogólnej. Świadczą o tym zarówno przykłady obliczeń jaki wywoły, w których przedstawiono metodę zastosowaną do obliczenia wartości współczynników w tych tablicach.

Piśmiennictwo

- [1] PN-EN 1992-1-1: 2008. Eurokod 2: Projektowanie konstrukcji z betonu. Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków.
- [2] Schießl P., Grundlagen der Neuregelung zur Beschränkung der Rißbreite - Erläuterungen zu DIN 1045, DAfSt, Heft 400, Berlin 1989
- [3] Knauff M.: Stany graniczne użytkowości, w: Podstawy projektowania konstrukcji żelbetowych i sprężonych według Eurokodu 2, praca zbiorowa, Sekcja Konstrukcji Betonowych KILiW PAN, Dolnośląskie Wydawnictwo Edukacyjne, Wrocław 2006
- [4] ENV 1992-1-1 Eurocode 2: Design of Concrete Structures. Part 1-1. General Rules and Rules for Buildings, 1991
- [5] Knauff M.: Suggested Modifications to the Crack Control Methods of EC. Workshop – Development of EN 1992 in Relation to New Research Results and to the CEB-FIP Model Code 1990, Czech Technical University, Prague 1994.

ON A SIMPLIFIED METHOD OF THE CRACK WIDTHS CONTROL ACCORDING TO EUROCODE 2

Summary

The method of simplified cracking control without direct calculation according to p. 7.3.3 of Eurocode 2 Part 1-1, in some cases appeared to be very inexact. The present paper deals with improvement of a simplified method of crack control. The new set of tables and expressions based on the general method is presented. The rules given in 7.3.4 are presented in a tabular form by restricting the bar diameter. The examples of crack widths calculations for bending and for pure tension are given. They show very good agreement of the authors' tables with the general method and big differences between this method and the results according to table 7.2N in Eurocode 2.

Jacek KORENTZ¹
Uniwersytet Zielonogórski

NIESPRĘŻYSTE WYBOCZENIE PRĘTÓW ZBROJENIA, MODEL ZJAWISKA

STRESZCZENIE

Konstrukcje żelbetowe w wyniku oddziaływań sejsmicznych, czy obciążeń wyjątkowych mogą pracować w stanie deformacji pokrytycznych. Wówczas może dojść do niesprężystego wybooczenia prętów zbrojenia podłużnego. Według postanowień normowych [15] przy sprawdzaniu stanów granicznych nośności zjawisko wybooczenia prętów nie jest uwzględniane; przyjmowane są takie same modele fizyczne stali dla rozciągania i ściskania, a wybooczeniu prętów mają zapobiegać odpowiednio rozstawione strzemiona. Jednak w ocenie ciągłości konstrukcji żelbetowych, rozumianej jako zdolność do przenoszenia deformacji plastycznych bez istotnego spadku nośności, odmienne zachowanie prętów ściskanych i prętów rozciąganych w strefie przegubów plastycznych powinno być uwzględniane. Znane w literaturze modele fizyczne zbrojenia ściskanego odwzorowują zachowanie prętów wykonanych ze stali w wąskim zakresie właściwości mechanicznych lub wymagają dużej ilości danych. W artykule zaproponowano nowy, prosty, trójliniowy model pracy prętów zbrojenia ściskanego z uwzględnieniem niesprężystego wybooczenia. Zaproponowany model wykazuje zadowalającą zgodność z wynikami badań doświadczalnych. Może on mieć zastosowanie do modelowania zachowania prętów ze stali o zróżnicowanych właściwościach mechanicznych w analizie pracy przegubów plastycznych elementów żelbetowych.

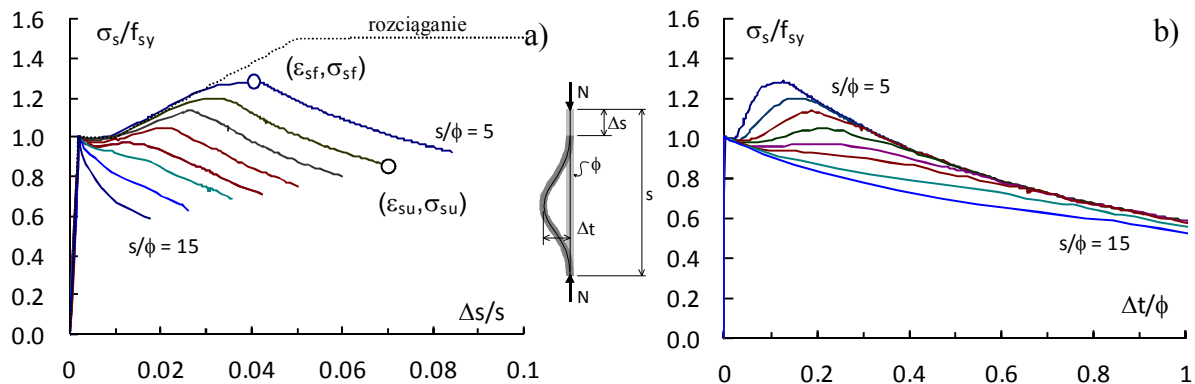
SŁOWA KLUCZOWE: żelbet, stal zbrojeniowa, deformacje pokrytyczne, stateczność, niesprężyste wybooczenie.

1. WPROWADZENIE

Konstrukcje mogą pracować w stanie deformacji pokrytycznych, wtedy tworzą się w nich przeguby plastyczne. Może to być spowodowane wstrząsami sejsmicznymi, eksplozją, katastrofą komunikacyjną, czy też przeciążeniem. W takich przypadkach w elementach żelbetowych najczęściej dochodzi do niesprężystego wybooczenia prętów zbrojenia podłużnego, po uprzednim odspojeniu otuliny. Wówczas siły przenoszone przez takie same pręty ściskane i pręty rozciągane są różne. Dlatego w przypadku analizy konstrukcji żelbetowych w stanie deformacji pokrytycznych należy uwzględnić inne zachowanie prętów ściskanych i inne zachowanie prętów rozciąganych, a tym samym należy przyjąć inne związki między naprężeniami a odkształceniami w obydwu przypadkach.

¹ j.korentz@ib.uz.zgora.pl

Wyniki badań doświadczalnych [1,4,6,10], a także wyniki analiz numerycznych [7,8,11,12] dotyczące prętów ściskanych obustronnie utwierdzonych pokazują, że do niesprężystego wyboczenia dochodzi w chwili gdy naprężenia w pręcie osiągną granicę plastyczności; wówczas pręt traci prostoliniową postać (rys. 1b).



Rys. 1. Zachowanie pręta ściskanego: a) skrócenie, b) przemieszczenia boczne [8]

Zachowanie prętów ściskanych, obustronnie utwierdzonych, po wyboczeniu niesprężystym zależy od smukłości pręta (rys. 1a), a także od właściwości mechanicznych stali, z której są wykonane [5,7,9,12]. Nadmienić należy, że w stanie granicznym nośności przekrojów ściskanych, a także zginanych, w ściskanych prętach zbrojenia zostanie osiągnięta granica plastyczności. Jak pokazuje rys. 1a zachowanie prętów ściskanych i prętów rozciąganych po przekroczeniu granicy plastyczności jest odmienne, szczególnie dla dużych smukłości prętów, gdy $s/\phi > 10$. Przebieg i opis zjawisk zachodzących podczas ściskania w pręcie i charakterystycznych przekrojach pręta jest szczegółowo przedstawiony w pracy [12].

2. STATECZNOŚĆ PRĘTÓW ŚCISKANYCH

Podstawowym zadaniem strzemion w słupach żelbetowych jest zapewnienie takiego podparcia prętów zbrojenia podłużnego, aby zapobiec ich przedwczesnemu wyboczeniu. Początkowo w analizach stateczności prętów zbrojenia podłużnego rozpatrywano małe deformacje w zakresie sprężystym. Teoria Eulera, a później także teoria modułu stycznego lub teoria modułu zastępczego (Bresler i Gilbert [3], Scribner [18], Papią i inni [14]) i obciążenie pręta odpowiadające granicy plastyczności były podstawą określenia krytycznego rozstawu strzemion i ich sztywność w słupach żelbetowych.

Wyniki późniejszych badań pokazały, że pręty ściskane po wyboczeniu są w stanie przenosić skutecznie dalsze wzrastające obciążenia. Badaniami doświadczalnymi niesprężystego wyboczenia prętów zbrojenia obciążonych monotonicznie i obciążonych cyklicznie zajmowali się Monti i Nuti [13], Korentz [6]. Bayrak i Sheikh [2] oraz Bae, Mises i Bayrak [1] badali stateczność prętów zbrojeniowych osiowo ściskanych z uwzględnieniem ich początkowych imperfekcji. Rodrigez, Botero i Villa [17] badali problem zdefiniowania chwili, w której następuje początek wyboczenia pręta. Analizy numeryczne niesprężystego wyboczenia prętów osiowo ściskanych przy wykorzystaniu MES prowadzili Mau [11], Mau i El-Mabsout [12], Dhakal i Maekawa [5], Korentz i Marcinowski [7], Korentz [9].

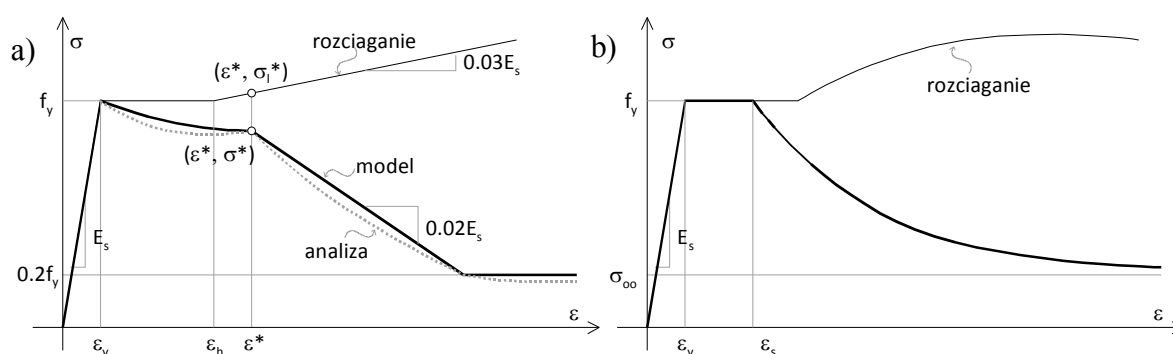
W przeprowadzanych analizach numerycznych [5,11,12] śledzono również poziome przemieszczenia środkowego przekroju pręta. W każdym przypadku utrata prostoliniowej postaci pręta następowała zaraz po tym, gdy naprężenia w pręcie osiągnęły granicę plastyczności. Wyniki tych analiz, jak również prezentowane wykresy na rys. 1 pokazują, że w przypadku niesprężystego wyboczenia możliwa jest także wychylona postać równowagi

statecznej. Dlatego wyboczenie niesprężyste powinno być traktowane jak wyboczenie w sensie fizycznym, a teoretycznego uzasadnienia wpływu plastycznych właściwości stali na ścieżki równowagi statycznej można szukać na gruncie teorii Ayrton'a-Perry'go, cytowanej w pracy [16], dotyczącej wyczerpania nośności prętów z krzywizną wstępną [9]. Z powyższych względów, jako siłę krytyczną dla wyboczenia niesprężystego, należy przyjmować nośność pręta, tj. maksymalną siłę przenoszoną przez pręt (rys. 1a).

3. MODELE ZBROJENIA ŚCISKANEGO

3.1. Znane modele zbrojenia ściskanego

Dhokal i Maekawa [5] na podstawie przeprowadzonych analiz numerycznych dla stali z liniowym wzmocnieniem po uplastycznieniu zaproponowali model pracy prętów ściskanych z uwzględnieniem niesprężystego wyboczenia, który zilustrowany jest na rys2a.



Rys.2. Modele zbrojenia ściskanego: a) Model Dhokal -Maekawa [5], b) Model Consenza -Prota [4]

W modelu tym charakterystycznym miejscem jest punkt pośredni (umowne maksymalne naprężenia przy ściskaniu po uplastycznieniu) o współrzędnych (ϵ^*, σ^*) wyznaczonych z zależności:

$$\epsilon^* = \begin{cases} \epsilon_y \left(55 - 2.3 \sqrt{\frac{f_y}{100} \frac{L}{D}} \right) & \text{jeżeli } \sqrt{\frac{f_y}{100} \frac{L}{D}} \leq 20.86 \\ 7\epsilon_y & \sqrt{\frac{f_y}{100} \frac{L}{D}} > 20.86 \end{cases} \quad (1)$$

$$\sigma^* = \sigma_l^* \alpha \left(1.1 - 0.016 \sqrt{\frac{f_y}{100} \frac{L}{D}} \right) \quad (2)$$

natomiast związki między naprężeniami a odkształceniami opisuje zależność:

$$\sigma = \begin{cases} E_s \epsilon & \epsilon \leq \epsilon_y \\ \sigma_l^* \alpha \left[1 - \left(1 - \frac{\sigma^*}{\sigma_l^*} \right) \left(\frac{\epsilon - \epsilon_y}{\epsilon^* - \epsilon_y} \right) \right] & \text{jeżeli } \epsilon_y < \epsilon \leq \epsilon^* \\ \sigma^* - 0.02E_s (\epsilon - \epsilon^*) & \epsilon > \epsilon^* \end{cases} \quad (3)$$

przy czym dla odkształceń $\epsilon > \epsilon^*$ naprężenia $\sigma \geq 0.2f_y$.

W powyższych wzorach $\alpha=1.00$ dla stali z liniowym wzmocnieniem po uplastycznieniu, $\alpha=0.75$ dla stali idealnie sprężysto-plastycznej, L to odległość między punktami podparcia, a D to średnica pręta.

Cosenza i Prota [4] na podstawie przeprowadzonych badań doświadczalnych zaproponowali dla prętów obustronnie zamocowanych, o smukłości L/D z zakresu $8 \div 20$, model który zilustrowany jest na rys.2b. Według autorów modelu dla smukłości $L/D < 8$ zachowania pręta ściskanego jest zbliżone do zachowania podczas rozciągania, ponieważ naprężenia krytyczne są większe od granicy plastyczności. Natomiast w przypadku smukłości prętów $L/D > 20$ mamy do czynienia z wyboczeniem sprężystym, wyboczenie następuje przed osiągnięciem granicy plastyczności. W modelu tym związki między naprężeniami a odkształceniami są określane dla smukłości prętów z zakresu $L/D = 8 \div 20$ i są opisane poniższymi zależnościami:

$$\begin{aligned} \sigma &= E_s \varepsilon && \text{jeżeli} && \varepsilon \leq \varepsilon_s \\ \sigma &= f_y && \text{jeżeli} && \varepsilon_y < \varepsilon \leq \varepsilon_s \\ \sigma &= \sigma_\infty + \left((f_y - \sigma_\infty) e^{-0.2 \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_s} - 1 \right)} \right) && \text{jeżeli} && \varepsilon > \varepsilon_s \end{aligned} \quad (4)$$

w których:

$$\sigma_\infty = f_y \frac{2.8}{\frac{L}{D}} \quad \varepsilon_s = \varepsilon_y + 43.3(\varepsilon_h - \varepsilon_y) e^{-0.47 \frac{L}{D}} \quad (5,6)$$

gdzie: ε_h to odkształcenie w chwili wzmocnienia, E_s to moduł sprężystości.

Przedstawione modele dają dobrą zgodność z wynikami analiz numerycznych i wynikami badań doświadczalnych, na podstawie których zastały opracowane tj. dobrze odwzorowują zachowanie prętów zbrojeniowych wykonanych ze stali o określonych parametrach. Jak pokazały wykonane analizy numeryczne wpływ na niesprężyste wyboczenie poza smukłością pręta ma również długość półki plastycznej, przebieg krzywej wzmocnienia, stosunek wytrzymałości do granicy plastyczności [7], a także granica plastyczności [5,9]. Prezentowane modele prętów ściskanych uwzględniają jedynie wąski zakres parametrów charakteryzujących właściwości mechaniczne stali. W modelu Cosenza-Prota zachowanie prętów zależy od właściwości stali w chwili uplastycznienia tj. granicy plastyczności (f_y, ε_y) i długości półki plastycznej (ε_h). Ponadto model ten nie uwzględnia prętów o smukłości $L/D < 8$. Natomiast stosowanie modelu Dhakal-Maekawa [5], opracowanego na podstawie jednej krzywej materiałowej, wymaga znajomości kompletnego przebiegu zależności σ - ε dla innych krzywych materiałowych.

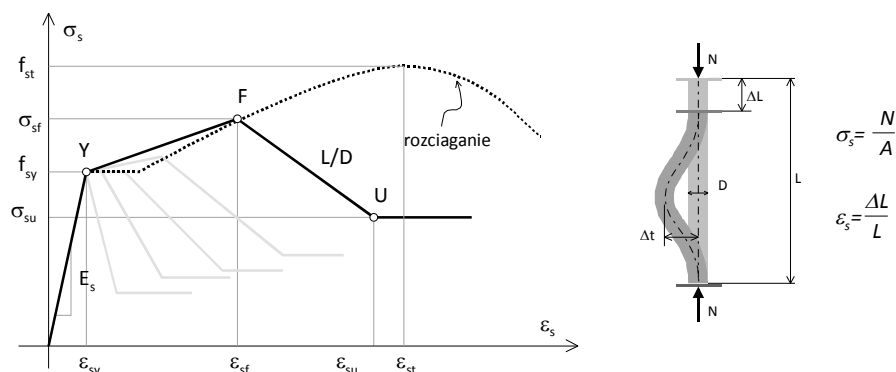
Jednak zachowanie stali po uplastycznieniu może być bardzo zróżnicowane. Stąd mogą być ograniczone możliwości stosowania tych modeli. Dlatego celowe jest opracowanie modelu pracy zbrojenia ściskanego, który opisywał by bardzo szeroką gamę stosowanych dziś stali zbrojeniowych w konstrukcjach z betonu.

3.2. Proponowany model zbrojenia ściskanego

Model zbrojenia ściskanego został opracowany na podstawie badań doświadczalnych prętów zbrojeniowych obustronnie utwierdzonych wykonanych z trzech różnych gatunków

stali, Korentz [6]. Badane pręty były wykonane ze stali zbrojeniowych o różnych właściwościach mechanicznych, tj. stali gatunku 34GS, 18G2 i St3S.

W proponowanym modelu zbrojenia ściskanego, związki między naprężeniami i odkształceniami po uplastycznieniu zależą od dwóch parametrów tj. maksymalnego naprężenia (wytrzymałości stali) f_{st} i odkształcenia dla maksymalnego naprężenia ϵ_{st} . Te dwa parametry stali, wytrzymałość i towarzysząca jej odkształcalność, przy stałym module Younga E_s i znanej granicy plastyczności (ϵ_{sy}, f_{sy}) w pełni charakteryzują właściwości mechaniczne stali. Zatem można przyjąć, że zachowanie pręta ściskanego zależy w zasadzie tylko od tych dwóch parametrów wyrażających ciągliwość stali zbrojeniowej, która wg EC2 [15] jest określana ilorazem f_{st}/f_{sy} i przede wszystkim odkształceniem ϵ_{st} .



Rys.3. Proponowany model zbrojenia ściskanego.

Zaproponowany model odwzorowujący zachowanie ściskanego pręta zbrojenia podłużnego jest zilustrowany na rys.3. W zachowaniu pręta smukłego można wyróżnić trzy fazy pracy. Do chwili uplastycznienia (punkt Y) pręt pracuje liniowo-sprężysto. Po przekroczeniu granicy plastyczności f_y pręt traci prostoliniową postać (rys.1b), pojawiają się efekty drugiego rzędu i o nośności pręta zaczyna decydować także sztywność na zginanie. Nośność rośnie do chwili gdy naprężenia w skrajnych włóknach ściskanych osiągają wytrzymałość f_{st} (punkt F). Następnie nośność pręta obniża się, ponieważ decydujący wpływ na jego nośność ma sztywność na zginanie, a następnie stabilizuje się na stałym poziomie (punkt U), gdy w przekrojach utwierdzenia i przekroju środkowym pojawi się plastyczny wskaźnik zginania.

Model opisują trzy punkty charakteryzujące zachowanie pręta podczas ściskania, są to następujące punkty:

Y - uplastycznienie, współrzędne (ϵ_{sy}, f_{sy}),

F - wyoboczenie; maksymalna siła przenoszona przez pręt, współrzędne ($\epsilon_{sf}, \sigma_{sf}$),

U - stabilizacja; minimalna siła przenoszona przez pręt po wyoboczeniu, współrzędne ($\epsilon_{su}, \sigma_{su}$).

Odształcenia w chwili wyoboczenia ϵ_{sf} dla smukłości prętów, wyrażonych ilorazem długości pręta L i jego średnicy D , $L/D \leq 12$ i naprężenia w chwili wyoboczenia σ_{sf} dla smukłości prętów $L/D \leq 10$ wyrażają zależności:

$$\frac{\epsilon_{sf}}{\epsilon_{st}} = -0.773 \frac{L}{D} + 0.731 \quad \frac{\sigma_{sf}}{f_{st}} = 2.80 \left(\frac{L}{D} \right)^{-0.64} \quad (7, 8)$$

gdy smukłość pręta $L/D > 10$ to $\sigma_{sf} = f_{st}$, a gdy smukłość pręta $12 < L/D \leq 15$ to $\epsilon_{sf} = \epsilon_{sy}$.

Odształcenia końcowe ϵ_{su} i naprężenia końcowe σ_{su} , po przekroczeniu których następuje stabilizacja siły przenoszonej przez pręt opisują zależności:

$$\frac{\epsilon_{su}}{\epsilon_{st}} = 23.25 \left(\frac{L}{D} \right)^{-1.80} \quad \frac{\sigma_{su}}{f_{st}} = 5.25 \left(\frac{L}{D} \right)^{-1.10} \quad (9, 10)$$

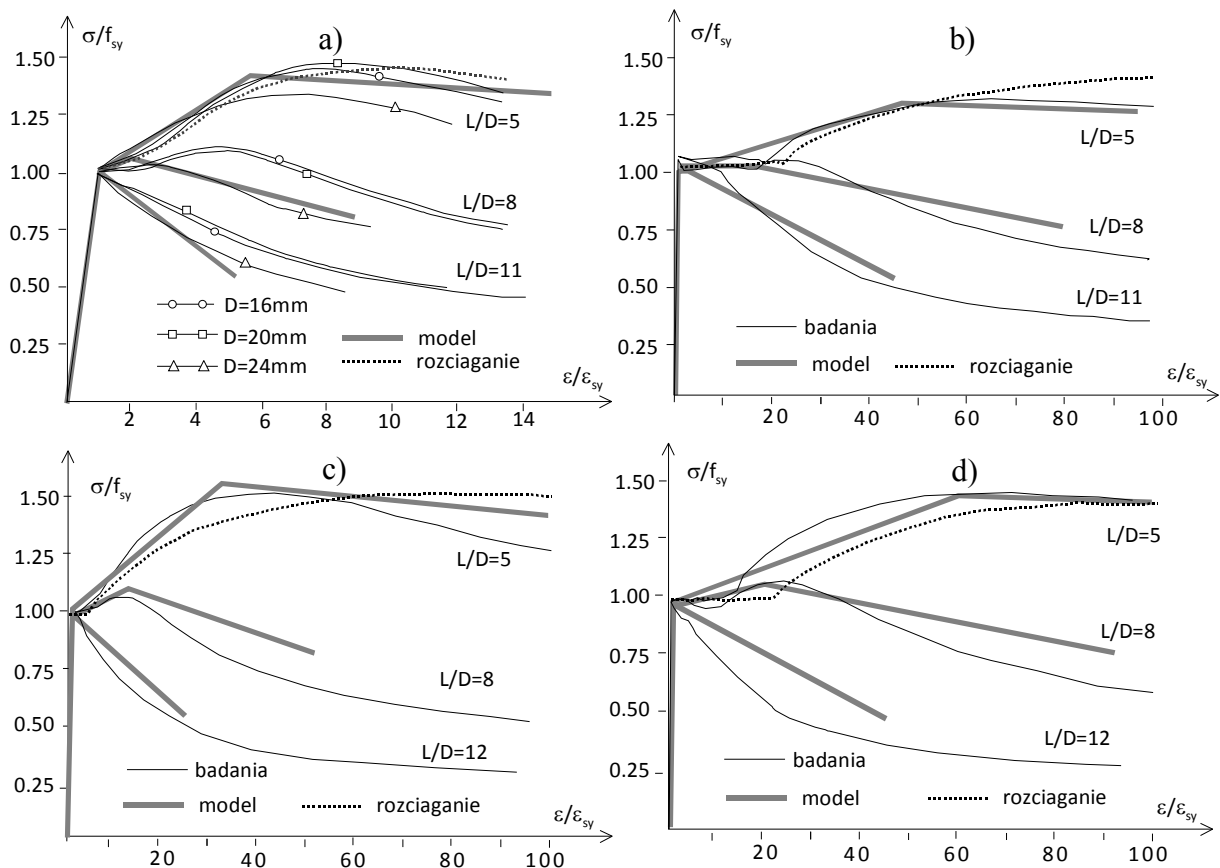
Dla tak zdefiniowanych charakterystycznych punktów modelu związku między naprężeniami i odkształceniami w poszczególnych fazach pracy pręta ściskanego można wyrazić zależnościami:

$$\sigma_s = \begin{cases} E_s \varepsilon_s & \varepsilon_s \leq \varepsilon_{sy} \\ f_{sy} + \frac{\sigma_{sf} - f_{sy}}{\varepsilon_{sf} - \varepsilon_{sy}} (\varepsilon_s - \varepsilon_{sy}) & \varepsilon_{sy} < \varepsilon_s \leq \varepsilon_{sf} \\ \sigma_{sf} - \frac{\sigma_{su} - \sigma_{sf}}{\varepsilon_{su} - \varepsilon_{sf}} (\varepsilon_s - \varepsilon_{sf}) & \varepsilon_{sf} < \varepsilon_s \leq \varepsilon_{su} \\ \sigma_{su} & \varepsilon_s > \varepsilon_{su} \end{cases} \quad \text{jeżeli} \quad (11)$$

W proponowanym modelu zachowanie zbrojenia ściskanego po uplastycznieniu jest opisane na podstawie wytrzymałości stali f_{st} i odkształcenia ε_{st} przypisanego wytrzymałości. Prezentowany model nie uwzględnia wpływu otuliny betonu na wyboczenie prętów. To zagadnienie będzie przedmiotem odrębnego opracowania.

4. WERYFIKACJA MODELU

Uzyskane na podstawie prezentowanego modelu wyniki zależności naprężenie-odkształcenie zostały porównane z wynikami badań doświadczalnych ściskanych prętów zbrojeniowych, wykonanych ze stali o zróżnicowanych właściwościach mechanicznych.



Rys.4. Porównanie modelu z wynikami badań: a) Monti i Nutti [13], b) Consezna i Prota [4], c) Korentz [6], d) Korentz [6]

Na rys. 4 przedstawione są porównania modelu z wynikami badań doświadczalnych Monti i Nutti [13], Consenza i Prota [4] i Korentz [6]. Monti i Nutti [13] badali obustronnie zamocowane o różnej średnicy wykonane ze stali o następujących właściwościach mechanicznych: granica plastyczności $f_{sy}=480\text{MPa}$, wytrzymałość $f_{st}=1.4f_{sy}$, odkształcenie w chwili uplastycznienia $\varepsilon_{sy}=0.0024$, odkształcenie w chwili wzmocnienia $\varepsilon_{sh}=2\varepsilon_{sy}$, odkształcenie odpowiadające wytrzymałości $\varepsilon_{st}=16\varepsilon_{sy}$ (rys.4a). W badaniach Consenza i Prota [4] pręty o średnicy 12mm wykonane były ze stali o parametrach: $f_{sy}=327.4\text{MPa}$, $f_{st}=1.34f_{sy}$, $\varepsilon_{sy}=0.0016$, $\varepsilon_{sh}=20\varepsilon_{sy}$, i $\varepsilon_{st}=144\varepsilon_{sy}$ (rys.4c). Korentz [6] badał zachowanie prętów ściskanych obustronnie utwierdzonych o średnicy 16mm wykonanych między innym ze stali 18G2 o parametrach: $f_{sy}=390\text{MPa}$, $f_{st}=1.58f_{sy}$, $\varepsilon_{sy}=0.00195$, $\varepsilon_{sh}=4\varepsilon_{sy}$, $\varepsilon_{st}=90\varepsilon_{sy}$ (rys.4c) i stali St3S o parametrach: $f_{sy}=290\text{MPa}$, $f_{st}=1.47f_{sy}$, $\varepsilon_{sy}=0.00145$, $\varepsilon_{sh}=22\varepsilon_{sy}$, $\varepsilon_{st}=172\varepsilon_{sy}$ (rys.4d). Jak można zauważyć właściwości mechaniczne stali badanych prętów różnią się znacznie. Na rys.4 linią kropkowaną przedstawione są charakterystyki σ - ε tych stali dla statycznej próby rozciągania.

Na podstawie przedstawionych porównań można stwierdzić, że proponowany bardzo prosty model zbrojenia ściskanego w poprawny sposób odwzorowuje zachowanie prętów ściskanych. Teoretyczne ścieżki równowagi statycznej prętów ściskanych wykazują dobrą zgodność ze ścieżkami równowagi statycznej tych samych prętów uzyskanymi doświadczalnie. Na podkreślenie zasługuje fakt, że dobra zgodność modelu z badaniami obserwowana jest dla szerokiego zakresu smukłości prętów i bardzo zróżnicowanych właściwości mechanicznych stali, z których wykonane są pręty. Możliwość jego stosowania dla dziś stosowanych stali zbrojeniowych też będzie zweryfikowana.

5. PODSUMOWANIE

Wyboczenie niesprężyste prętów zbrojenia podłużnego nie jest uwzględniane w typowych analizach pracy elementów żelbetowych. Normy projektowania konstrukcji z betonu takiej sytuacji nie przewidują przy sprawdzaniu stanów granicznych; przedwczesne wyboczenie prętów mają zapewnić warunki konstrukcyjne dotyczące kształtowania strzemion w słupach i belkach. Wyniki badań jednoznacznie wskazują, że w elementach żelbetowych praca prętów ściskanych znacznie różni się od pracy prętów rozciąganych. W analizie pracy konstrukcji w stanie deformacji pokrytycznych ta różnica musi być uwzględniona, przede wszystkim w przypadku projektowania konstrukcji na terenach aktywnych sejsmicznie, kiedy poza nośnością elementów konstrukcyjnych należy również sprawdzić ich ciągliwość.

Celowe również byłoby uwzględnienie odmiennej charakterystyki prętów ściskanych przy sprawdzaniu stanów granicznych w elementach zginanych z udziałem siły podłużnej. Zaproponowany model zbrojenia ściskanego stanowi krok w tę stronę i może posłużyć do bardziej złożonej analizy pracy elementów żelbetowych.

Piśmiennictwo

- [1] Bae S., Miseses A.M., Bayrak O., Inelastic buckling of reinforcing bars, *Journal of Structural Engineering*, 2005, Vol.131, No.2, s.314-321.
- [2] Bayrak O., Sheikh S.A., Plastic hinge analysis, *Journal of Structures Engineering*, 2001, Vol.127, No.9, s.1092-1100.
- [3] Bresler B., Gilbert P.H., Tie requirement for reinforced concrete columns, *ACI Journal*, ASCE, 1961, Vol.58, No.5, s.555-570.
- [4] Cosenza E., Prota A., Experimental behavior and numerical modeling of smooth steel bars under compression, *Journal of Earthquake Engineering*, 2006, Vol.10, No.3, s.313-329.

- [5] Dhakal R., Maekawa K., Modeling for post yielding buckling of reinforcement, *Journal of Structural Engineering*, 2002, Vol.128, No.9, s.1139-1147.
- [6] Korentz J., Badania niesprężystego wyboczenia prętów zbrojeniowych, III Symposium Mechaniki Zniszczenia Materiałów i Konstrukcji, Augustów, 2005, s.167-170
- [7] Korentz J., Marcinowski J., Numeryczna symulacja niesprężystego wyboczenia prętów zbrojeniowych, XI Symposium Stateczność Konstrukcji, Zakopane, 2006, s.181-186.
- [8] Korentz J., Wpływ stateczności prętów zbrojenia podłużnego na zachowanie słupów o przekroju prostokątnym, *Zeszyty Naukowe Politechniki Gdańskiej Budownictwo Lądowe* 59, 2006, nr 602, s.129-134.
- [9] Korentz J., Wpływ granicy plastyczności na niesprężyste wyboczenie prętów zbrojeniowych, XII Symposium Stateczności Konstrukcji, Zakopane, 2009, s.207-214.
- [10] Korzeniowski P., Nagrodzka-Godycka K., Skuteczność uzwojenia w stosunku do zbrojenia podłużnego o takim samym ciężarze, XLVI KN KILiW PAN i KN PZiTB, t.2 Konstrukcje betonowe i materiały budowlane, Krynica, 2000, s.105-110.
- [11] Mau S.T., Effect of tie spacing on inelastic buckling of reinforced bars, *ACI Structural Journal*, 1990, Vol.87, No.6, s.671-677.
- [12] Mau S.T., El-Mabsout M., Inelastic buckling of reinforcing bars, *Journal of Structural Engineering*, 1989, Vol.115, No.1, s.1-17.
- [13] Monti G., Nuti C., Nonlinear cyclic behavior of reinforcing bar including buckling, *Journal of Structural Engineering*, 1992, Vol. 118, No.12, s.3268-3284.
- [14] Papia M., Russo G., Zingone G., Instability of longitudinal bars in RC columns, *Journal of Structural Engineering*, 1988, Vol.114, No.2, s.445-461.
- [15] PN-EN 1992-1-1:2008, Eurokod 2: Projektowanie konstrukcji z betonu, Cz.1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków.
- [16] Praca zbiorowa, Współczesne metody analizy stateczności konstrukcji, KILiW PAN, Wydawnictwo PAN, 1981.
- [17] Rodriguez M.E., Botero J.C., Villa J., Cycling stress-strain behavior of reinforcing steel including effect of buckling, *Journal of Structural Engineering*, 1999, Vol.125, No.6, s.605-612.
- [18] Scribner Ch.F., Reinforcement buckling in reinforced concrete flexural members, *ACI Journal*, ASCE, 1986, Vol.83, No.6, s.966-973.

INELASTIC BUCKLING OF REINFORCING BAR. MODEL OF PHENOMENON

Summary

The effect of inelastic buckling on monotonic behaviour of reinforcing steel bars is studied. Some accidental loads, e.g. seismic loads, acting on structures, can cause post-critical states. Experiences from past earthquakes and results of experiments indicate that the destruction process of beams and columns takes place at the instant of inelastic buckling of reinforcing longitudinal bars. For this reason buckling of reinforcement is one of the possible phenomena that limit the deformation capacity of reinforced concrete members under heavy loading. Experimental tests show that this phenomenon occurs when the ratio between length and diameter of the bar exceeds 5. A model of the relationship between average stress and average strain of reinforcing bars including the buckling effect, based on the experimental data, is proposed. The comparison of the proposed model with some experimental results shows good agreement, thus verifying the reliability of the proposed computational model.

Adam STOLARSKI¹
Wojskowa Akademia Techniczna, Warszawa
Jacek ZYCHOWICZ²
Mostostal Warszawa S.A.

SYSTEM PŁASKICH SIATEK O KRATOWNICOWYM UKŁADZIE PRĘTÓW DO ZBROJENIA ELEMENTÓW KONSTRUKCYJNYCH Z BETONU

STRESZCZENIE

W pracy przedstawiono system płaskich siatek o kratownicowym układzie prętów do zbrojenia betonu. Istota systemu polega na zastosowaniu nowego układu siatki do zbrojenia betonu, składającej się z prętów podłużnych - pasów oraz połączonych z nimi i wzajemnie ze sobą przez spajanie (zgrzewanie lub spawanie) prętów poprzecznych - krzyżulców, w układzie kratownicy hiperstatycznej (przesztywnionej). W pracy przedstawiono wyniki wstępnych badań doświadczalnych belek zbrojonych proponowanymi siatkami wskazujące na efektywność nowego układu zbrojenia. Zbrojenie kratownicowe można stosować w elementach zginanych, obciążonych siłami podłużnymi, poprzecznymi, skręcającymi oraz w elementach pracujących na docisk oraz przebiecie. System płaskich siatek o kratownicowym układzie prętów do zbrojenia betonu można zastosować do zbrojenia belek, płyt, słupów i fundamentów żelbetowych. Zbrojenie może być wykonywane w formie płaskich siatek zbrojenia podłużnego (pasów) z połączonym układem zbrojenia poprzecznego (krzyżulców), co znacznie ułatwia transport. Zastosowanie tego typu układów zbrojenia znacznie przyspiesza wykonanie zarówno elementów prefabrykowanych jak i monolitycznych wykonywanych na budowie przez wyeliminowanie dużej liczby połączeń.

SŁOWA KLUCZOWE: siatki do zbrojenia betonu, elementy żelbetowe

1. OPIS STOSOWANYCH UKŁADÓW ZBROJENIA BETONU

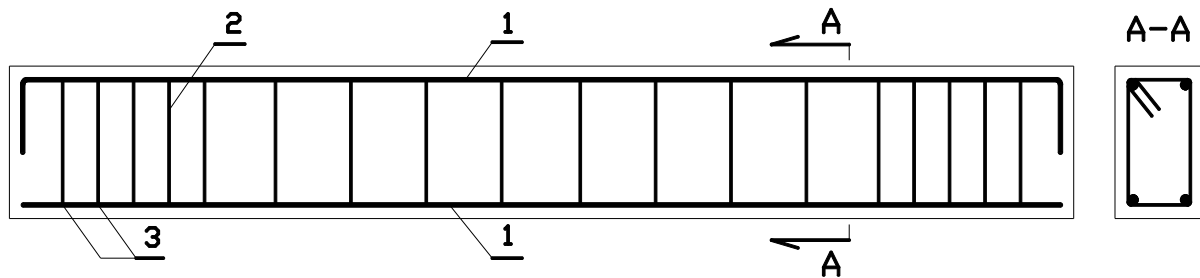
Konstrukcje żelbetowe są kompozycją betonu i prętów stalowych stanowiących jego zbrojenie. Utrwalone w praktyce zasady projektowania i konstruowania zbrojenia elementów żelbetowych są prezentowane m.in. w pracach [1, 2, 3].

Klasyczne, dotychczas stosowane zbrojenie konstrukcji żelbetowych, przedstawione na (rys. 1), składa się z:

¹ astolarski@wat.edu.pl

² jacekzychowicz@gmail.com

- układu podłużnych prętów nośnych zbrojenia głównego, stanowiących wzmocnienie strefy rozciąganej betonu oraz wyteżonych stref ściskanych betonu, poprzez zapewnienie przyczepności gwarantującej współodkształcalność betonu i stali,
- układu zbrojenia rozdzielczego w płytach lub strzemion w belkach umieszczanych z reguły prostopadle lub pod określonym kątem do prętów zbrojenia głównego. Zbrojenie rozdzielcze stosuje się w celu zwiększenia nośności, ale również ze względów konstrukcyjnych, w celu równomiernego rozłożenia obciążenia i zespolenia zbrojenia w nieodkształcalny szkielet.



Rys. 1. Klasyczne zbrojenie konstrukcji żelbetonowych: 1 - pręty podłużne zbrojenia głównego, 2 - strzemiona poprzeczne, 3 - miejsca połączenia, np. za pomocą drutu wiązałkowego

Aby wzmocnić belkę w obszarze występowania rys prostopadłych, stosuje się pręty nośne zbrojenia głównego. W obszarze występowania rys ukośnych zagęszcza się strzemiona i stosuje się odgięte pręty nośne zbrojenia głównego.

Połączenie prętów wykonuje się za pomocą:

- drutu wiązałkowego – jest to połączenie wiotkie, samo nie jest w stanie przenosić obciążeń. Może być wykorzystywane do łączenia zbrojenia nośnego i zbrojenia konstrukcyjnego, rozdzielczego lub strzemion;
- spawania – jest to połączenie sztywne. Może być stosowane przede wszystkim do łączenia prętów zbrojenia nośnego, ale może być również wykorzystywane do łączenia zbrojenia głównego z rozdzielczym i strzemionami. Wadą połączeń spawanych jest możliwość uszkodzenia prętów w czasie spawania przez przetopienie lub przegrzanie, gdzie następuje lokalna zmiana właściwości stali;
- zgrzewania – jest to połączenie sztywne. Może być stosowane do łączenia prętów zbrojenia nośnego i łączenia zbrojenia głównego z rozdzielczym i strzemionami. Zgrzewania eliminuje większość wad spawania, ale jest połączeniem o mniejszej wytrzymałości.

Zgrzewanie lub spawanie może być wykorzystywane do połączeń zbrojenia głównego ze zbrojeniem poprzecznym, np. w belkach prefabrykowanego stropu gęstożebrowego typu Terriva.

2. ISTOTA NOWEGO SYSTEMU ZBROJENIA BETONU

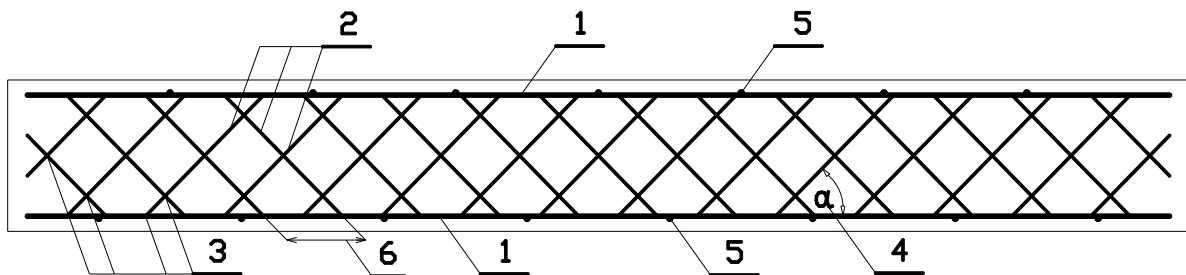
Istota systemu polega na zastosowaniu nowego układu siatki do zbrojenia betonu, składającej się z prętów podłużnych - pasów oraz połączonych z nimi i wzajemnie ze sobą przez spajanie (zgrzewanie lub spawanie) prętów poprzecznych - krzyżulców, w układzie kratownicy hiperstatycznej (przesztywnionej).

System płaskich siatek do zbrojenia betonu o kratownicowym układzie prętów charakteryzuje się tym, że:

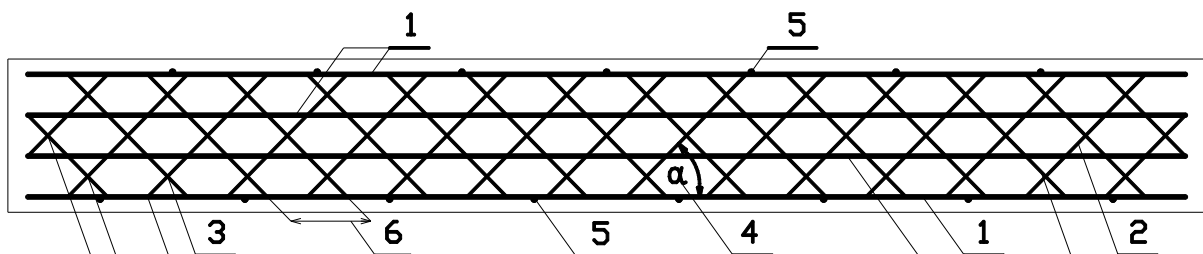
1. pręty poprzeczne - krzyżulce, ułożone są pod kątem od 45° do 60° w stosunku do prętów podłużnych - pasów, a rozstaw prętów poprzecznych - krzyżulców stanowi co najmniej 3-krotność maksymalnego wymiaru kruszywa zastosowanego do betonu,
2. zapewnia technologiczność wykonania zbrojenia elementów żelbetowych ponieważ płaskie siatki kratownicowe połączone dodatkowymi prętami dystansowymi zapewniają przestrzenną stabilność układu zbrojenia w szalunku,
3. pręty siatki tworzą hiperstatyczną kratownicę, dzięki czemu zbrojenie jest samonośne i jest w stanie przenosić znaczne obciążenia jeszcze przed zabetonowaniem,
4. wzmacnia elementy żelbetowe nie tylko w miejscach występowania rys ukośnych, ale również w całym elemencie,
5. zwiększa stopień jednorodności kompozycji betonowo-stalowej,
6. dzięki sztywnym połączeniom prętów uzyskuje się bardziej równomierny rozkład naprężeń, większą nośność, mniejsze ugięcie, bardziej równomierne (rozproszone) zarysowanie o mniejszych szerokościach rys oraz większą „ciągłość” elementu przy zniszczeniu niż w elementach zbrojonych tradycyjnie,
7. dodatkowo w miejscach połączeń spajanych następuje polepszenie warunków zakotwienia prętów kratownicy w betonie.

3. PRZYKŁADOWE UKŁADY ZBROJENIA

Na (rys. 2-3) przedstawiono przykładowe układy zbrojenia z zastosowaniem płaskich siatek o kratownicowym układzie prętów do zbrojenia betonu. Na rysunkach wskazano różne układy pasów zbrojenia podłużnego oraz krzyżulców zbrojenia poprzecznego.



Rys. 2. Schemat zbrojenia belki z układem dwu symetrycznych (niesymetrycznych) pasów prętów podłużnych: 1 - pręty podłużne, 2 - pręty poprzeczne (krzyżulce), 3 - miejsca spajania (zgrzewania lub spawania), 4 - kąt nachylenia prętów poprzecznych $45^\circ - 60^\circ$, 5 - pręty dystansowe łączące siatki, 6 - rozstaw prętów poprzecznych 40 mm



Rys. 3. Schemat zbrojenia belki z układem wielu pasów prętów podłużnych: 1 - pręty podłużne, 2 - pręty poprzeczne (krzyżulce), 3 - miejsca spajania (zgrzewania lub spawania), 4 - kąt połączenia prętów poprzecznych $45^\circ - 60^\circ$, 5 - pręty dystansowe łączące siatki, 6 - rozstaw prętów poprzecznych 40 mm

4. PRZYKŁADY ZASTOSOWANIA

Zbrojenie kratownicowe można stosować w elementach zginanych, obciążonych siłami podłużnymi, poprzecznymi, skręcającymi oraz w elementach pracujących na docisk i na przebiecie. System płaskich siatek o kratownicowym układzie prętów do zbrojenia betonu można zastosować do zbrojenia belek, płyt, słupów i fundamentów żelbetowych.

Zbrojenie może być wykonywane w formie płaskich siatek zbrojenia podłużnego (pasów) z połączonym układem zbrojenia poprzecznego (krzyżulców), co znacznie ułatwia transport. Zastosowanie tego typu układów zbrojenia znacznie przyspiesza wykonanie zarówno elementów prefabrykowanych jak i monolitycznych wykonywanych na budowie przez wyeliminowanie dużej liczby połączeń (wiązań lub spajania). Dzięki prefabrykacji zbrojenia kratownicowego uzyskuje się również znaczne oszczędności finansowe.

5. WYNIKI WSTĘPNYCH BADAŃ DOŚWIADCZALNYCH

W celu wykazania korzystnych skutków zastosowania nowego układu zbrojenia wykonano wstępne badania belek testowych:

- I seria 4 belki - zbrojenie tradycyjne, (rys. 1)
- II seria 4 belki - zbrojenie kratownicowe z dwoma pasami zbrojenia podłużnego, (rys. 2),
- III seria 4 belki - zbrojenie kratownicowe z czterema pasami zbrojenia podłużnego, (rys. 3).

Badania przeprowadzono z wykorzystaniem metodyki określonej w pracy [4]. Wykonano 12 belek o długości $l = 120$ cm i wymiarach przekroju poprzecznego $b \times h = 10 \times 15$ cm.

Pręty podłużne zbrojenia I, II i III serii belek wykonano ze stali gładkiej o średnicy 5 mm, pręty ukośne w zbrojeniu kratownicowym i strzemiona w zbrojeniu tradycyjnym wykonano ze stali gładkiej, o średnicy 4 mm.

Wykonano podstawowe badania stali polegające na pomiarze średnicy prętów, wydłużenia A_5 , wykonaniu próby zginania do kąta 90° na trzpieniu o średnicy $3d$, określeniu granicy plastyczności oraz wytrzymałości na rozciąganie prętów. Połączenia w zbrojeniu kratownicowym wykonano za pomocą zgrzewarki ręcznej, stosując minimalny czas zgrzewania potrzebny do połączenia prętów.

Mieszanekę betonową, z której wykonano belki wykonano wg recepty przedstawionej w (tab. 1).

Tablica 1. Receptura mieszanki betonowej

Składnik	Ilość składnika, [kg/m ³]
CEM II BS 32,5 R, Górażdże Cement	390
Piasek frakcji 0-2 mm	660
Żwir kwarcowy 2-8 mm	1100
Woda	180
Domieszka Zimobet 334	3,9
Suma składników	2333.9

Celowo nie użyto kruszywa frakcji 8-16, ze względu na możliwość klinowania się między ściankami formy i siatką zbrojenia. Mieszanekę betonową wykonano w Laboratorium Betonów Hydrobudowa-1 w trakcie jednego mieszania.

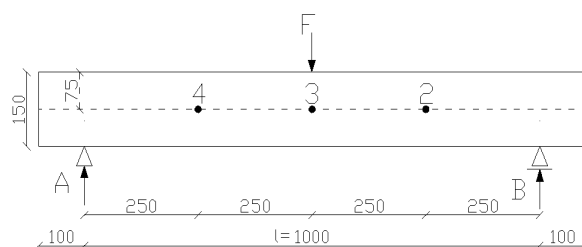
Podczas betonowania belek pobrano próbki betonu w celu określenia wytrzymałości betonu na ściskanie. Próbki zbadano w maszynie wytrzymałościowej Controls pierwszej klasy dokładności, posiadającej aktualne świadectwo wzorcowania w dniu badania belek. Na podstawie kryteriów zgodności 1 i 2 dla produkcji początkowej zawartych w normie PN-

EN 206 - 1: 2003 i wyników badań podanych w (tab. 2) można wnioskować, że wytrzymałość betonu na ściskanie odpowiada klasie wytrzymałości C 40/50.

Tablica 2. Wyniki badań wytrzymałość betonu

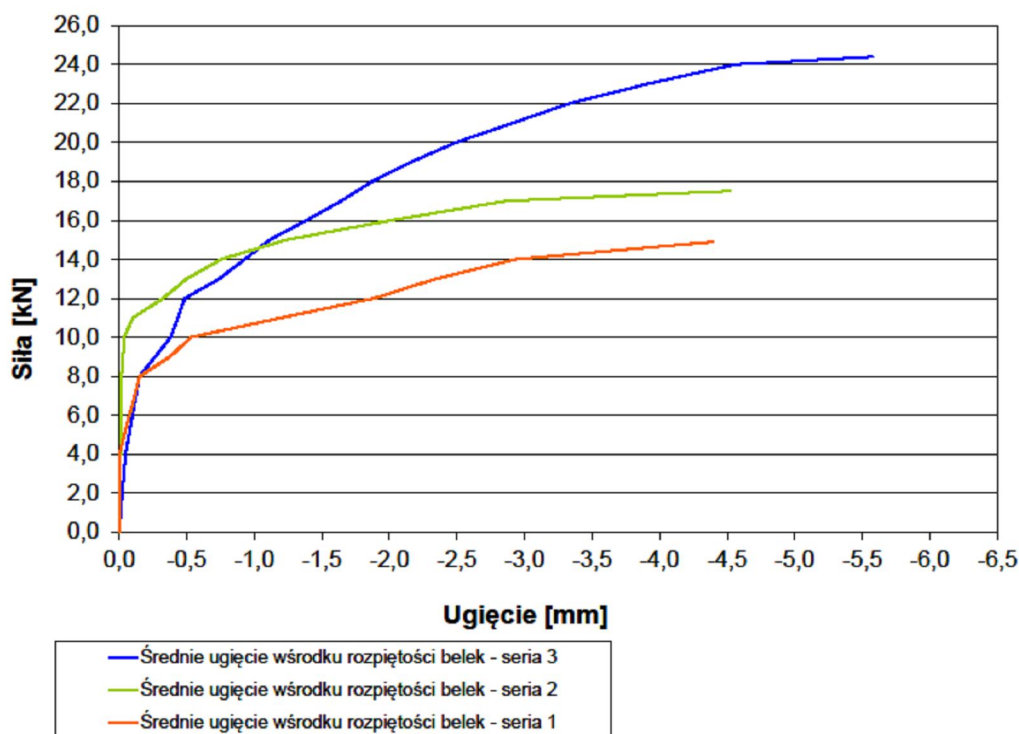
Nr próbki	Obciążenie niszczące, [kN]	Wymiary próbek, [mm]	f_c , [MPa]
1	1217	150x150x150	54.0
2	1224		54.5
3	1250		55.5

Następnie zbadano nośność, ugięcia i zarysowanie belek testowych. Nośność zbadano w układzie centrycznego obciążenia punktowego. Punkty pomiarowe ugięcia umieszczono w środku belki oraz w 1/4 rozpiętości wg schematu na (rys. 4). Ugięcie zmierzono za pomocą czujników indukcyjnych i urządzenia rejestrującego. Przed badaniem czujniki zostały wyskalowane na przyrządzie pomiarowym.



Rys. 4. Schemat stanowiska badawczego: A, B - podpory, F - obciążenie, 2, 3, 4 - punkty pomiaru ugięcia

Na (rys. 5) przedstawiono wykresy zależności średniego ugięcia w środku rozpiętości belki od siły.



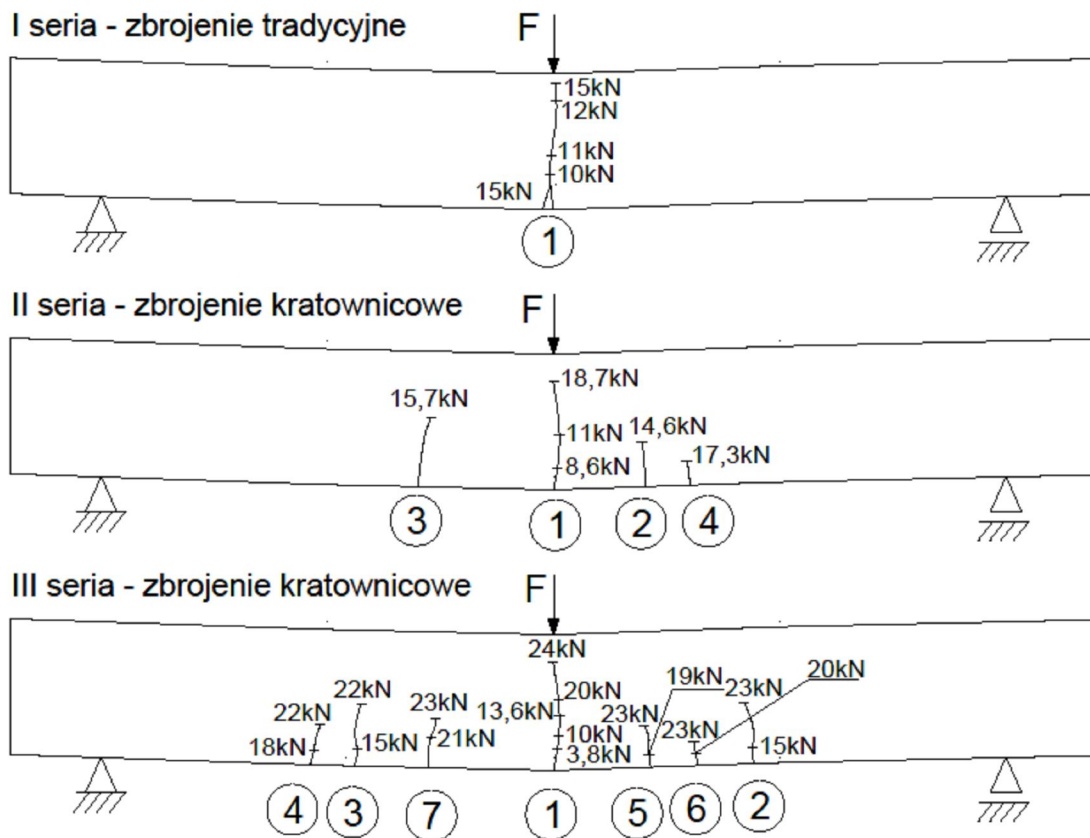
Rys. 5. Zależność średniego ugięcia w środku rozpiętości belki od siły

Wyniki badań doświadczalnych w zakresie nośności, ugięć i zarysowania przedstawiono w (tab. 3).

Tablica 3. Podstawowe wyniki badań

Lp.	Parametr porównawczy	I seria belek zbrojenie klasyczne o masie i rozstawie prętów jak z II serii belek	II seria belek zbrojenie kratownicowe z 2 pasami podłużnymi	III seria belek zbrojenie kratownicowe z 4 pasami podłużnymi
1	Siła niszcząca, kN	15.0; 14.9, 15.0; 15.5	18.7; 17.9, 17.5; 18.6	24.6; 26.6, 24.4; 26.7
2	Średnia siła niszcząca / odchylenie standardowe, kN	15.1/0.27	18.2/0.57	25.6/1.24
3	Ugięcia w środku belki przy sile niszczącej dla I serii i sile = 15 kN dla II i III serii, mm	3.41; 8.63, 1.79; 8.83	1.02; 1.34, 0.99; 1.60	0.52; 1.26, 1.31; 1.36
4	Średnie ugięcie w środku belki przy sile niszczącej dla I serii i sile = 15 kN dla II i III serii /odchylenie standardowe, mm	5.67/3.60	1.24/0.29	1.11/0.40
5	Ugięcia w środku belki przy sile niszczącej dla I serii i sile = 18 kN dla II i III serii, mm	zniszczenie	7.83; 6.54, 5.47; 7.08	1.37; 2.09, 2.01; 2.03
6	Średnie ugięcie w środku belki przy sile niszczącej dla II serii i sile = 18 kN dla III serii /odchylenie standardowe, mm	-	6.73/0.99	1.87/0.34
7	Ugięcia w środku belki przy sile niszczącej dla III serii, mm	zniszczenie	zniszczenie	5.97; 8.37, 7.26; 8.66
8	Średnie ugięcie w środku belki przy sile niszczącej dla III serii /odchylenie standardowe, mm	-	-	7.57/1.22
9	Beton	Wszystkie belki wykonano z jednej mieszanki. Wytrzymałość betonu na ściskanie odpowiada klasie wytrzymałości C 40/50.		
10	Zbrojenie podłużne	4 pręty Ø5 mm o masie 0.73 kg	4 pręty Ø5 mm o masie 0.73 kg	8 prętów Ø5 mm o masie 1.46 kg
11	Zbrojenie poprzeczne	Strzemiona Ø4 mm o masie 0.47 kg	Siatka prętów zgrzewanych Ø4 mm o masie 0.47 kg	
12	Zarysowanie	1 rysa dominująca w środku rozpiętości belki	4 widoczne rysy rozproszonych na 30-40% długości belki	6-7 rys rozproszonych na 50-60% długości belki

Na (rys. 6) przedstawiono charakterystyczne schematy zarysowania belek I, II i III serii. Pokazano kolejność powstawania i rozwój rys w zależności o wartości siły.



Rys. 6. Charakterystyczne schematy zarysowania belek

Najwyższą nośność uzyskano dla III serii belek zbrojonych zbrojeniem kratownicowym z czterema pasami podłużnymi, o masie prętów zbrojeniowych 1.93 kg. Zbrojenie drugiej i trzeciej serii belek zaprojektowano tak, by masa zbrojenia była taka sama dla obu serii i wynosiła 1.20 kg. Różnica polega na sposobie skratowania zbrojenia II serii belek. Przy użyciu takiej samej ilości stali belki zbrojone zbrojeniem tradycyjnym (I seria) miały średnio 18% mniejszą nośność od belek zbrojonych zbrojeniem kratownicowym serii II.

Stosując samonośne zbrojenie kratownicowe, uzyskuje się znacznie wyższe nośności niż przy stosowaniu tradycyjnego typu zbrojenia z wykorzystaniem tej samej ilości stali. Dzięki ujednorodnieniu kompozycji betonowo-stalowej przez zastosowanie systemu płaskich siatek o kratownicowym układzie prętów do zbrojenia betonu, naprężenia bardziej równomiernie rozkładają się w elemencie, a sposób zniszczenia następuje na skutek pojawienia się wielu rys o stosunkowo małych szerokościach, rozproszonych w większych odległościach od punktów przyłożenia obciążenia. Ułożenie poprzecznych prętów (krzyżulców) siatki zbrojenia pod różnymi kątami umożliwia optymalizowanie wzmacniania konstrukcji w miejscach najbardziej wyężonych.

6. ZAKOŃCZENIE

Zaproponowano nowy system siatek o kratownicowym układzie prętów do zbrojenia betonu. Pręty siatki tworzą hiperstatyczną kratownicę, dzięki czemu zbrojenie jest w stanie przenosić obciążenia jeszcze przed zabetonowaniem.

Wstępne badania doświadczalne wskazują, że zastosowanie siatek o kratownicowym układzie prętów do zbrojenia elementów żelbetowych, umożliwia uzyskanie znacznie większej nośności, mniejszego ugięcia oraz bardziej równomiernego (rozproszonego) zarysowania o mniejszych szerokościach rys, przy zastosowaniu tej samej (lub mniejszej) ilości stali zbrojeniowej, w porównaniu do elementów zbrojonych w sposób tradycyjny.

Piśmiennictwo

- [1] Starosolski W.: Konstrukcje żelbetowe. Tom 1-3. Warszawa, PWN, 2009.
- [2] Knauff M. i in.: Podstawy projektowania konstrukcji żelbetowych i sprężonych według Eurokodu 2. Wrocław, Dolnośląskie Wydawnictwo Edukacyjne, 2006.
- [3] Zybura A.: Konstrukcje żelbetowe. Atlas rysunków. Warszawa, PWN, 2009.
- [4] Nagrodzka-Godycka K.: Badanie właściwości betonu i żelbetu w warunkach laboratoryjnych. Warszawa, Arkady, 1999.

SYSTEM OF PLANE MESH OF TRUSS ARRANGEMENT OF BARS FOR REINFORCEMENT OF STRUCTURAL CONCRETE ELEMENTS

Summary

The new system of truss mesh fabric arrangement of bars for concrete reinforcement was proposed. The mesh bars form a hyperstatic truss so that the reinforcement is able to carry the load even before concreting. Preliminary experiments results indicate that the application of truss mesh arrangement of bars for reinforcement of reinforced concrete elements allows much greater load carrying capacity, less deflection and more uniform (dispersed) scratch of smaller cracks widths, using the same (or less) amount of reinforcing steel in comparison to elements reinforced in a traditional manner.

Tadeusz URBAN¹
Politechnika Łódzka

NOŚNOŚĆ SŁUPA W STREFIE POŁĄCZENIA Z PŁYTA ŻELBETOWĄ

STRESZCZANIE

W artykule przedstawiono problem nośności słupów wykonanych z betonu wysokiej wytrzymałości przedzielonych żelbetową płytą wykonaną z betonu normalnego. Zaprezentowano również wyniki własnych badań eksperymentalnych jednego z modeli reprezentującego połączenie słupa wewnętrznego z płytą żelbetową.

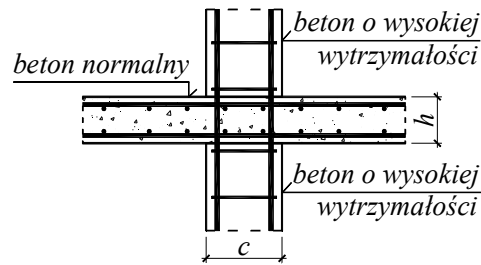
SŁOWA KLUCZOWE: płyta żelbetowa, słup, węzeł płyta-słup, nośność

1. SFORMUŁOWANIE PROBLEMU

Postęp w technologii betonu odnotowany w ostatnich kilkunastu latach spowodował możliwość stosowania w warunkach placu budowy betonów o wytrzymałości rzędu 100 MPa. Tak znaczne wytrzymałości znalazły zastosowanie między innymi w wykonawstwie budynków wysokich. Pozwoliło to na wznoszenie budynków o rekordowych wysokościach, do których należą Petronas Towers w Kuala Lumpur w Malezji o wysokości 452 m (najwyższy budynek wzniesiony do końca XX wieku) i Burj Khalifa o wysokości 828 m (najwyższy budynek do chwili obecnej - 2012r.). Beton o wysokich parametrach wytrzymałościowych jest potrzebny przede wszystkim do wykonywania ścian i słupów. Stropy wykonuje się zwykle betonów o normalnej wytrzymałości (klasy C25/30 ÷ C35/45). Za takimi rozwiązaniami przemawiają przede wszystkim względy ekonomiczne, jak również technologiczne. Betony niższych klas mają zwykle mniejszy skurcz.

Zastosowanie betonów o różnej wytrzymałości w szkieletowych urządzeniach płytowo-słupowych powoduje występowanie w konstrukcji specyficznych węzłów pokazanych na rys. 1. Pomiędzy słupami wykonanymi z betonów o wysokiej wytrzymałości „wciśnięte” są stropy z betonów o normalnej wytrzymałości. Pozostaje do rozstrzygnięcia problem, czy istnieje wpływ niższej wytrzymałości betonu stropu na nośność słupa. Z jednej strony mamy korzystny wpływ skrępowania słupa przez otaczający strop, a z drugiej strony destrukcyjny wpływ słabszego betonu. W Eurokodzie 2 nie ma żadnych wskazówek odnośnie tego problemu. Pewną pomocą w tym względzie mogą być przepisy, dość lakoniczne, normy amerykańskiej ACI 318-08 [1] i kanadyjskiej CSA A23.3-94 [2].

¹ tadeusz.urban@p.lodz.pl



Rys. 1. Węzeł płyta – słup z różną wytrzymałością betonu w płycie i słupach

2. STAN WIEDZY

Pierwsze badania z zakresu analizowanego problemu zostały opublikowane w 1960 roku [3]. Te obszerne badania obejmujące 45 elementów dotyczyły połączeń słupów ze stropami typowych konstrukcji szkieletowych. Zbadano węzły słupów narożnych, brzegowych i wewnętrznych. Celem badań była odpowiedź na pytania: jak duża różnica wytrzymałości betonu słupa i stropu może być ignorowana przy ustalaniu nośności słupa oraz jak ustalić nośność słupa, jeśli ta różnica zostanie przekroczona.

Ustalono, że graniczny stosunek wytrzymałości betonu słupa do wytrzymałości betonu stropu wynosi 1,4 dla słupów narożnych i brzegowych i 1,5 dla słupów wewnętrznych. Można wówczas przyjmować do obliczeń nośności wytrzymałość betonu słupa. Dla stosunków większych od granicznych, nośność słupa przedzielonego słabszym betonem stropu jest funkcją obydwóch wytrzymałości stropu i słupa. Autorzy badań [3] wprowadzili termin wytrzymałości efektywnej $f_{c,eff}$ do określania nośności słupa.

Wyniki tych badań zostały wykorzystane w przepisach poszczególnych edycji norm amerykańskich, z których ostatnia ACI 318-08 zaleca następujące zależności na wytrzymałość efektywną betonu:

$$\begin{aligned}
 f_{c,eff} &= f_{c,c} \quad \text{dla} \quad \frac{f_{c,c}}{f_{c,s}} \leq 1,4 \\
 f_{c,eff} &= 0,75 f_{c,c} + 0,35 f_{c,s} \quad \text{dla} \quad 1,4 < \frac{f_{c,c}}{f_{c,s}} \leq 2,5 \\
 f_{c,eff} &= 2,225 f_{c,s} \quad \text{dla} \quad \frac{f_{c,c}}{f_{c,s}} > 2,5
 \end{aligned} \tag{1}$$

gdzie $f_{c,c}$ oznacza wytrzymałość betonu słupa, a $f_{c,s}$ – wytrzymałość betonu płyty.

Badania autorów pracy [3], dla modeli typu płyta-słup były ograniczone do jednej proporcji grubości płyty do boku słupa $h/c = 0,636$. Badania Gamble'a i Klinara [4] zwiększyły nieco ten zakres do proporcji $h/c = 0,5$ i $0,7$, ale dopiero obszerne badania Hsu i Hawkinsa [5] znacząco rozszerzyły zakres tego parametru do przedziału $h/c = 0,167 \div 3,0$. Badania modelowe do czasu publikacji Ospiny i Aleksandra [6], były wykonywane bez obciążenia płyty. Siła była wyłącznie przykładana na słupy. Dopiero badania [6] po raz pierwszy uwzględniały również pewien stan wyężenia płyty na zginanie i ścinanie odpowiadający stanowi eksploatacyjnemu. Autorzy pracy [6] zaproponowali również sposób określania wytrzymałości efektywnej słupów uwzględniając proporcje h/c , przy różnicy wytrzymałości betonów słupa i płyty $f_{c,c}/f_{c,s} > 1,4$:

$$f_{c,eff} = \left(\frac{0,25}{h/c} \right) f_{c,c} + \left(1,4 - \frac{0,35}{h/c} \right) f_{c,s} \tag{2}$$

Norma kanadyjska [2] zaleca określanie wytrzymałości efektywnej według następujących zasad:

$$f_{c,eff} = f_{c,c} \quad \text{dla} \quad \frac{f_{c,c}}{f_{c,s}} \leq 1,4$$

$$f_{c,eff} = 0,25f_{c,c} + 1,05f_{c,s} \quad \text{dla} \quad \frac{f_{c,c}}{f_{c,s}} > 1,4.$$
(3)

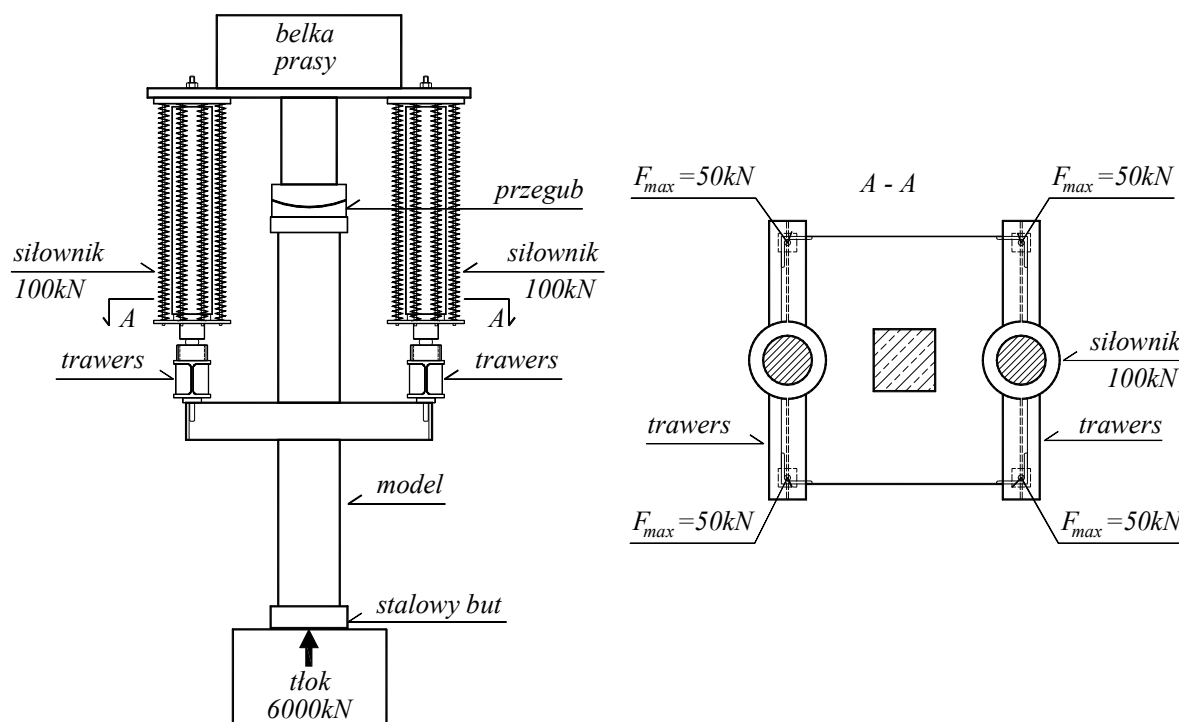
Można zauważyć, że wzór kanadyjski dla stosunku $f_{c,c}/f_{c,s} > 1,4$ jest szczególnym przypadkiem wzoru Ospiny i Aleksandra (2) dla $h/c = 1$.

Nowsze badania [7] i [8] wykazały, że problem jest bardziej złożony i zależy od wielu różnych parametrów, w tym i od wyteżenia płyty w sąsiedztwie słupa.

3. BADANIA WŁASNE

3.1. Stanowisko badawcze

W 2011r. w laboratorium Katedry Budownictwa Betonowego podjęto próby eksperymentalnego rozeznania problemu. Pierwszym etapem, który zakończył się w pierwszym kwartale 2012r. było zbudowanie i przetestowanie stanowiska badawczego. Schemat stanowiska pokazano na rys. 2.

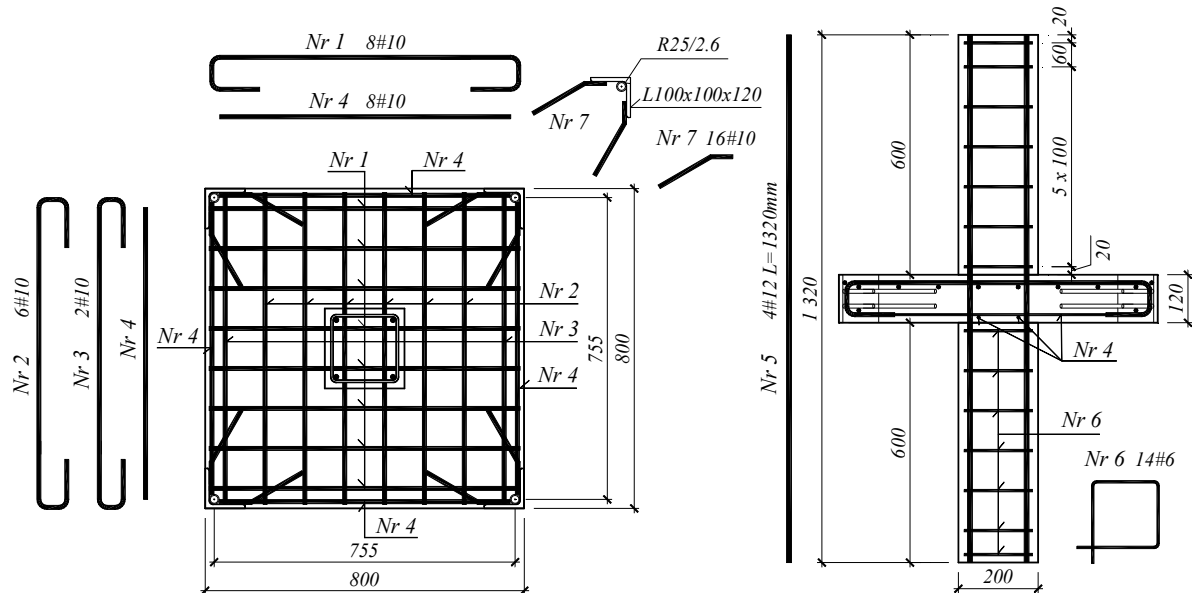


Rys. 2. Schemat stanowiska badawczego

Stanowisko umożliwiło niezależne sterowanie obciążeniem płyty i słupa. Obciążenie płyty było realizowane za pomocą dwóch hydraulicznych siłowników o maksymalnym nacisku 100 kN każdy. Obciążenie na płytę było przykładane w czterech rogach. Słup był obciążany tłokiem prasy o maksymalnym nacisku 6000 kN.

3.2. Modele węzłów płyta - słup

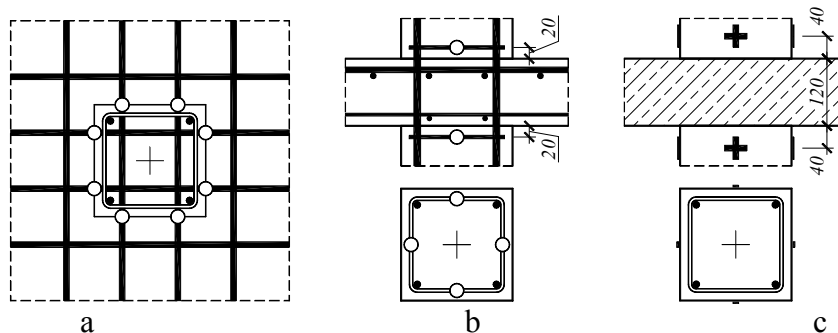
Badane modele zostały wykonane w przybliżeniu w skali 1:2. Gabaryty modeli były ograniczone możliwościami stanowiska badawczego. Słup miał przekrój poprzeczny kwadratowy o boku 200 mm. Otaczająca słup płyta była również kwadratowa o boku 800 mm. Grubość płyty wynosiła 120 mm. Długości odcinków słupów pod i nad płytą miały po 600 mm. Wymiary i zbrojenie modeli pokazano na rys. 3. Stopień górnego zbrojenia płyty wynosił około 1%.



Rys. 3. Zbrojenie badanych modeli

3.3. Przebieg badań

Badania prowadzono zgodnie z następującym harmonogramem. Najpierw siłę przykładano na słup do wartości 300 kN. Następnie stopniowo obciążano płytę do poziomu 125 kN (4 x 31,25 kN). Jednocześnie wzrastało obciążenie dolnego słupa do wartości 450 kN. Kolejny krok to zmniejszenie obciążenia płyty do poziomu 100 kN, co odpowiadało mniej więcej obciążeniu eksploatacyjnemu płyty stropowej. Ten poziom obciążenia wywoływał w zbrojeniu głównym płyty na krawędziach słupa średnie odkształcenia rzędu 1,5‰, co odpowiadało naprężeniom $\sigma_s = 300$ MPa. Zachowując stały poziom obciążenia płyty zwiększano obciążenie słupa aż do zniszczenia. Czas trwania badań jednego modelu wynosił około 3 godzin.



Rys. 4. Usytuowanie czujników tensometrycznych:

a) na zbrojeniu głównym płyty,

b) na strzemionach,

c) na powierzchni słupów

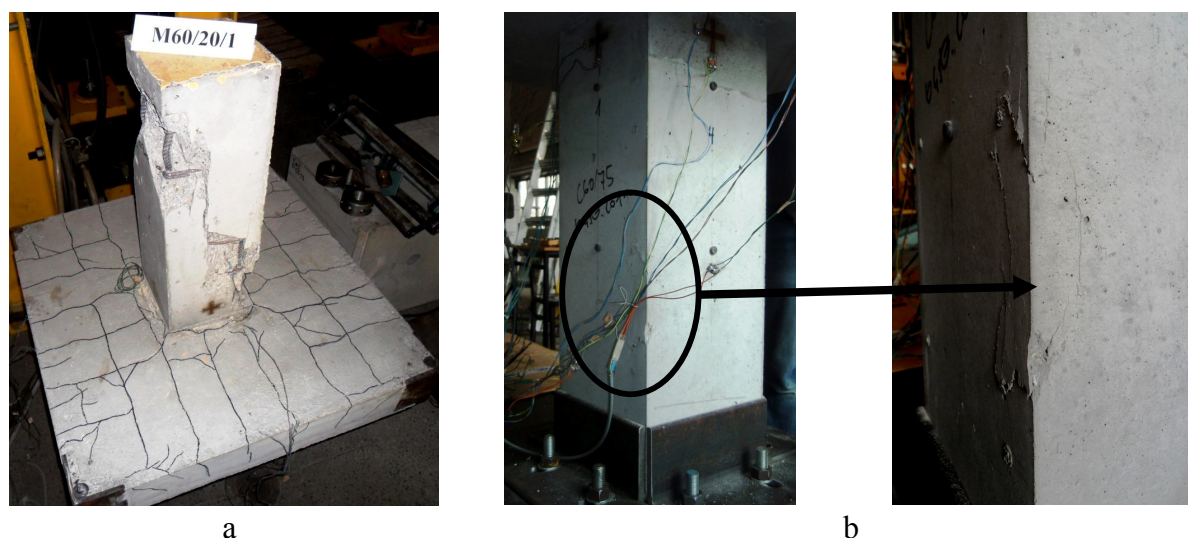
W trakcie badań wykonywano pomiary odkształceń zbrojenia i powierzchni betonu w miejscach pokazanych na rys. 4.

3.4. Wyniki badań

W tej części artykułu zostaną przedstawione uzyskane wyniki badań dla jednego z modeli oznaczonego symbolem M60/20/1. Model ten w dniu badania osiągnął następujące wytrzymałości betonu uzyskane na próbkach cylindrycznych: 75 MPa – słup dolny, 72 MPa – słup górny i 26,9 MPa – płyta. Zbrojenie modeli charakteryzowało się następującymi parametrami wytrzymałościowymi:

- pręty $\varnothing 10$ zbrojenia górnego płyty – $f_y = 540$ MPa, $E_s = 203$ GPa,
- pręty $\varnothing 12$ zbrojenia słupów – $f_y = 538$ MPa, $E_s = 200$ GPa,
- pręty $\varnothing 6$ strzemiona – $f_y = 538$ MPa, $E_s = 200$ GPa.

Model M60/20/1 zniszczył się przy sile 3080 kN w dolnym słupie i 2980 kN w słupie górnym. Zniszczenie miało charakter eksplozywny na całej wysokości górnego słupa. Na rysunku 5 pokazano obraz zniszczenia modelu. Na powierzchni dolnego słupa również zaobserwowano początki odspajania się otuliny na jednym z narożników (patrz rys. 5b).



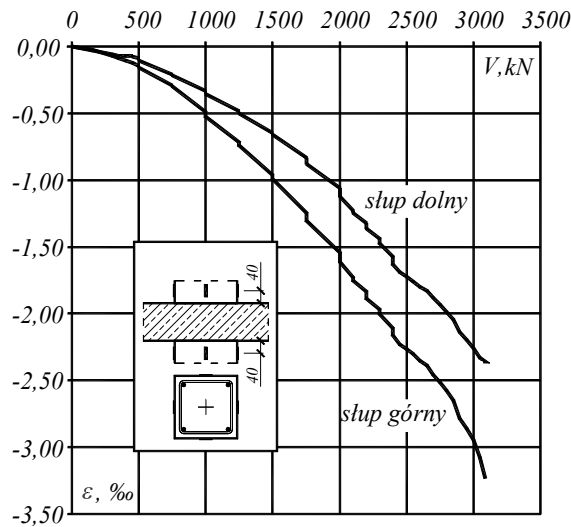
Rys. 5. Widok słupów po zniszczeniu:

a) widok górnego słupa, b) widok dolnego słupa z początkiem odspajania otuliny jednego z narożników

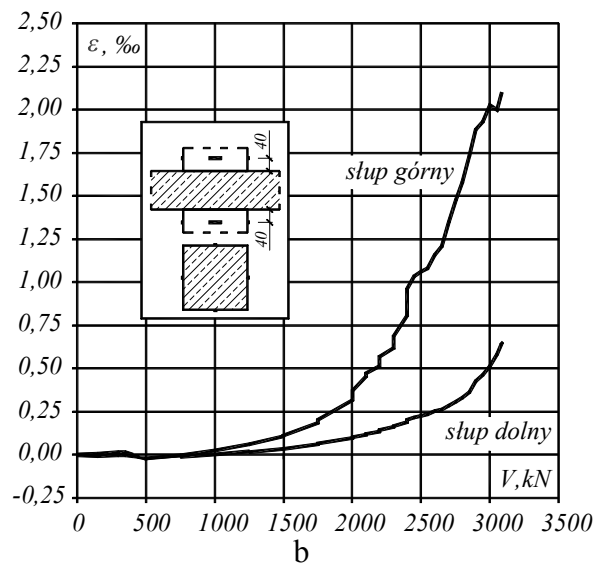
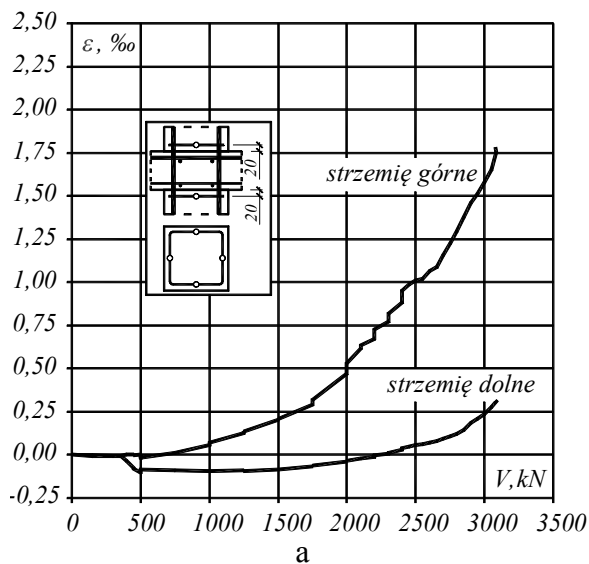
Odształcenia pionowe w obu słupach pokazano na rys. 6. Są to średnie wartości uzyskane z czterech baz pomiarowych usytuowanych 40 mm nad i pod powierzchnią płyty na każdym boku słupa. Słup górny osiągnął średnie skrócenie około 3,25 ‰ w stanie granicznym nośności.

Odształcenia poziome w bezpośrednim sąsiedztwie płyty pokazano na rys. 7. Są to odkształcenia strzemion najbliższych położonych przy płycie (rys. 7a) i na poboczniczy słupa. Przedstawione krzywe reprezentują średnie odczyty z czterech punktów.

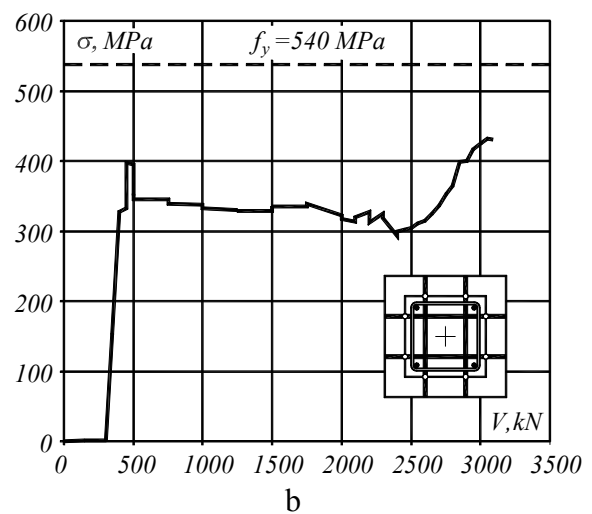
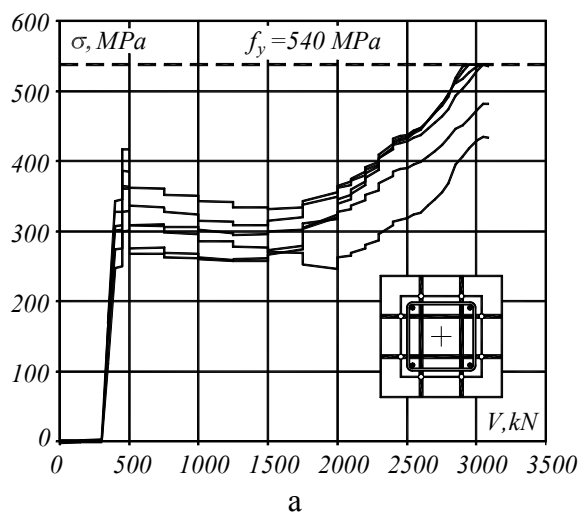
Od poziomu obciążenia dolnego słupa wynoszącego 500 kN, na płytę oddziaływało stałe obciążenie 100 kN, które wywoływało naprężenia w prętach przecinających obrys słupa rzędu 350 MPa. Do poziomu zaawansowania obciążenia słupa dolnego 2400 kN, obserwowano spadek naprężeń w zbrojeniu głównym aż do około 300 MPa. Następnie wraz ze wzrostem siły w słupie, obserwowano dość gwałtowny wzrost naprężeń w zbrojeniu głównym płyty. Przy obciążeniu około 2800 kN niektóre czujniki zaczęły wykazywać odkształcenia wskazujące na uplastycznienie zbrojenia (patrz rys. 8a).



Rys. 6. Odształcenia pionowe słupów

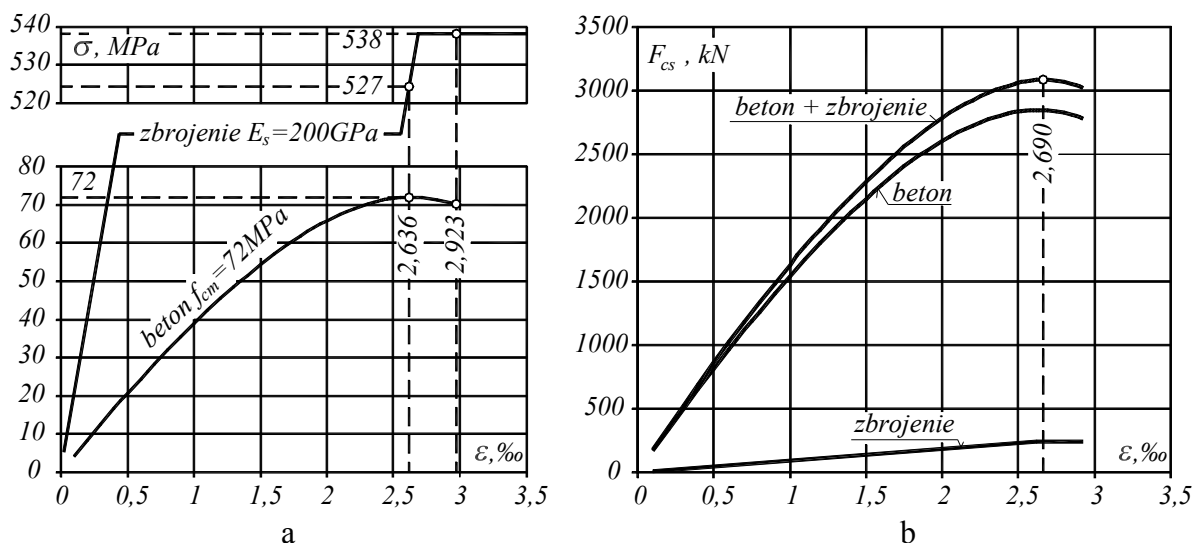


Rys. 7. Odształcenia poziome: a) strzemion, b) na powierzchni słupa

Rys. 8. Naprężenia w zbrojeniu głównym płyty na krawędzi słupa:
a) na poszczególnych prętach, b) średnie

4. ANALIZA STANU GRANICZNEGO NOŚNOŚCI SŁUPA

Na rysunku 9a pokazano zależności naprężenie – odkształcenie dla betonu słupa górnego $f_{cm} = 72$ MPa oraz zbrojenia. Krzywa dla betonu została określona zgodnie z Erokodem 2. Charakterystyczne odkształcenia tej zależności wynoszą $\varepsilon_{c,1} = 2,636\%$ i $\varepsilon_{cu,1} = 2,923\%$. Można zauważyć, że średnie graniczne odkształcenie słupa uzyskane eksperymentalnie wynosiło $3,25\%$ (patrz rys. 6). Zbrojenie słupa przy ekstremalnych naprężeniach w betonie nie osiągnęło jeszcze granicy plastyczności. W tym momencie naprężenia w zbrojeniu wynosiły 527 MPa. Granica plastyczności zbrojenia została osiągnięta dopiero przy odkształceniu $\varepsilon_y \approx 2,690\%$.



Rys. 9. Analiza nośności słupa górnego: a) zależności $\sigma - \varepsilon$ dla betonu i zbrojenia, b) zależność $F - \varepsilon$

Przyjmując charakterystyki materiałów zgodnie z rys. 9a można ustalić teoretyczną siłę w słupie na poszczególnych poziomach odkształceń zgodnie ze wzorem:

$$F_{c,s} = F_c + F_s = \sigma_c (A_{c,s} - A_s) + \sigma_s A_s, \quad (4)$$

w którym: $F_{c,s}$ – siła w słupie, F_c – udział betonu, F_s – udział zbrojenia, σ_c – naprężenia w betonie, σ_s – w zbrojeniu, $A_{c,s}$ – pole całkowite przekroju słupa, A_s – pole przekroju zbrojenia. Na rysunku 9b pokazano krzywe sił $F_{c,s}$, F_c i F_s . Ekstremum $F_{c,s}(\max) = 3088$ kN zostało osiągnięte przy odkształceniach $\varepsilon = 2,690\%$ i stanowi teoretyczną nośność słupa górnego. Nośność eksperymentalna była nieco mniejsza $F_{exp} = 2980$ kN. Stosunek obu nośności wynosi:

$$F_{exp} / F_{c,s} = 2980 / 3088 = 0,965 .$$

5. WNIOSKI

Przeprowadzone doświadczenie wykazało, że dla słupa wewnętrznego przy stosunku wytrzymałości betonów $f_c/f_s = 72/26,9 \approx 2,68$ i $h/c = 120/200 = 0,6$ wpływ słabszego betonu płyty na nośność słupa jest znikomy.

W tabelicy 1 zestawiono wyniki analiz nośności słupa przy przyjęciu wytrzymałości efektywnej według różnych zaleceń. Za nośność słupa przyjęto $F_{c,s}(\max)$. Ponieważ

w przypadku Eurokodu 2 nie ma żadnych zaleceń odnośnie analizowanego problemu, przyjęto wytrzymałość betonu słupa $f_{c,c}$.

Tablica 1. wyniki analiz nośności słupa przy przyjęciu wytrzymałości efektywnej według różnych zaleceń.

Procedura	$f_{c,eff}$ [MPa]	$F_{c,s}$ (max) [kN]	$F_{exp}/F_{c,s}$ (max)
ACI 318:08 [1]	59,85	2595	1,148
CSA A23. 3-94 [2]	46,25	2042	1,459
wg wzoru (2) [6]	51,97	2274	1,310
Eurokod 2	72,00	3088	0,965

Jak z powyższego zestawienia widać, problem nie jest jeszcze wystarczająco rozeznany i wymaga dalszych badań uwzględniających wiele istotnych czynników mogących mieć wpływ na wyniki. Między innymi takim czynnikiem może być mimośród obciążenia, zwłaszcza w przypadku słupów krawędziowych i narożnych.

Piśmiennictwo:

- [1] ACI 318-08 Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-05) and Commentary (ACI 318R-08), ACI Manual of Concrete Practice 2008 Part.3, ss. 443;
- [2] CSA A23.3-94 Design of Concrete Structures;
- [3] Bianchini A.C., Woods R.E., Kesler C.E.: Effect of Floor Concrete Strength on Column Strength. ACI Journal, Proceedings V.31, No.11, 1960, pp. 1149-1169;
- [4] Gamble W.L., Klinar J.D.: Tests of High-Strength Concrete Columns with Intervening Floor Slabs. Journal of Structural Engineering ASCE, V.117, No.5, 1991, pp. 1462-1476;
- [5] Shu C., Hawkins N.M.: Behavior of Column Continuous through Concrete Floors. ACI Structural Journal No.4, 1992, pp. 405-414;
- [6] Ospina C.E., Alexander S.D.B.: Transmission of Interior Concrete Column Loads Through Floors. Journal of Structural Engineering ASCE, V.124, No.6, 1998, pp. 602-610;
- [7] McHarg P.J., Cook W.D., Yoon Y-S.: Improved Transmission of High-Strength Concrete Column Loads through Normal Strength Concrete Slabs. ACI Structural Journal No.1, 2000;
- [8] Shah A. A., Diez J., Nguyen V. T., Koenig G.: Experimental Investigation of Column-Slab Joint. ACI Structural Journal No.1, 2005;

LOAD CAPACITY OF COLUMN IN THE CONNECTION ZONE WITH REINFORCED CONCRETE SLAB

Summary

The article presents the problem of load capacity of columns made from high strength concrete, separated by a reinforced concrete slab made from normal concrete. The results of the author's experiments on one model representing the connection of the internal column with reinforced concrete slab are presented.

Tadeusz URBAN¹
Marek SITNICKI²
Jakub KRAKOWSKI³
Politechnika Łódzka

O PRZEBICIU ŻELBETOWYCH PŁYT KRĘPYCH

STRESZCZENIE

W artykule przedstawiono wstępne badania żelbetowych płyt krępych na przebicie. Celem badań jest weryfikacja procedury Eurokodu 2 dotyczącej sprawdzania nośności fundamentów na przebicie. Procedura ta nakazuje sprawdzanie naprężeń stycznych na wszystkich możliwych obwodach kontrolnych u znajdujących się pomiędzy obwodami u_0 (obwód słupa) oraz u_1 (w odległości $2d$ od boku słupa). Każdemu z tych obwodów przypisuje się inne naprężenia graniczne, rosnące wraz ze zbliżaniem się obwodu kontrolnego u do słupa. Wyniki badania czterech modeli potwierdziły jakościową poprawność tego założenia, mała liczba wyników nie upoważnia jeszcze jednak do oceny ilościowej.

SŁOWA KLUCZOWE: płyta żelbetowa, fundament, przebicie, nośność, smukłość ścinania.

1. WPROWADZENIE

W typowych konstrukcjach płytowo-słupowych smukłość płyty, określona jako iloraz rozpiętości przęsła do grubości płyty, zawiera się zwykle w przedziale $20 \div 30$. W badaniach smukłość ścinania modeli, a w zasadzie strefy przysłupowej definiuje się zależnością:

$$\lambda = \frac{l - c}{2d} \quad (1)$$

gdzie: l jest długością przęsła modelu płyty (odległością pomiędzy osiami podpór), a c jest wymiarem poprzecznym boku słupa. Szczegóły oznaczeń wyjaśnia rys. 1. Dla typowych konstrukcji płytowo-słupowych, przy założeniu, że l jest średnicą okręgu w miejscu zerowania się momentów radialnych płyty wokół słupa, smukłość ścinania λ zawiera się w przedziale $5 \div 7,5$.

Eksperymentalnej weryfikacji tego zagadnienia dokonali Lovrovich i McLean [1]. Wykonali oni dwie serie po pięć modeli płyt kołowych, w których parametrem zmiennym był stosunek rozpiętości przęsła płyty do jej grubości. Jedna z serii była zbrojona poprzecznie na

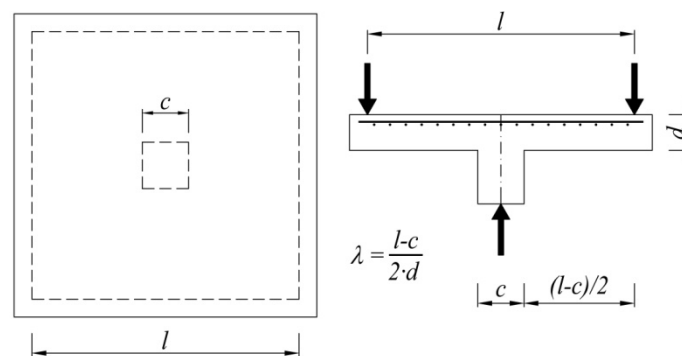
¹ tadeusz.urban@p.lodz.pl

² marek.sitnicki@p.lodz.pl

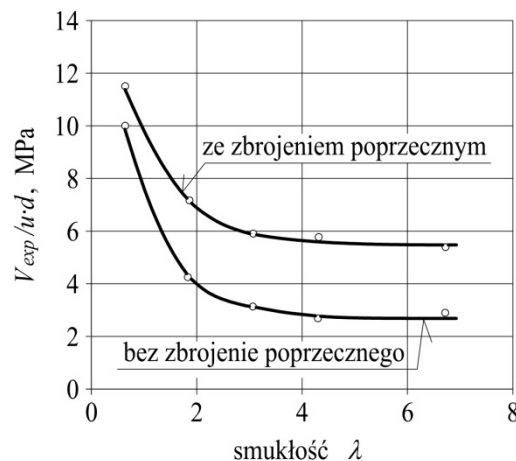
³ jakub.krakowski@p.lodz.pl

ściananie. Grubość płyt wynosiła $h \approx 102$ mm ($d \approx 83$ mm), stopień zbrojenia płytowego wynosił $\rho_l = 1,75\%$ ($\varnothing \approx 9,5$ mm, $f_y = 531$ MPa). Zbrojenie poprzeczne w postaci strzemion jednoramiennych wykonano z prętów żebrowanych o średnicy 3,73 mm i granicy plastyczności w przybliżeniu około $f_{yw} = 280$ MPa. Końce strzemion były zagięte na zewnętrznych prętach dolnej i górnej siatki zbrojenia płytowego. Obciążenie przykładano poprzez cylinder o średnicy 101,6 mm. Na rysunku 2 pokazano wykresy naprężeń stycznych w przekroju krytycznym, usytuowanym w odległości $d/2$ od lica słupa w funkcji smukłości ścianania λ . Wyniki tego doświadczenia, mimo niewielkiej skali modeli, potwierdzają, że wpływ smukłości ścianania na nośność przebiccia jest analogiczny do tego, jaki występuje w belkach.

W typowych konstrukcjach płytowo-słupowych smukłość ścianania jest zbyt duża ($\lambda > 3$), aby mogła mieć istotne znaczenie na nośność przebiccia. Inaczej ma się sprawa w przypadku fundamentów.



Rys. 1. Definicja smukłości ścianania strefy przysłupowej



Rys. 2. Wpływ smukłości ścianania na przebiccie według badań Lovrovicha i McLeana [1]

Procedura sprawdzania nośności na przebiccie fundamentów według PN-EN 1992-1-1:2008 0 wymaga sprawdzenia obwodów kontrolnych, znajdujących się pomiędzy obwodem u_1 w odległości $2d$ od słupa i obwodem u_0 na styku ze słupem. Siłę przebijającą można przy tym redukować o odpór gruntu pod fundamentem, działający na powierzchnię ograniczoną analizowanym obwodem kontrolnym. Procedura ta została szczegółowo opisana w artykule 0, w którym ponadto porównano ją z wynikami badań eksperymentalnych 0, stanowiących podstawę do wprowadzenia zmian w niemieckich postanowieniach krajowych do Eurokodu 2.

Relacjonowane badania mają na celu przede wszystkim weryfikację wzoru:

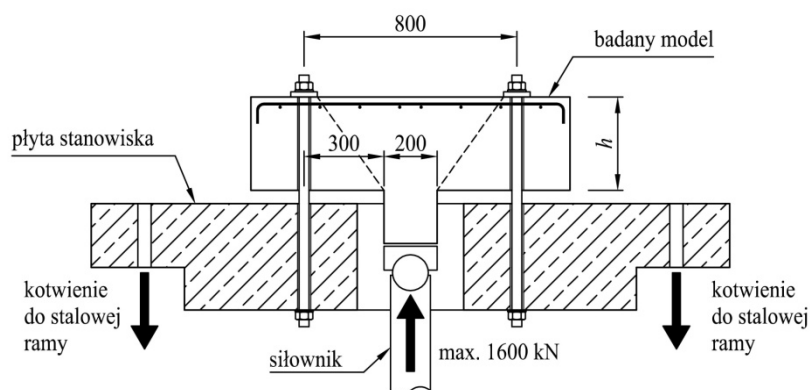
$$v_{Rd} = 0,18 \cdot k \cdot \sqrt[3]{100 \rho_l f_{ck}} \cdot \frac{2d}{a},$$

$$v_{Rd} \geq v_{min} \frac{2d}{a} = 0,035 \sqrt{k^3 f_{ck}} \cdot \frac{2d}{a},$$
(2)

w którym: k – jest współczynnikiem skali ($k = 1 + \sqrt{200/d} \leq 2,0$; d w mm), ρ_l – jest średnim stopniem zbrojenia głównego, f_{ck} – oznacza charakterystyczną wytrzymałość betonu na ściskanie w MPa, d – jest wysokość użyteczną przekroju, a – jest odległością od skraju słupa do rozważanego obwodu kontrolnego u . Można zauważyć, że iloraz $2d/a$ we wzorze (2) odzwierciedla wpływ smukłości ścinania.

2. PROGRAM BADAŃ

Weryfikacja wzoru (2) w zaplanowanych badaniach ma polegać na wymuszaniu niszczenia płyt na z góry zaplanowanym obwodzie. W zasadzie wymuszeniu podlegać ma kąt nachylenia rysy niszczącej θ . Efekt ten został osiągnięty za pomocą specjalnego stanowiska badawczego, którego schemat pokazano na (rys. 3).



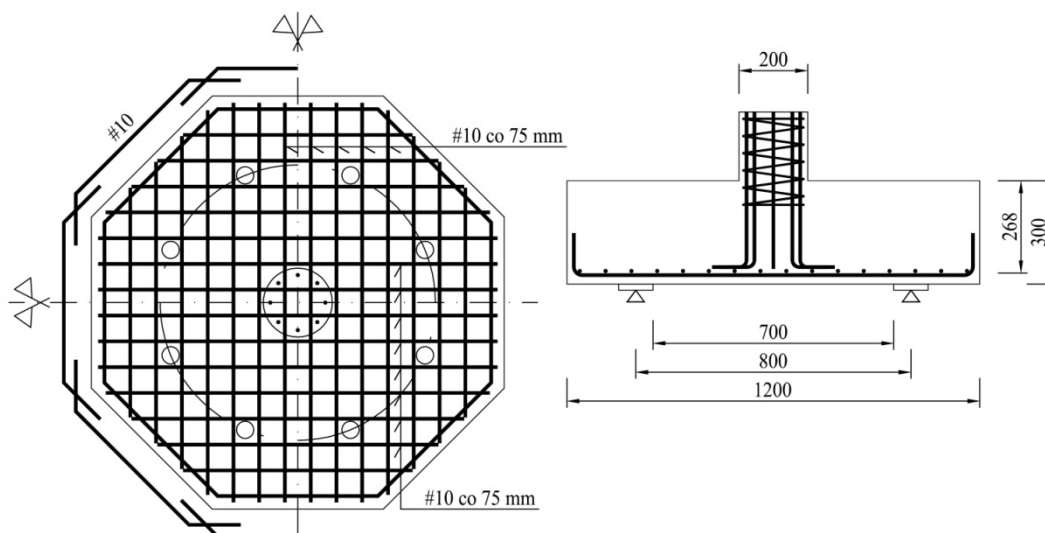
Rys. 3. Schemat stanowiska badawczego

W artykule przedstawiono wyniki badania czterech modeli. Pierwszy z nich P-15-0,32 wykonano osobno, jako pilotażowy, a pozostałe 3 były wykonane jednocześnie z tej samej mieszanki. Wytrzymałość betonu na ściskanie kontrolowano na próbkach walcowych o średnicy 150 mm i wysokości 300 mm. Modele miały kształt foremnej płyty ośmiobocznej z centralnie usytuowanym odcinkiem słupa o średnicy 200 mm. Słupy były wykonane z betonu o wysokiej wytrzymałości wynoszącej 86 MPa w przypadku modelu P-15-0,32, oraz 95 MPa w pozostałych modelach. Zbrojenie płyty modelu P-15-0,32 wykonano z prętów $\varnothing 8$ mm, a pozostałych modeli z prętów $\varnothing 10$ mm. Parametry wytrzymałościowe materiałów zestawiono w Tabelcy 1. Przykładowe zbrojenie modelu pokazano na rys. 4.

Siła była przykładana za pomocą baterii czterech siłowników hydraulicznych poprzez odcinek słupa. Stanowisko umożliwia przyłożenie siły o maksymalnej wartości 1600 kN.

W trakcie badań rejestrowano:

- odkształcenia radialne na ściskanej powierzchni betonu, w bezpośrednim sąsiedztwie słupa, mierzone za pomocą tensometrów elektrooporowych o bazie 50 mm,
- odkształcenia zbrojenia głównego płyty (tensometry o bazie 10 mm),
- rozwój rys wraz z pomiarem ich szerokości w wybranych miejscach.



Rys. 4. Zbrojenie modelu P-30-0,40

3. NIEKTÓRE WYNIKI BADAŃ

Uzyskane w badaniach siły niszczące (V_{exp}) zestawiono w tabelicy 1 wraz z podstawowymi parametrami geometrycznymi wytrzymałościowymi modeli. Wysokości użyteczne zostały określone po zniszczeniu modeli poprzez pomiar rzeczywistej otuliny zbrojenia. Na tej podstawie ustalono także średni stopień zbrojenia głównego.

Tabela 1. Siły niszczące (V_{exp}) uzyskane w badaniach.

Model	h	d	ρ_l	f_{ym}	f_{cm}	V_{exp}
	[mm]		[%]	[MPa]	[MPa]	[kN]
P-15-0,32	150	118	0,32	560	27,0	270
P-20-0,40	200	168	0,40	540	32,5	660
P-25-0,40	250	218	0,40	533	32,5	920
P-30-0,40	300	268	0,39	540	32,5	1280

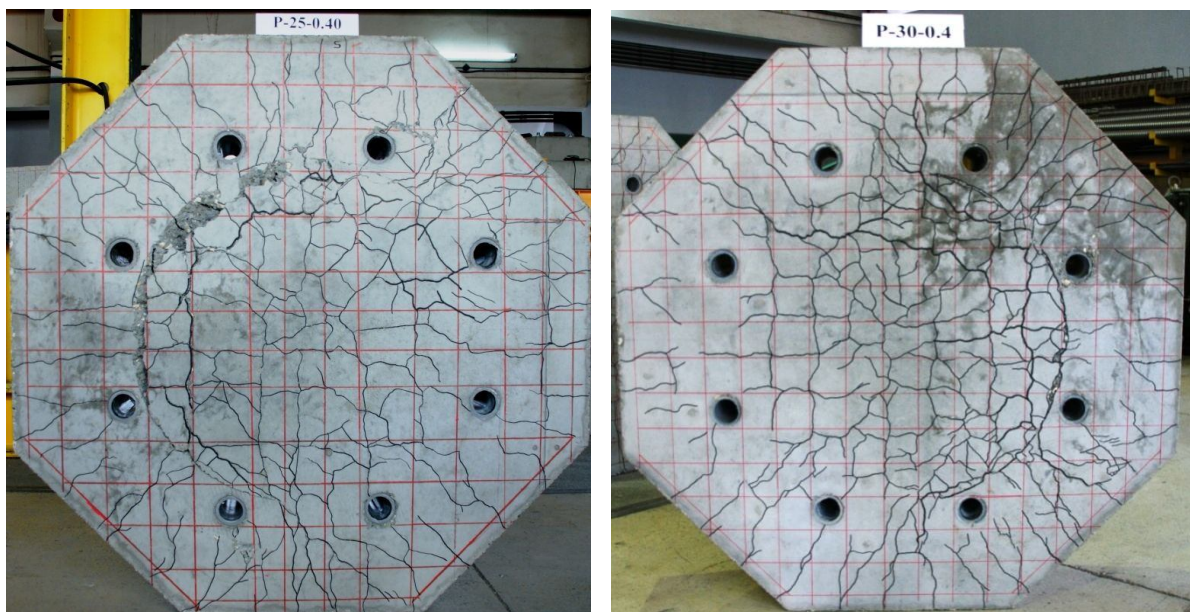
Model z najcieńszą płytą P-15-0,32 zniszczył się w gwałtowny sposób, charakterystyczny dla przebicia w płytach smukłych. Wylotowa rysa „stożka przebicia” rozwinęła się wewnątrz obwodu śrub kotwiących model. Na rysunku 5 pokazano rozciągniętą powierzchnię płyty po zniszczeniu.



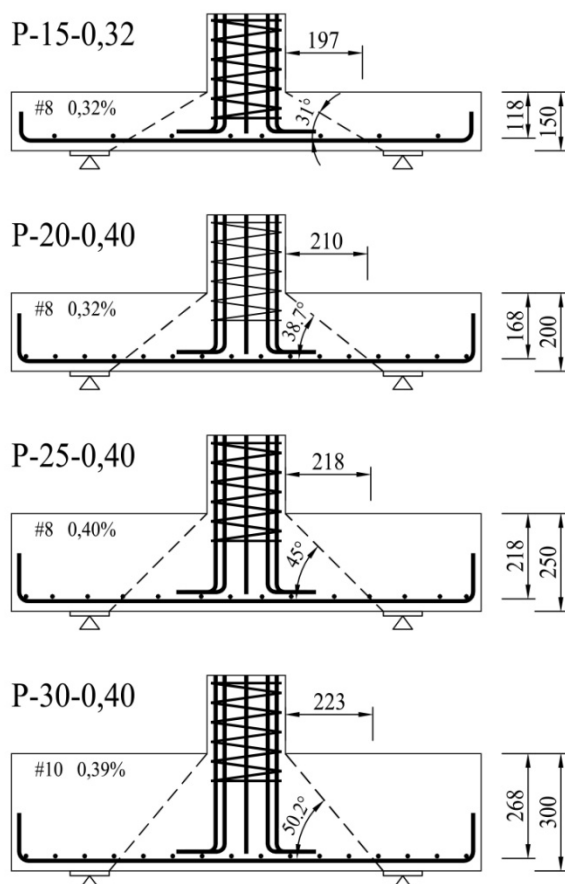
Rys. 5. Widok sposobu kotwienia płyt modeli P-15-0,32 i P-20-0,40

W celu bardziej precyzyjnego wymuszania wylotu rysy ukośnej, w badaniach pozostałych modeli zastosowano “sztywny stalowy kołnierz”, przez który kotwiono płytę do stanowiska. Krawędź wewnętrzna tego “kołnierza” wymuszała położenie wylotu rysy ukośnej, co pokazano na rys. 6.

Na podstawie wylotu rysy ukośnej można odtworzyć nachylenie rys niszczących, co ilustruje rys. 7. Okrąg tworzony w ten sposób przez wylot rysy ma średnicę 700 mm. Na tej podstawie można określić kąt nachylenia rys ukośnych. Zostało to pokazane na rys. 8. Przyjęto w tej analizie zasadę, że wylot rysy na powierzchni płyty określa wewnętrzna krawędź “kołnierza” podporowego. Natomiast obwód kontrolny u jest tworzony na przecięciu rysy z płaszczyzną znajdującą się w odległości d od ściskanej powierzchni płyty. Średnica obwodu kontrolnego u jest zawsze mniejsza od średnicy “kołnierza” podporowego i zależy od kąta nachylenia rysy ukośnej.



Rys. 6. Widok rozciąganej powierzchni modeli P-25-0,40 (z lewej) i P-30-0,40 (z prawej) po zniszczeniu



Rys. 7. Rysy niszczące badanych modeli

Tablica 2. Wyniki analizy naprężeń stycznych na obwodzie kontrolnym u .

Model	a	d	a/d	u	k	v_{exp}	v_{PN-EN}	$\frac{v_{exp}}{v_{PN-EN}}$
	[mm]			[mm]		[MPa]		
P-15-0,32	197	118	1,669	1866	2,000	1,226	0,885	1,386
P-20-0,40	210	168	1,250	1948	2,000	2,029	1,354	1,489
P-25-0,40	218	218	1,000	1998	1,958	2,112	1,657	1,275
P-30-0,40	223	268	0,833	2029	1,864	2,354	1,894	1,254
a – odległość obwodu kontrolnego u od słupa,					wartość średnia			1,351
k – współczynnik skali,					standardowe odchylenie			0,094
v_{exp} – eksperymentalne naprężenia styczne na obwodzie u ,					współczynnik zmienności			0,070
v_{PN-EN} – naprężenia styczne obliczone zgodnie z PN-EN.								

W tablicy 2 zestawiono wyniki analizy naprężeń stycznych na obwodzie kontrolnym u . Porównano naprężenia eksperymentalne z ustalonymi zgodnie ze wzorem (2), w którym wytrzymałość charakterystyczną, przyjęto jako średnią $f_{ck} = f_{cm}$. Na rysunku 8 przedstawiono wyniki analizy w formie graficznej. Wykres przedstawia normową krzywą ilorazu granicznych naprężeń stycznych odpowiadających obwodom u i wytrzymałości przypisanej podstawowemu obwodowi u_1 w funkcji a/d . Wartość $a/d = 2,0$ odpowiada kątowi nachylenia rysy ukośnej $\theta = 26,6^\circ$.

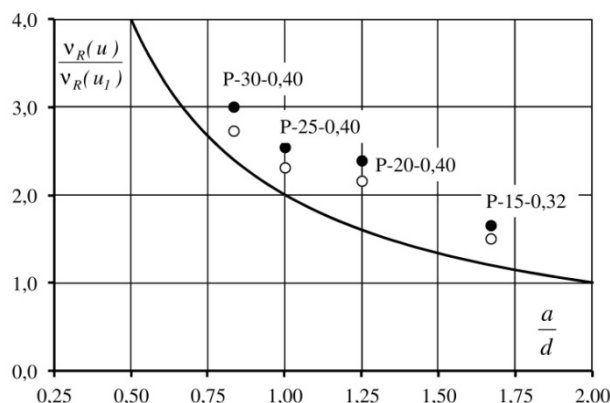
Wszystkie wartości eksperymentalne znajdują się nad normową krzywą, co oznacza dodatkowy zapas bezpieczeństwa. Pewnym wyjaśnieniem tego zjawiska może być generowanie sił tarczowych w płycie przez ściskany krzyżulec. Dla płyt smukłych PN-EN [2] przewiduje uwzględnianie naprężeń normalnych w płycie w wytrzymałości na przebiecie poprzez dodatkowy człon we wzorze:

$$v_{Rd,c} = 0,18 \cdot k \cdot \sqrt[3]{100 \rho_l f_{ck}} + k_1 \sigma_{cp} \quad (3)$$

w którym: σ_{cp} są naprężeniami normalnymi w betonie (dodatnie przy ściskaniu), a $k_1 = 0,1$.

Na rysunku 8 punkty zaznaczone okręgami uwzględniają dodatkowe ściskanie w płycie wywołane poziomą składową krzyżulca ściskanego. Dodatkowe naprężenia σ_{cp} zostały ustalone zgodnie ze wzorem (4):

$$\sigma_{cp} = \frac{H}{A_c} = \frac{V_{exp}}{u \cdot d} \cdot \frac{a}{d} \quad (4)$$



Rys. 8. Porównanie wyników eksperymentalnych z Eurokodem 2

4. WNIOSKI

Wyniki badania czterech modeli potwierdziły jakościową poprawność założenia Eurokodu 2 uwzględniającego wpływ smukłości ścinania przy sprawdzaniu płyt krępych na przebiecie. Mała liczba wyników nie upoważnia jeszcze jednak do oceny ilościowej przyjętej formuły wyrażonej wzorem (2).

Przedstawione badania są prowadzone w Katedrze Budownictwa Betonowego Politechniki Łódzkiej w ramach projektu badawczego numer N N50 158440.

Piśmiennictwo

- [1] Lavrovich J.S, McLean D,I: Punching Shear Behavior of Slabs with Varying Span-Depth Ratios. ACI Structural Journal, V.87, No 5, September-October 1990, s. 507÷512;
- [2] PN-EN 1992-1-1:2008/NA:2010 Eurokod 2. Projektowanie konstrukcji z betonu. Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków;
- [3] Urban T.: Komentarz do zasad obliczania fundamentów na przebiecie według PN-EN 1992-1-1:2008/NA:2010. Inżynieria i Budownictwo, nr 3/2011, s. 123÷126;

- [4] Hegger J., Ricker M., Sheriff A.G.: Punching Strength of Reinforced Concrete Footings. ACI Structural Journal, Vol. 106, No. 5, 9-10/2009, s. 706÷716.

ON REINFORCED CONCRETE COLUMN FOOTINGS PUNCHING

Summary

The paper describes a preliminary experimental study of reinforced concrete column footing. The aim of research is to verify Eurocode 2 procedure for checking punching shear in footing. This procedure requires checking punching shear stress at all possible perimeters u within $2d$ from the periphery of the column. Each of these perimeters has different punching shear stress resistance, growing with the approach of the control perimeter u to the periphery of the column. The results of the four models confirmed the qualitative validity of this assumption, however, the small number of results does not allow a quantitative evaluation.

Barbara WIECZOREK¹
Włodzimierz STAROSOLSKI²
Politechnika Śląska

WPŁYW MIMOŚRODU OBCIĄŻENIA NA NOŚNOŚĆ POŁĄCZENIA PŁYTA-SŁUP PO PRZEBICIU

STRESZCZENIE

Zniszczenie strefy podporowej ustrojów płytowo słupowych przez przebicie powoduje, że w trakcie opadania stropu odrywane jest ku górze przysłupowe zbrojenie górne. Jedynym elementem zdolnym powstrzymać rozwój katastrofy jest zbrojenie dolne, które nie jest odrywane a przeciwnie dociskane do betonu słupa i płyty. W pracy przedstawiono wyniki badań, które przeprowadzono na trzech modelach połączenia płyta-słup, wykonanych w skali 1:1. Celem badań było stwierdzenie jak dodatkowy moment zginający wywołany mimośrodowym działaniem obciążenia wpływa na wartość obciążenia niszczącego to połączenie po przebiciu. Rozważono trzy sytuacje położenia słupa względem środka płyty: osiowe, na jednokierunkowym mimośrodku o wartości 385 mm oraz na dwukierunkowym mimośrodku o tej samej wartości. Badania prowadzone były w dwóch fazach: „Faza I” do przebicia oraz „Faza II” od przebicia do całkowitego zniszczenia połączenia. W oparciu o przeprowadzone badania wykonano porównanie z normą CSA A23.3-04 [1], które wykazało niedoszacowanie przekroju zbrojenia jakie otrzymuje się na podstawie tej normy.

SŁOWA KLUCZOWE: konstrukcje żelbetowe, katastrofa postępująca, przebicie, ustroje płytowo słupowe, stan awaryjny konstrukcji

1. WSTĘP

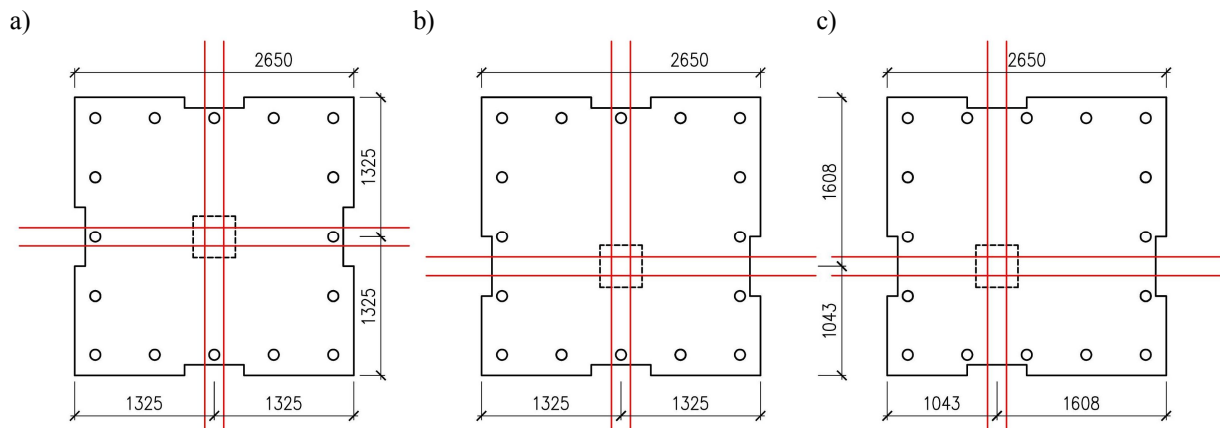
W literaturze odnotowanych jest kilkanaście katastrof ustrojów płytowo-słupowych, gdzie brak odpowiednio skonstruowanego zbrojenia podporowego doprowadził do całkowitego zniszczenia obiektu. Jedną z takich katastrof miała miejsce kilka lat temu w Polsce w Warszawie. Problem nie jest ujęty ani w Polskich Normach ani w Eurokodach. Pewne propozycje zabezpieczenia przed takimi sytuacjami ujęto jedynie w CSA A23.3-04 [1]. Propozycje te przedstawiono, głównie z braku badań, na podstawie obserwacji katastrof. Znana jest autorom (poza własnymi badaniami dwóch modeli [2]) tylko jedna seria badań [3] dotycząca tego zagadnienia, ale na modelach w skali 1:2 i jedynie przy osiowym obciążeniu.

¹ barbara.wieczorek@polsl.pl

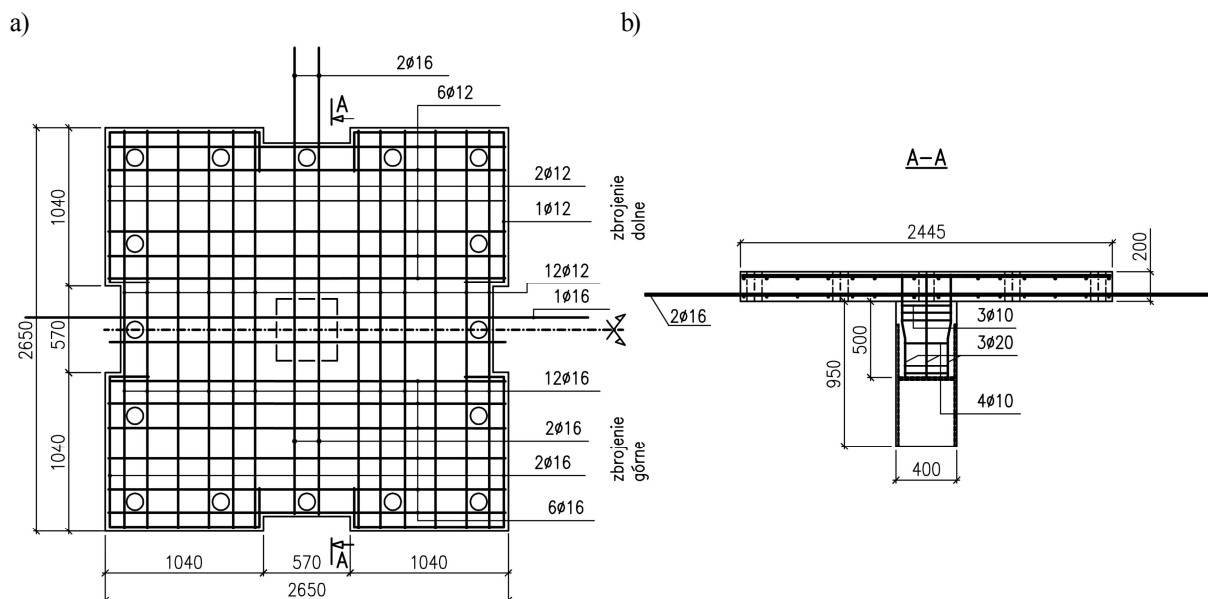
² wlodzimierz.starosolski@polsl.pl

2. OPIS MODELI

Badania objęły trzy modele stanowiące fragment przysłupowej wewnętrznej strefy typowego monolitycznego ustroju płytowo-słupowego. Elementy badawcze charakteryzowały się jednakową geometrią, zbliżoną wytrzymałością betonu oraz jednakowym stopniem zbrojenia dolnego i górnego. Elementami badawczymi były kwadratowe płyty o wymiarach $2,65 \times 2,65$ m grubości 20 cm z usytuowanym od dołu słupem o kwadratowym przekroju poprzecznym 40×40 cm i wysokości 50 cm, który umieszczony był w trzech pozycjach (rys. 1). Zbrojenie modeli składało się z podłużnych prostych prętów zbrojeniowych, odpowiednio o średnicy 12 mm w warstwie dolnej oraz o średnicy 16 mm w warstwie górnej. Nad słupem skrzyżowano dołem w każdym z modeli po dwa pręty $\phi 16$. Zbrojenie słupa stanowiło 8 prostych prętów średnicy 20 mm rozmieszczonych po obwodzie. Zbrojenie wszystkich modeli wykonano ze stali pochodzącej z jednej dostawy. Otulina wszystkich prętów zbrojenia głównego płyty wynosiła $c_{nom} = 20$ mm, a zbrojenia poprzecznego słupa $c_{nom} = 15$ mm. Widok zbrojenia modelu z osiowo usytuowanym słupem przedstawiono na rys. 2.



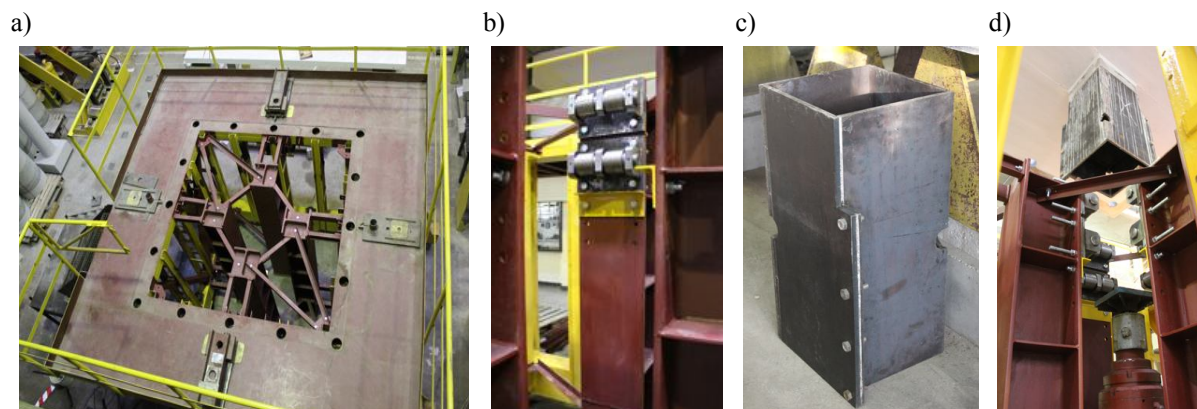
Rys. 1. Geometria modeli – położenie słupa: a) osiowe, b) mimośród w jednym kierunku, c) mimośród w dwóch kierunkach



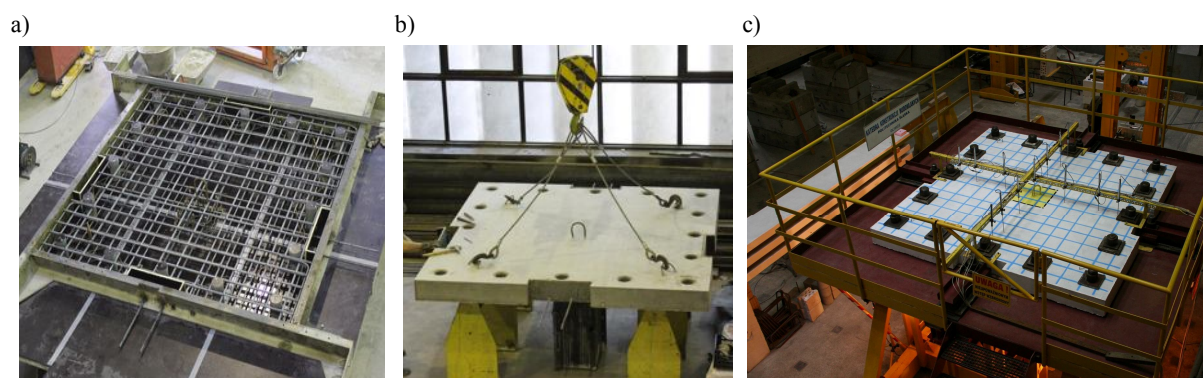
Rys. 2. Szkic zbrojenia elementów badawczych – model osiowy: a) widok siatki zbrojenia dolnego i górnego, b) przekrój ze zbrojeniem słupa

3. STANOWISKO BADAWCZE

Badania wykonano na stanowisku (rys. 3a), które zdolne jest do przenoszenia nie tylko zewnętrznych sił pionowych i poziomych, ale także dodatkowych, o wartości do 500 kN, niezrównoważonych sił poziomych skierowanych do jego wnętrza. Stanowisko w celu zagwarantowania pionowego prowadzenia słupa rozbudowano o dodatkową konstrukcję umożliwiającą pionowe prowadzenie umieszczonego w stalowym okuciu elementu słupowego rys. 3b–d. Widok modelu na stanowisku tuż przed badaniem zamieszczono na rys. 4c.



Rys. 3. Widok stanowiska badawczego: a) całe stanowisko, b–d) szczegół prowadzenia słupa



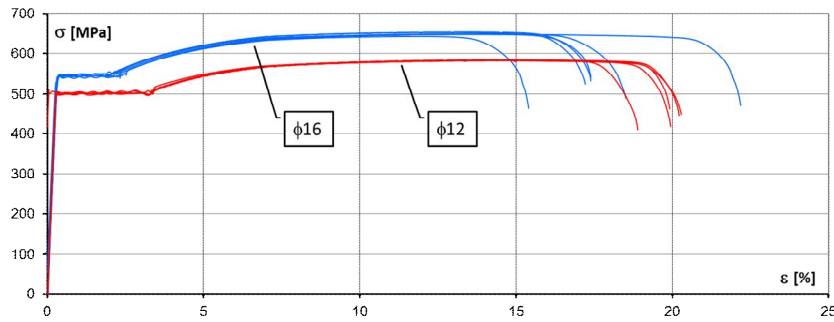
Rys. 4. Widok modelu badawczego: a) forma, b) wykonany model, c) model na stanowisku przed badaniami

4. MATERIAŁY

Do zbrojenia modeli użyto prętów wykonanych ze stali o dużej ciągliwości (odpowiednio $A_{gt} = 13,8\% > 7,5\%$ przy $\varnothing 12$ oraz $A_{gt} = 11,8\% > 7,5\%$ przy $\varnothing 16$). Ponieważ stosunki $R_m/R_{eH} = 1,152$ ($\varnothing 12$) oraz $R_m/R_{eH} = 1,196$ ($\varnothing 16$) mieszczą się w przedziale $1,15 \div 1,35$ oraz granica plastyczności dla obu średnic zbrojenia jest większa od 400 MPa to według wymagań EC2 [4] oba rodzaje stali zakwalifikowano do klasy C. Średnie wyniki badań (wyniki z 6 próbek nieobrobionych) zestawiono w tabelicy 1 i zamieszczono na rys. 5.

Tabela 1. Parametry mechaniczne prętów nieobrobionych (zbrojenia dolnego krzyżującego się nad słupem) badanych wg PN-EN 10002-1:1998

Średnica pręta [mm]	Moduł sprężystości E [GPa]	Górna granica plastyczności R_{eH} [MPa]	Wytrzymałość na rozciąganie R_m [MPa]	Całkowite wydłużenie przy maksymalnej sile A_{gt} [%]
12	199,138	503,2	579,9	13,8
16	199,138	547,1	654,5	11,8



Rys. 5. Zależności σ - ϵ uzyskane dla nieobrobionych prętów zbrojeniowych

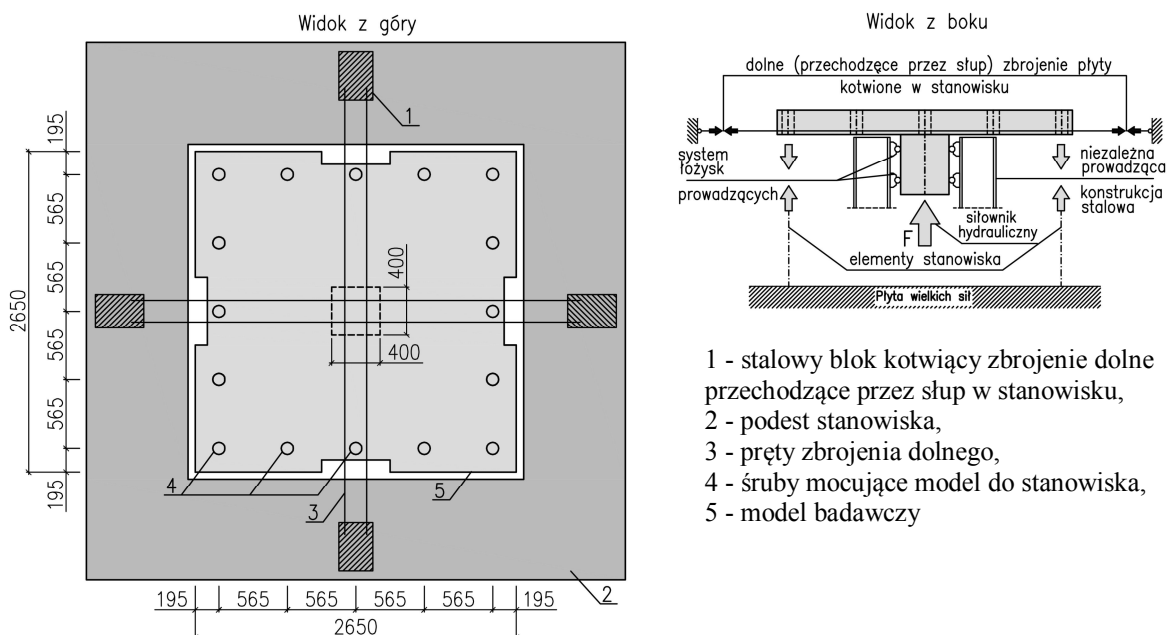
Do wykonania modeli zastosowano beton towarowy na cemencie żuźlowym i kruszywie o maksymalnej średnicy ziaren 8 mm. Badania materiałowe prowadzone były zawsze w dniu badania modelu wg PN-EN 12390-3:2002 i Instrukcji ITB nr 194. W tabelicy 2 zamieszczono średnie wartości parametrów mechanicznych, które określano zawsze na 6 próbkach.

Tablica 2. Parametry mechaniczne betonu

Model ze słupem	Moduł sprężystości E_{cm} [GPa]	Wytrzymałość na ściskanie $f_{c,cyl}$ [MPa]	Wytrzymałość na ściskanie $f_{c,cube}$ [MPa]	Wytrzymałość na rozciąganie f_{cm} [MPa]
osiowo Poo/16-1	28,11	22,1	23,9	2,04
mimośrodowo Pmo/16-1	29,47	24,2	26,13	2,21
ukośnie Pmm/16-1	28,89	23,5	24,6	2,16

5. PRZEBIEG BADAŃ I ANALIZA

Obciążenie modeli realizowano poprzez przyłożenie do podstawy słupa siły skupionej wywołanej siłownikiem hydraulicznym (o zakresie do 1200 kN i wysuwie do 120 cm) zgodnie ze schematem przedstawionym na rys. 6. Płytę mocowano za pomocą 16 śrub do stanowiska przytwierdzonego do płyty stropu laboratorium. Pręty dolnego zbrojenia krzyżujące się nad słupem wypuszczono poza obris modelu i zakotwiono w specjalnym uchwycie przymocowanym do stanowiska badawczego (rys. 6) celem przejścia znacznych sił powstałych po przebiciu.



Rys. 6. Schemat obciążania modeli

Modele zaprojektowano tak, aby w pierwszej kolejności nastąpiło ich przebicie, a płyta nie uległa zniszczeniu poprzez zginanie. Zbrojenie na zginanie wyznaczono jak dla rzeczywistej konstrukcji płytowo-słupowej o siatce słupów 6×6 m z dodatkowym obciążeniem eksploatacyjnym równym 5 kN/m^2 . Zbrojenie krzyżujące się dołem nad słupem zaprojektowano do przeniesienia siły dwukrotnie większej od siły powodującej przebicie modeli.

W trakcie badań mierzono w sposób automatyczny ugięcia linii środkowych górnych powierzchni płyt oraz przemieszczenia słupa w funkcji wywieranej siły. Dodatkowo dokonywano inwentaryzacji zarysowań górnej powierzchni płyty. Po skończonym badaniu, strefy przysłupowe rozkuto i dokonano oględzin krzyżujących się nad słupem prętów zbrojeniowych wykonując pomiary kątów pochylenia i promieni zagięcia prętów.

Do chwili zniszczenia przez przebicie zachowanie się modeli pod względem morfologii zarysowań, przemieszczeń górnej powierzchni płyt i słupów było zgodne z przewidywaniami – zagadnienie to nie jest jednak przedmiotem tego referatu.

Wykonane pomiary pozwoliły na określenie zależności pomiędzy przyłożonym obciążeniem a przemieszczeniem słupa w czasie, z uwzględnieniem wartości siły (rys. 8). Wyznaczono wartość siły w chwili przebicia oraz wartość siły, przy której nastąpiło zerwanie prętów krzyżujących się nad słupem.

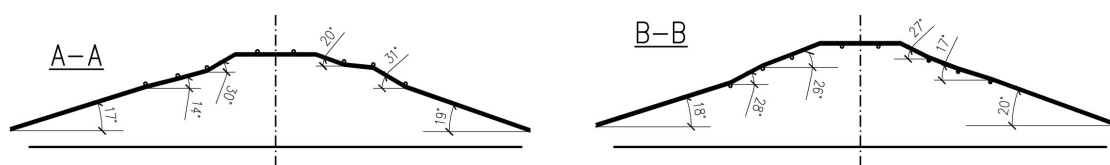
Po przebiciu we wszystkich modelach odnotowywano spadek wartości obciążenia, po którym dokonano całkowitego odciążenia modeli i odkręcenia śrub mocujących model do stanowiska. W efekcie jedynymi elementami łączącymi model ze stanowiskiem przy dalszym obciążaniu były wyprowadzone na zewnątrz modelu pręty zbrojenia dolnego przechodzące przez słup - 3 wg rys. 6.

W kolejnym kroku przystąpiono do ponownego obciążenia modeli, które trwało aż do zerwania wkładek zbrojenia dolnego. W każdym przypadku badania prowadzono do momentu, w którym wystąpiło zerwanie kolejnego trzeciego pręta – była to sytuacja, w której następowała utrata stateczności całego modelu względem stanowiska. Zestawienie przebiegów zmienności przemieszczeń w funkcji obciążenia zamieszczono na rys. 8, a dokładne wartości liczbowe zestawiono w Tabelicy 3.

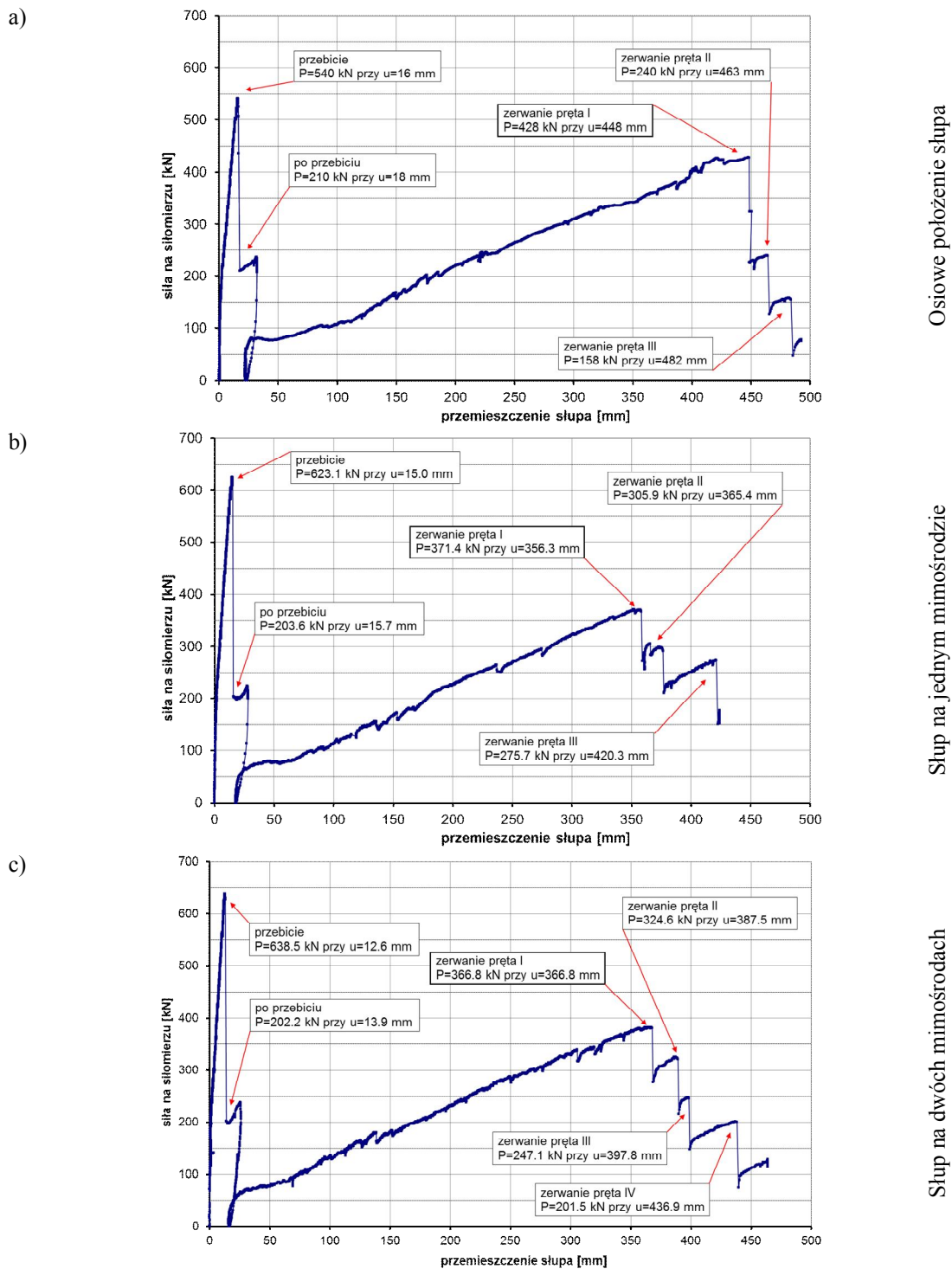
Tabelica 3. Zestawienie wartości sił i przemieszczeń uzyskanych w badaniach

	Model ze słupem	Przebicie	Odkręcenie śrub	Zerwanie I pręta	Zerwanie II pręta	Zerwanie III pręta
Siła na siłowniku [kN]	osiowo	539,9	0	428,0	240,1	158,2
	mimośrodowo	623,1	0	371,4	305,9	275,7
	ukośnie	638,5	0	366,8	324,6	247,1
Przemieszczenie słupa [mm]	osiowo	16,2	22,3	447,6	463,3	481,6
	mimośrodowo	15,0	17,9	356,3	365,4	420,3
	ukośnie	12,6	15,9	366,8	387,5	397,8

Po zerwaniu trzeciego pręta, unieruchamiano model i wykonywano rozkucie strefy podporowej, co umożliwiło odwzorowanie odkształceń prętów zbrojeniowych i określenie wartości kątów nachyleń poszczególnych ich odcinków – przykładowy widok odkształceń prętów zbrojeniowych dla modelu obciążonego osiowo przedstawiono na rys. 7.



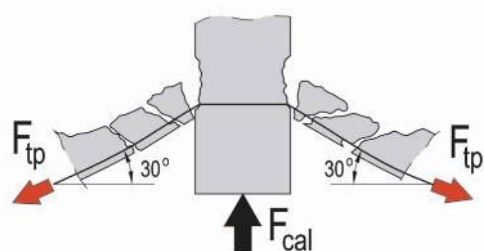
Rys. 7. Widok odkształceń prętów zbrojeniowych w modelu ze słupem usytuowanym osiowo.



Rys. 8. Wykresy zmian przemieszczenia słupa w funkcji obciążenia

6. SYNTEZA WYNIKÓW

W tabelicy 4 zestawiono maksymalne siły po przebieciu $F_{max,s}$ uzyskane w poszczególnych modelach oraz sumę nośności wszystkich prętów dolnych krzyżujących się nad słupem F_{tot} , określone zgodnie z zależnością (1). Obliczono także nośności strefy przypodporowej po przebieciu – $F_{cal,(CSA)}$ wg CSA A23.3-04 [1] – z zależności (2), co z uwagi na przyjęcie w stanie granicznym kąta pochylenia prętów krzyżujących się nad słupem z powierzchnią poziomą równego 30° , prowadzi do wartości stosunku sumy sił w prętach do siły obciążającej równej 2.



$$F_{tot} = \sum_{i=1}^n F_{tp,i} = R_m \cdot n \cdot A_p \quad (1)$$

$$F_{cal,(CSA)} = \sum_{i=1}^n F_{tp,i} \sin 30^\circ = R_{eH} \cdot n \cdot A_p \cdot \sin 30^\circ \quad (2)$$

gdzie:

n – liczba prętów krzyżujących się nad słupem: $n = 8$

A_p – pole powierzchni pojedynczego pręta: $A_p = 2,01 \text{ cm}^2$ ($\phi 16$)

Rys. 9. Zasada określania nośności ustroju cięgnowego

Tablica 4. Porównanie wartości obliczeniowych obciążeń niszczących z wartościami uzyskanymi w badaniach

Model ze słupem		Siła maksymalna uzyskana po przebicium $F_{max,s}$ [kN]	F_{tot} [kN]	$F_{cal,(CSA)}$ [kN]	$\frac{F_{tot}}{F_{max,s}}$
osiowo	Poo/16-1	428,0	1052,8	439,9	2,45
mimośrodowo	Pmo/16-1	371,4	1052,8	439,9	2,83
ukośnie	Pmm/16-1	366,8	1052,8	439,9	2,87

Dla porównania zamieszczono tablicę 5 z wynikami dwóch badań [2] analogicznych modeli z osiowo usytuowanym słupem względem płyty, w których zastosowano zbrojenie krzyżujące się nad słupem z innego rodzaju stali zbrojeniowej: model PI/12-1 (dwie wiązki prętów $2\phi 12$ ze stali typu A) i model PII/16-1 (dwa pręty $\phi 16$ ze stali typu C).

Tablica 5. Wartości sił maksymalnych: uzyskanych w badaniach i obliczonych wg [2]

Model ze słupem		Siła maksymalna uzyskana po przebicium $F_{max,s}$ [kN]	F_{tot} [kN]	$F_{cal,(CSA)}$ [kN]	$\frac{F_{tot}}{F_{max,s}}$
osiowo	PI/12-1	386,01	963,6	451,2	2,49
osiowo	PII/16-1	422,54	1045,4	427,5	2,47

Obliczone wg CSA A23.3-04 [1] wartości nośności strefy przypodporowej po przebicium $F_{cal,(CSA)}$ były we wszystkich przypadkach większe od wartości uzyskanych w badaniach. W modelu ze słupem usytuowanym osiowo maksymalna siła uzyskana podczas badań po zwolnieniu śrub stanowiła 96,5% wartości $F_{cal,(CSA)}$, a w przypadku badań [2] odpowiednio 85,5% i 96,1% siły $F_{cal,(CSA)}$.

Dla modeli z usytuowaniem słupa na mimośrodku w jednym i w dwóch kierunkach uzyskano odpowiednio wartości 83,8% i 82,7% wykorzystania siły $F_{cal,(CSA)}$ obliczonej według zaleceń CSA A23.3-04 [1].

Uzyskano jednocześnie, wartość wypadkowego kąta pochylenia wkładek zbrojeniowych w przypadku słupa osiowo obciążonego wynoszącą ok. 22 stopnie, co przedstawiono na rys. 7.

7. PODSUMOWANIE

W praktyce raczej rzadko analizuje się sytuację ustroju w stanie po wystąpieniu awarii. Może jednak zająć sytuacja spowodowana czynnikami wymienionymi na wstępie, przed którą przynajmniej teoretycznie można się uchronić stosując w myśl przepisów podanych w [1] zbrojenie dolne krzyżujące się nad słupem. Zbrojenie to ma za zadanie powstrzymanie rozwoju katastrofy w przypadku zniszczenia strefy podporowej przez przebicium.

Uzyskane w badaniach maksymalne siły w połączeniu płyta-słup po zniszczeniu

przez przebicie $F_{max,s}$ były mniejsze, niż wartości wyliczone $F_{cal,(CSA)}$ na podstawie normy CSA A23.3-04 [1]. Może to prowadzić do niebezpiecznego zawyżenia nośności obliczeniowej dla tej fazy pracy konstrukcji.

Proponowany w CSA A23.3-04 [1] współczynnik 2,0 jest w świetle przeprowadzonych badań za niski nawet dla osiowego położenia słupa. W badaniach, dla osiowego usytuowania słupa uzyskano wartości tego współczynnika równe 2,45 oraz 2,47 wg [2]. Natomiast w przypadku nieosiowego położenia słupa w badaniach otrzymano wartość współczynnika równą 2,83 i 2,87 odpowiednio dla modelu z mimośrodem w jednym i dwóch kierunkach.

W związku z uzyskanymi wynikami można asekuracyjnie sugerować zwiększenie w obliczeniach wartości stosunku siły niszczącej pręty przechodzące przez słup F_{tot} do obciążenia niszczącego $F_{cal,(CSA)}$ z wartości 2,0 (wg [1]) przynajmniej do wartości 2,5 a nawet 3 w połączeniach płyta–słup, w których można spodziewać się oddziaływania mimośrodowego.

Badania były finansowane z Programu Operacyjnego Innowacyjna Gospodarka w ramach projektu „Innowacyjne środki i efektywne metody poprawy bezpieczeństwa i trwałości obiektów budowlanych i infrastruktury transportowej w strategii zrównoważonego rozwoju” umowa POIG.01.01.02-10-106/09-00 zadanie PT 1.3 oraz dofinansowane przez Centrum Promocji Jakości Stali w Warszawie.

Piśmiennictwo

- [1] CSA Standard A23.3-04, Canadian Standard Association, 2004.
- [2] Jasiński R., Kupczyk R., Starosolski W., Wieczorek M.: Badania żelbetowych połączeń płyta-słup w stadium awaryjnym. Inżynieria i Budownictwo, nr 9/2009.
- [3] Sagaseta J., Muttoni A., Fernandez Ruiz M., Tassinari L.: Non-axis-symmetrical punching shear around internal columns of RC slabs without transverse reinforcement. Magazine of Concrete Research, Paper 1000098, UK, 2011, 17 p.
- [4] PN-EN 1992-1-1, Eurokod 2, Projektowanie konstrukcji z betonu. Część 1-1, Reguły ogólne i reguły dla budynków.

LOAD ECCENTRICITY EFFECT ON LOAD CAPACITY OF SLAB – COLUMN CONNECTIONS AFTER PUNCHING

Summary

Destruction of the supporting zone of slab–column structures due to punching involves in the course of its settling an upward tearing off the upper reinforcement adjacent to the column. The only elements which can deter further hazard of catastrophe is the bottom reinforcement, which is not torn off, but even pressed against the concrete of the column and slab. The paper presents the results of investigations carried out on three models of slab–column connections, in 1:1 scale. The aim of the investigations was to find out how an additional bending moment resulting from an eccentric load can affect the value of the destructive load exerted on this connection after its punching. Three different positions of the column versus slab centre have been analysed: viz. axially, on one-directional eccentricity with the value of 385 mm and on two-way eccentricity of the same value. The investigations were carried out in two phases: "phase I" up to punching and "phase II" from punching until complete destruction of the connection. The results of these investigations were compared with the standard CISA A23.3-04 [1]. This comparison proved that the values obtained basing on the standard have not been adequately assessed.

Szczepan WOLIŃSKI¹
Politechnika Rzeszowska

PROJEKTOWANIE KONSTRUKCJI Z BETONU W OBLICZENIOWYCH SYTUACJACH WYJĄTKOWYCH

STRESZCZENIE

Praca dotyczy strategii projektowania konstrukcji z betonu w sytuacjach wyjątkowych, ze szczególnym uwzględnieniem ilościowej analizy ryzyka. Przedstawiono zagadnienia oceny zagrożeń, szacowania i oceny konstrukcyjnego ryzyka w obliczeniowych sytuacjach wyjątkowych, wskazując na trudności i niejasności związane z jego kwantyfikacją i ilościową analizą. Jako miarę ryzyka związanego z analizowaną sytuacją wyjątkową zaproponowano indeks ryzyka, który zdefiniowano jako iloraz ryzyka w sytuacji wyjątkowej i ryzyka akceptowalnego w trwałej sytuacji obliczeniowej.

SŁOWA KLUCZOWE: sytuacje wyjątkowe, zagrożenia, analiza ryzyka, strategie projektowania, konstrukcje z betonu

1. WPROWADZENIE

W normach PN-EN 1990 [1] i PN-EN 1991-1-7 przedstawiono ogólne zasady projektowaniem konstrukcji budowlanych na oddziaływania wyjątkowe. Zalecane strategie dla wyjątkowych sytuacji obliczeniowych podano w normie PN-EN 1991-1-7 [2], w której zamieszczono informacje na temat szacowania oddziaływań od uderzenia i eksplozji gazu wewnątrz budynków. Reguły dotyczące eksplozji pyłów w silosach zamieszczono w PN-EN 1991-4 [3], a reguły dotyczące uderzenia pojazdów poruszających się po przęśle mostu podano w PN-EN 1991-2 [4]. W podstawowej części normy do projektowania budynków i obiektów inżynierskich z betonu PN-EN 1992-1-1 [5] określono jedynie reguły dotyczące systemów wiążących i wieńców w konstrukcjach, które nie zostały obliczone i zaprojektowane na oddziaływania wyjątkowe. Zalecane w Eurokodach strategie obliczania konstrukcji w sytuacjach wyjątkowych oparte na analizie ryzyka oraz związane z nimi zasady i reguły mają dość ogólny charakter i budzą liczne wątpliwości dotyczące zarówno procedur, jak i kryteriów weryfikacji nośności konstrukcji z betonu.

W pracy przedstawiono krótki przegląd i klasyfikację strategii projektowania konstrukcji z betonu zalecanych w aktualnych normach i publikacjach. Szczególną uwagę skupiono na analizie ryzyka konstrukcji zawiązanego z przewidywalnymi i nieprzewidywalnymi zagrożeniami, wymaganej dla budowli zakwalifikowanych do wyższych klas konsekwencji.

¹ szwolkkb@prz.edu.pl

Uściślono kryteria analizy i przedstawiono zmodyfikowane kryteria akceptacji ryzyka. Przedstawione propozycje zilustrowano przykładem konstrukcyjnej analizy ryzyka budynku o żelbetowej, słupowo-płytowej konstrukcji.

2. STRATEGIE PROJEKTOWANIA W SYTUACJACH WYJĄTKOWYCH

W normie PN-EN 1991-1-7 [2] wyróżniono dwie podstawowe strategie projektowania konstrukcji w wyjątkowych sytuacjach obliczeniowych:

- a) Strategie oparte na określonych oddziaływaniach wyjątkowych o wartościach ustalonych na podstawie badań statystycznych lub o wartościach umownych, polegające na: projektowaniu konstrukcji na przeniesienie oddziaływania wyjątkowego; projektowaniu konstrukcji na wystarczającą odporność minimalną; zapobieganiu wystąpienia lub zmniejszeniu wartości oddziaływań wyjątkowych.
- b) Strategie oparte na ograniczeniu zasięgu miejscowego zniszczenia w wypadku, kiedy oddziaływania wyjątkowe są nieokreślone, charakteryzują się bardzo dużą zmiennością lub trudną do oceny częstością wystąpienia, polegające na: przesztynowaniu konstrukcji; projektowaniu elementów kluczowych na oddziaływanie wyjątkowe o wartości normatywnej; spełnieniu reguł normatywnych określonych w odpowiednich normach itp.

Strategie typu (b) są wyrazem praktycznego uznania „prawa Murphey’go”: jeśli coś złego może się zdarzyć, to na pewno się zdarzy. W odniesieniu do budynków, przy projektowaniu ze względu na ograniczenie zakresu dopuszczalnego zniszczenia miejscowego od nieokreślonej przyczyny, zdefiniowano cztery klasy konsekwencji zależne od rodzaju budynku i sposobu jego użytkowania, dla których zaleca się następujące strategie zapewnienia zadowalającego poziomu odporności konstrukcji [2]:

- klasa konsekwencji 1 – jeśli budynek został zaprojektowany zgodnie z zasadami podanymi w normach, wówczas nie są konieczne żadne dodatkowe rozważania;
- klasa konsekwencji 2a (grupa niższego ryzyka) – w uzupełnieniu zaleceń dla klasy 1, należy zapewnić zastosowanie skutecznych stężeń poziomych oraz zakotwienia stropów podwieszonych do ścian;
- klasa konsekwencji 2b (grupa wyższego ryzyka) – w uzupełnieniu zaleceń dla klasy 2a, należy zapewnić stężenia pionowe we wszystkich podpierających słupach i ścianach; oraz wykazać, że po umownym usunięciu każdego podpierającego słupa i każdej belki podtrzymującej słup lub jakiegokolwiek nominalnego odcinka ściany nośnej, budynek pozostaje stateczny i żadne uszkodzenie miejscowe nie przekroczy określonej granicy;
- klasa konsekwencji 3 – należy przeprowadzić systematyczną ocenę „ryzyka budynku”, uwzględniając zagrożenia przewidywalne, jak i nieprzewidywalne.

Strategie zalecane przy projektowaniu budynków klas konsekwencji 1, 2a mają charakter normatywny i od wielu lat są stosowane w praktyce [6]. W wypadku budynków zaliczanych do klasy 2b wymagane są dodatkowo dość zaawansowane obliczenia sprawdzające. W odniesieniu do obiektów klasy 3, obejmującej obiekty dość często występujące w praktyce projektowej (m. in. budynki do których ma dostęp znaczna liczba osób), wymagane jest przeprowadzenie systematycznej analizy ryzyka, uwzględniającej przewidywalne i nieprzewidywalne zagrożenia. Normowe wytyczne do analizy i oceny ryzyka, w szczególności ilościowej, są jednak dość ogólne a ich zastosowanie w praktyce budzi liczne wątpliwości i wymaga specjalistycznej wiedzy, a także trudno dostępnych, często niepełnych i nieprecyzyjnych danych. W celu uzyskania odpowiedniej odporności konstrukcji na zniszczenie niewspółmierne do przyczyny i zniszczenie postępujące zaleca się stosowanie systemów wiążących i wieńców, ścian usztywniających, zróżnicowania kierunków podparcia płyt stropowych i zapewnienia warunków ich ciągnowej lub

membranowej pracy po zniszczeniu podpór, podziału konstrukcji na segmenty, itd.

Analizy przyczyn katastrof konstrukcji wskazują, że jedynie sporadycznie były one związane z niedostatecznymi wartościami miar odporności przyjętymi w projekcie a ich zwiększenie nie zapobiegłoby katastrofie [7, 8]. Najczęściej przyczynami katastrof są bowiem czynniki lub okoliczności nieuwzględnione w fazie projektowania i oceny stanu technicznego. W takiej sytuacji, systematyczna analiza i ocena ryzyka jest zalecana jako najbardziej adekwatna i obiecująca metoda zapewnienia zadowalającego poziomu odporności konstrukcji na oddziaływania wyjątkowe.

3. KONSTRUKCYJNA ANALIZA RYZYKA

3.1 Oszacowanie ryzyka

W znaczeniu ogólnym, ryzyko jest definiowane jako funkcja prawdopodobieństwa i negatywnych konsekwencji zajścia niepożądanych zdarzeń; najczęściej jako ich iloczyn. W normie PN-EN 1991-1-7 [1] przewidziano dwie metody analizy ryzyka dotyczącego budynków i budowli:

- a) Analizę jakościową polegającą na identyfikacji zagrożeń i odpowiadających im scenariuszy oddziaływań oraz podstawowego sposobu użytkowania konstrukcji w celu wykazania, że ich następstwa dla bezpieczeństwa są akceptowalne. Opracowano kilkanaście technik wspierania analizy ryzyka, m. in. HAZOP, PHA, analiza drzewa błędu, drzewa zdarzeń, sieci przyczynowe, itd. [9, 10, 11], które można stosować również w odniesieniu do konstrukcji budowlanych.
- b) Analizę ilościową oparto na oszacowaniu ryzyka za pomocą formuły zalecanej między innymi w normie ISO 13824 [12]:

$$R = \sum_{i=1}^{N_H} p(H_i) \sum_{j=1}^{N_D} \sum_{k=1}^{N_S} p(D_j|H_i) p(S_k|D_j) C(S_k) \quad (1)$$

w której zakłada się, że konstrukcja została poddana N_H różnym zagrożeniom, które mogą ją uszkodzić na N_D różnych sposobów a zachowanie uszkodzonej konstrukcji można rozpatrywać w N_S niekorzystnych stanach S_k powodujących konsekwencje $C(S_k)$, $p(H_i)$ jest prawdopodobieństwem wystąpienia i -tego zagrożenia, $p(D_j|H_i)$ jest warunkowym prawdopodobieństwem j -tego stanu uszkodzenia powodującym i -te zagrożenie, a $p(S_k|D_j)$ oznacza warunkowe prawdopodobieństwo k -tego niekorzystnego zachowania konstrukcji S_k powodującego j -ty stan uszkodzenia.

Wartość ryzyka obliczoną w jednostkach monetarnych według wzoru (1) należy traktować jako wielkość nominalną, która nie ma bezpośredniego odniesienia do nakładów finansowych poniesionych w wypadku zniszczenia konstrukcji. Uwzględniając fakt, że największe dopuszczalne prawdopodobieństwo p_{fd} zniszczenia konstrukcji, której koszt w pełnym cyklu życia obiektu wynosi $C(S)$, zakwalifikowanej do odpowiedniej klasy niezawodności (RC3, RC2, RC1), dla okresu odniesienia T_0 , określono w PN-EN 1990 [1] jako miarę ryzyka związanego z analizowaną sytuacją wyjątkową proponuje się przyjąć indeks ryzyka i_R , zdefiniowany w następujący sposób:

$$i_R = \frac{R}{R_{ac}} ; \quad R_{ac} = p_{fd}(RCX, T_0) \times C(S) \quad (2)$$

Analizę ilościową zaleca się prowadzić w trzech krokach obejmujących:

- oszacowanie prawdopodobieństwa wystąpienia możliwych zagrożeń o ustalonej intensywności,
- oszacowanie prawdopodobieństwa wystąpienia różnych uszkodzeń i ich konsekwencji dla rozważanych zagrożeń,
- oszacowanie prawdopodobieństwa wystąpienia niekorzystnych reakcji na lokalne uszkodzenia konstrukcji oraz związanych z nimi konsekwencji.

3.2. Ocena zagrożeń

Zagrożenia H_i można podzielić na trzy kategorie: przewidywalne, nierozpoznane lub zignorowane oraz nieprzewidywalne. Lista zagrożeń przewidywalnych obejmuje między innymi oddziaływania:

- standardowe: ciężar własny, obciążenia użytkowe, klimatyczne, wyjątkowe naturalne, w tym huragany, osuwiska, powodzie;
- wyjątkowe spowodowane działalnością ludzi nie związaną z analizowanym obiektem: pożary, eksplozje wewnętrzne, uderzenia środków transportu;
- spowodowane błędami ludzi popełnionymi w procesie: projektowania, wykonawstwa, utrzymania;
- spowodowane przez świadome, destrukcyjne działania ludzi, w tym akty terroryzmu.

Ilościowa ocena prawdopodobieństwa wystąpienia zagrożeń $p(H_i)$ jest najczęściej bardzo trudna i obciążona znaczną niepewnością. Dlatego często zaleca się stosowanie oszacowań przybliżonych częstości występowania zagrożeń, na przykład wg [13]:

- zagrożenia występujące często: $p(H_i) \geq 2,7 \times 10^{-2}$ (ponad 10/rok);
- zagrożenia dość częste: $2,7 \times 10^{-2} > p(H_i) \geq 2,7 \times 10^{-3}$ (od 10 /rok do 1/rok);
- zagrożenia sporadyczne: $2,7 \times 10^{-3} > p(H_i) \geq 2,7 \times 10^{-4}$ (od 1/rok do 1/10 lat);
- zagrożenia mało prawdopodobne: $2,7 \times 10^{-4} > p(H_i) \geq 2,7 \times 10^{-5}$ (od 1/10 lat do 1/100lat);
- zagrożenia bardzo rzadkie: $2,7 \times 10^{-5} > p(H_i) \geq 2,7 \times 10^{-6}$ (od 1/100 lat do 1/1000 lat);
- zagrożenia nieprawdopodobne: $2,7 \times 10^{-6} > p(H_i) \geq 2,7 \times 10^{-7}$ (od 1/1000 lat do 1/10000 lat).

3.3. Ocena ryzyka

Zasadniczym i budzącym kontrowersje zagadnieniem jest ustalenie kryterium akceptacji ryzyka. W literaturze przedmiotu można znaleźć liczne propozycje kryteriów jakościowych i mieszanych, najczęściej niezbyt precyzyjnych i prowadzących do znacznie różniących się wyników. Najczęściej są to różne warianty zasady ALARP, tzn. „tak małe ryzyko, jak to możliwe w granicach rozsądku”. W normie PN-EN 1991-1-7 [1] przedstawiono kryterium mieszane w postaci tablicy 1:

Tablica 1. Matryca akceptowalnych poziomów ryzyka wg [1]

Prawdopodobieństwo Zniszczenia → konsekwencje ↓	10^{-5}	10^{-4}	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}
Poważne	X				
Wysokie	X				
Średnie		X			
Niskie			X		
Bardzo niskie				X	
X – oznacza największy akceptowalny poziom ryzyka					

Propozycje kryteriów w postaci jakościowych i mieszanych matryc akceptowalnych poziomów ryzyka przedstawiono w wielu publikacjach, m.in. [13, 14]. Ilościowe kryteria akceptacji ryzyka są często przedstawiane w formie wykresów zależności dopuszczalnego prawdopodobieństwa zniszczenia od oczekiwanej liczby ofiar (tzw. krzywe N-F) [15, 16]. Popularny jest również pogląd, że o społecznej akceptowalności ryzyka decyduje porównanie z innymi rodzajami ryzyka indywidualnego i społeczną awersją do katastrof, w których może zginąć duża liczba osób.

Poziomom prawdopodobieństwa akceptowany w rozwiniętych państwach europejskich utraty życia lub zdrowia jednej osoby p_{fa} szacuje się w zależności od natury ryzyka [15] dla:

- ryzyka dobrowolnego (m.in. praca zawodowa, sport) $p_{fa} = 10^{-3}/rok$;
- ryzyka naturalnego (m.in. powodzie, huragany) $p_{fa} = 10^{-4}/rok$;
- ryzyka narzuconego (m.in. katastrofy budowlane, akty terroryzmu) $p_{fa} = 10^{-5}/rok$.

W tablicy 2 zestawiono czynniki ryzyka uwzględnione w formule (1) oraz podstawowe sposoby ich redukcji.

Tablica 2. Czynniki ryzyka i sposoby jego redukcji

Czynnik ryzyka	Sposób redukcji ryzyka				
	Pośredni	Bezpośredni, oparty na:		Kontrola zagrożeń	Redukcja konsekwencji
		Nośności na oddziaływanie wyjątkowe	Wtórny ustroju nośnego		
Zagrożenie $H_i, N_H,$ $p(H_i)$				Redukcja liczby zagrożeń i prawdopodobieństwa ich wystąpienia	
Uszkodzenie lokalne $D_j, N_D,$ $p(D_j H_i)$	Zapewnienie minimalnej nośności, sztywności, ciągliwości	Projektowanie elementów kluczowych na oddziaływanie wyjątkowe		Minimalizacja prawdopodobieństwa wystąpienia uszkodzeń lokalnych	Minimalizacja liczby uszkodzeń lokalnych

Globalne skutki uszkodzeń lokalnych $S_k, N_k,$ $p(S_k D_j)$	Ograniczenie zasięgu zniszczenia: systemy wiążące, wieńce, inimalna nośność, sztywność, integralność, plastyczność	Projektowanie na przeniesienie określonych oddziaływań wyjątkowych	Zapewnienie alternatywnych ścieżek obciążenia i wtórnych ustrojów nośnych,	Minimalizacja prawdopodobieństwa wystąpienia zniszczeń części i całej konstrukcji	Minimalizacja liczby uszkodzeń części i całej konstrukcji
Konsekwencje zniszczenia części lub całej konstrukcji $C(S_k)$		Projektowanie na przeniesienie określonych oddziaływań wyjątkowych	Zapewnienie alternatywnych ścieżek obciążenia i wtórnych ustrojów nośnych,	Kontrola jakości, monitoring stanu konstrukcji, odpowiedni poziom utrzymania	Działania ochronne ostrzeganie, ratownictwo

4. PRZYKŁAD ANALIZY RYZYKA

Przedmiotem analizy jest budynek zakwalifikowany 3 klasy konsekwencji o słupowo-płytowej, monolitycznej konstrukcji żelbetowej. Sytuacja wyjątkowa konstrukcji jest spowodowana poważnym błędem wykonawstwa, oznaczonym jako zagrożenie H_1 , (np. lokalne, znaczne zaniżenie wytrzymałości betonu, defekt materiałowy, nieprawidłowo skonstruowane zbrojenie lub brak zbrojenia), który może wystąpić z prawdopodobieństwem $p(H_1) = 0,01$ i spowodować uszkodzenie lokalne w strefie przebiecia płyty D_1 lub zniszczenie jednego słupa D_2 , z prawdopodobieństwem warunkowym $p(D_1|H_1) = 0,1$ i $p(D_2|H_1) = 0,01$. Skutki lokalnych uszkodzeń w skali całej konstrukcji zdefiniowano jako zniszczenie fragmentu konstrukcji S_1 (do 100 m² powierzchni stropu lub do 15% powierzchni kondygnacji [2]), lub zniszczenie większych fragmentów albo całej konstrukcji S_2 , a warunkowe prawdopodobieństwa ich wystąpienia wynoszą odpowiednio: $p(S_1|D_1) = 0,1$; $p(S_2|D_1) = 0,01$; $p(S_1|D_2) = 0,5$; $p(S_2|D_2) = 0,05$. Konsekwencje zniszczenia fragmentu konstrukcji i całej konstrukcji oszacowano na: $C(S_1) \approx 1,5$ miliona zł, i $C(S_2) \approx 50$ milionów zł. Na podstawie wzoru (1) obliczono ryzyko:

$$R = p(H_1) \sum_{j=1}^{N_D=2} \sum_{k=1}^{N_S=2} p(D_j|H_1) p(S_k|D_j) C(S_k) = 14875$$

Akceptowalne ryzyko zniszczenia konstrukcji zaliczonej do klasy niezawodności RC3 dla okresu odniesienia $T_0 = 50$ lat [1], z uwzględnieniem kosztów inwestycji w pełnym cyklu życia obiektu $C(S) \approx 20$ milionów zł, wynosi:

$$R_{ac} = p_{fd} \times C(S) = 8,5 \times 10^{-6} \times 20 \times 10^6 = 170$$

Stosunek ryzyka związanego ze zniszczeniem konstrukcji w wyniku rozpatrywanej sytuacji wyjątkowej i ryzyka akceptowalnego wynosi: $i_R = R/R_{ac} = 14875/170 = 87,5$ to znaczy, że znacznie przekracza akceptowalny poziom ryzyka. Należy więc podjąć odpowiednie działania w celu jego redukcji (m.in. wymienione w Tabelicy 2), na przykład powodujące zmniejszenie prawdopodobieństwa wystąpienia błędu wykonawstwa w wyniku bardziej skuteczne procedury inspekcji do wartości.

5. WNIOSKI

Przedstawione strategie projektowania konstrukcji w obliczeniowych sytuacjach wyjątkowych są przedmiotem intensywnych badań, a w ograniczonym zakresie również zaleceń aktualnych norm projektowania konstrukcji. Dotyczy to przede wszystkim projektowania na nieliczne rodzaje oddziaływań wyjątkowych o określonych wartościach oraz wymagań związanych z ograniczeniem zasięgu zniszczenia miejscowego.

Stosunkowo nowe zalecenia normowe związane z ilościową analizą i oceną ryzyka są dość ogólnikowe i budzą liczne wątpliwości związane przede wszystkim z interpretacją i kwantyfikacją czynników ryzyka, czyli prawdopodobieństw wystąpienia zagrożeń, ich lokalnych i globalnych efektów oraz konsekwencji.

Odrębnym zagadnieniem o podstawowym znaczeniu z punktu widzenia celowości konstrukcyjnej analizy ryzyka jest określenie kryteriów akceptowalności ryzyka. W pracy przedstawiono propozycję rozszerzonej interpretacji czynników ryzyka i przedstawiono zmodyfikowane kryterium akceptacji, uwzględniające stosunek ryzyka w obliczeniowej sytuacji wyjątkowej do akceptowalnego ryzyka w sytuacji trwałej, z uwzględnieniem klasy niezawodności konstrukcji i projektowego okresu użytkowania.

Piśmiennictwo

- [1] PN-EN 1990: 2004. Podstawy projektowania konstrukcji. PKN, Warszawa, 2004.
- [2] PN-EN 1991-1-7: 2008. Oddziaływania na konstrukcje. Część 1-7: Oddziaływania ogólne – Oddziaływania wyjątkowe. PKN, Warszawa, 2008.
- [3] PN-EN 1991-4: 2008. Oddziaływania na konstrukcje. Część 4: Silosy i zbiorniki. PKN, Warszawa, 2008.
- [4] PN-EN 1991-2: 2007. Oddziaływania na konstrukcje. Część 2: Obciążenia ruchome mostów. PKN, Warszawa, 2007.
- [5] PN-EN 1992-1-1: 2008. Projektowanie konstrukcji z betonu. Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków. PKN, Warszawa, 2008.
- [6] Lewicki B.: Ograniczenie zakresu szkód spowodowanych przez wypadek. Inżynieria I Budownictwo, Nr 9, 2007.
- [7] Matousek M.: “Outcomings of a Survey on 800 Construction Failures”, IABSE Colloquium on Inspection and Quality Control, Cambridge, England, July 1977.
- [8] Urban A.: Katastrofy budowlane w roku 2006 i analiza katastrof w latach 1995-2006 XXIII Konferencja N-T: Awarie Budowlane. Wyd. Pol. Szczecińskiej, 2007.
- [9] JCSS, Risk Assessment in Engineering Principles, 2008: System Representation and Risk Criteria. ISBN 978-3-909386-78-9.
- [10] Knoll F., Vogel T.: Design for robustness. Structural Engineering Documents, 11, IABSE, ETH Zurich, 2009.
- [11] Baker J., Schubert M., Faber M.: On the assessment of robustness. Journal of Structural Safety, vol. 30, 2008.
- [12] ISO Standard 13824:2009. General principles on risk assessment of systems involving structures. ISO Geneva, 2009.
- [13] Harding G., Carpenter J.: Disproportional collapse of Class 3 buildings: the use of risk assessment. The Structural Engineering, vol. 87, 2009.
- [14] ISO Standard 2394: 1998. General principles on reliability for structures.
- [15] Steenbergen R.D, Vrouwenvelder A.: Safety philosophy for existing structures and partial factors for traffic loads on bridges. Heron 55, No.2, 2010.
- [16] Wolinski, Sz.: Risk reliability-based design. Proceedings of the XIth International Conference on Metal Structures, Rzeszow 2006. Taylor & Francis Group: London, 2006.

DESIGN OF CONCRETE STRUCTURES IN ACCIDENTAL SITUATIONS

Summary

The paper concerns design strategies for concrete structures in accidental situations. Particular attention is paid to quantitative risk analysis, acceptance and mitigation. The presented discussion of issues related to risk assessment, evaluation and acceptance in accidental design situations points to the problems and uncertainties associated with risk quantification and analysis. The risk index, which has been defined as the ratio of risk in accidental situations to an acceptable risk in the persistent design situation, has been proposed as a relative measure of risk associated with the given accidental situation. An example illustrating the proposed approach to risk assessment and evaluation for a selected concrete structure is also presented.

**KONSTRUKCJE
METALOWE**

Paweł BŁAŻEJEWSKI¹
Jakub MARCINOWSKI²
Instytut Budownictwa, Uniwersytet Zielonogórski

NOŚNOŚĆ WYBOCZENIOWA WALCOWEGO PŁASZCZA SILOSU W ŚWIETLE ZAPISÓW NORMY PN-EN 1993-4-1

STRESZCZENIE

Norma PN-EN 1993-4-1 [1] zawiera zapisy dotyczące szacowania nośności wyboeczeniowej ścian stalowych silosów walcowych. Zalecenia zawarte w tej normie są względnie łatwe w zastosowaniu w przypadku walcowych ścian izotropowych. Oszacowanie nośności wyboeczeniowej ścian z blach profilowanych jest dużo bardziej skomplikowane i wymaga od projektanta sporego doświadczenia w korzystaniu z tych zapisów. W referacie zaprezentowano obliczenia praktyczne, które musiał wykonać projektant projektujący stalowe silosy na zboże. Rozważania zaprezentowane w pracy dotyczą głównie nośności wyboeczeniowej ścian. Stosowane w silosach dachy stożkowe czy sferyczne nie były przedmiotem rozważań. Były rozpatrywane dwa przypadki ścian silosów: walcowa ściana izotropowa oraz walcowa ściana z blach profilowanych poziomo i wzmocnionych zewnętrznymi żebrami pionowymi wykonanymi z cienkościennych elementów zimnogiętych. Nośność wyboeczeniowa została określona dla południkowych naprężeń ściskających oraz dla ciśnienia zewnętrznego działającego poprzecznie do powierzchni ścianki silosu. W przypadku ścianki profilowanej procedura wymaga znalezienia najmniejszej wartości nośności, która jest funkcją liczby fal obwodowych j oraz długości pionowej półfali wyboeczeniowej l_i . Zaprezentowane obliczenia mogą być traktowane jako rodzaj szablonu przydatnego projektantom silosów stalowych.

SŁOWA KLUCZOWE: silos stalowy, nośność wyboeczeniowa, zalecenia projektowe, obliczenia praktyczne, norma PN-EN 1993-4-1.

1. WPROWADZENIE

Stalowe silosy pojawiają się coraz częściej zarówno w pejzażu przemysłowym jak i rolniczym. Typowe stalowe silosy na materiały sypkie pokazano na rys. 1. Są to silosy płaskodenne z walcowym płaszczem gładkim (rys. 1a) lub z blachy profilowanej poziomo z dodatkowymi żebrami usztywniającymi (rys. 1b). Przedmiotem rozważań zaprezentowanych w referacie jest nośność wyboeczeniowa walcowego płaszcza silosu. Kryterium wyboeczeniowe, choć nie jedyne, często stanowi decydujący warunek w projektowaniu płaszczy silosu.

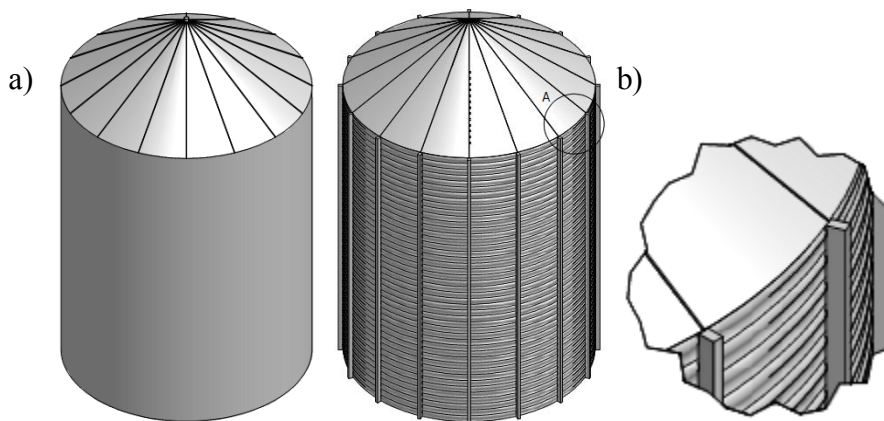
¹ P.Błazejewski@ib.uz.zgora.pl

² J.Marcinowski@ib.uz.zgora.pl

Materiał sypki składowany w silosie wywołuje siły ściskające w płaszczu. Dodatkowy wzrost południkowych sił ściskających pochodzi od obciążenia dachu silosu i ciężaru własnego części silosu powyżej rozpatrywanego przekroju. Względna smukłość ściany silosu sprzyja utracie stateczności mimo częściowej stabilizacji płaszcza materiałem zasypowym. Jeszcze niekorzystniejsza sytuacja związana z wybočeniami ma miejsce w fazie opróżnienia silosu i działania parcia zewnętrznego na płaszcz spowodowanego np. działaniem wiatru czy podciśnieniem. Oba te przypadki wyboczenia muszą zostać wyeliminowane i temu służą zapisy w normie EN 1993-4-1 [1].

W przypadku płaszczy silosu wykonanych z blachy falistej, możliwe są dwa przypadki profilowania blachy: blacha profilowana w kierunku poziomym lub blacha profilowana w kierunku pionowym. Rozwiązanie pierwsze wymaga zastosowania pionowych żeber wzmacniających zakłada się bowiem, że płaszcz nie przenosi obciążeń pionowych. Rozwiązanie drugie z kolei wymaga wprowadzenia pierścieni wzmacniających gdyż w tym przypadku zdolność płaszcza do przenoszenia obciążeń poziomych (wewnętrznych – od parcia materiału składowanego i zewnętrznych – od parcia wywołanego działaniem wiatru i/lub podciśnieniem) jest niewielka. W przypadku ścian z blach profilowanych wzmocnionych żebrami pionowymi i pierścieniami, mamy do czynienia z walcową powłoką ortotropową i tak ten ważny element konstrukcji silosu jest traktowany w normie EN 1993-4-1 [1].

Sposób sprawdzenia nośności płaszcza silosu określają zapisy p. 5.3 normy [1].



Rys. 1. Stalowe silosy na materiały sypkie

Wyróżnia się przy tym ścianki izotropowe (płaszcz z blach gładkich łączonych metodą spawania lub śrubowania bez pierścieni i żeber pionowych) oraz ścianki wykonane z blach falistych.

Względnie łatwo sprawdza się stan graniczny uplastycznienia (plastic limit state) w ściankach izotropowych bez usztywnień zewnętrznych. Zapisy normowe dotyczące tego przypadku prezentowane są w p. 5.3.2.3 normy [1]. Bez porównania bardziej złożone są zapisy dotyczące stanów granicznych wyboczenia płaszcza. Norma rozróżnia tu przypadek wyboczenia na skutek działania sił południkowych w płaszczu (p. 5.3.2.4 normy [1]) oraz przypadek wyboczenia na skutek działania ciśnienia zewnętrznego (np. wywołanego działaniem wiatru) oraz/lub podciśnienia, które może się pojawić w pewnych szczególnych okolicznościach użytkowania silosu. Ten przypadek jest przedmiotem zapisów p. 5.3.2.5 normy [1].

Zapisy normowe wymagają od projektanta szczegółowej, momentami dość złożonej analizy. W referacie zaprezentowano szczegółowo pełny tok postępowania prowadzący do określenia nośności wybozeniowej wybranych przypadków płaszcza silosu wykonanego z blach gładkich i blach profilowanych. Zaprezentowane obliczenia stanowią cenną ilustrację do budzących często wątpliwości zapisów normowych.

2. NOŚNOŚĆ WYBOCZENIOWA IZOTROPOWYCH ŚCIAN SILOSU

2.1. Niestateczność wywołana ściskaniem w kierunku południkowym.

Przedmiotem szczegółowych rozważań tej części referatu jest silos o ścianach izotropowych pokazany na rys. 1a. Silos może być przykryty dachem stożkowym lub sferycznym, przy czym dach nie jest tu przedmiotem rozważań. Do obliczeń nośności wybozeniowej płaszcza przyjęto następujące dane: $E=210000 \text{ N/mm}^2$, $\nu=0,3$, minimalna grubość blachy $t = 5 \text{ mm}$, promień walcowej powierzchni silosu $r = 4300 \text{ mm}$, $Q = 16$ – parametr jakości wytwarzania (założono normalną klasę jakości wytwarzania), $f_y = 235 \text{ MPa}$ – granica plastyczności stali.

Obliczenia rozpoczynamy od określenia wartości amplitudy reprezentatywnej imperfekcji w_{ok} ze wzoru (por. (5.14) w [1]):

$$w_{ok} = \frac{t}{Q} \sqrt{\frac{r}{t}} = 9,16 \text{ mm.} \quad (1)$$

Przez w_{ok} z kolei definiowany jest bezwymiarowy parametr imperfekcji

$$\alpha_0 = \frac{0,62}{1 + 1,91 \psi \left(\frac{w_{ok}}{t} \right)^{1,44}} = 0,111, \quad (2)$$

gdzie ψ jest parametrem nierównomiernego rozkładu sił południkowych. W przypadku osiowej symetrii (tak założono w przykładzie) $\psi=1$.

Naprężenia krytyczne izotropowej ścianki walcowej określa się ze wzoru:

$$\sigma_{x,Rcr} = \frac{E}{\sqrt{3(1-\nu^2)}} \frac{t}{r} = 0,605 E \frac{t}{r} = 147,79 \text{ MPa,} \quad (3)$$

Smukłość względną obliczymy z zależności:

$$\bar{\lambda}_x = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{x,Rcr}}} = 1.261 . \quad (4)$$

Graniczne wartości smukłości dla tego przypadku wynoszą:

$$\bar{\lambda}_0 = 0,2 \quad (5)$$

oraz

$$\bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{\alpha_0}{1-\beta}} = 0,528 . \quad (6)$$

We wzorze powyższym przyjęto $\beta = 0,6$ zgodnie z zaleceniem normy [1].

Ponieważ obliczona smukłość względna jest większa od $\bar{\lambda}_p$, współczynnik redukcyjny określa się ze wzoru:

$$\chi_x = \frac{\alpha_0}{\lambda_x^2} = 0,0698 . \quad (7)$$

Wartość charakterystyczną nośności wyboczeniowej określa się z zależności

$$\sigma_{x,Rk} = \chi_x f_y = 16,45 \text{ MPa}. \quad (8)$$

Wartość obliczeniową nośności wyboczeniowej określa się z zależności:

$$\sigma_{x,Rd} = \sigma_{x,Rk} / \gamma_{M1} = 14,95 \text{ MPa}, \quad (9)$$

gdzie $\gamma_{M1} = 1,1$.

Siłę południkową odpowiadającą tej wartości naprężeń otrzymamy ze wzoru:

$$n_{x,Rd} = t \sigma_{x,Rd} = 74,77 \text{ N/mm}. \quad (10)$$

Zgodnie z warunkiem (5.37) normy [1], obliczeniowa wartość siły południkowej w izotropowej ścianie silosu musi być mniejsza od tak określonej nośności: $n_{x,Ed} \leq n_{x,Rd}$.

2.2. Niestateczność w warunkach ciśnienia zewnętrznego, częściowego wewnętrznego podciśnienia i oddziaływania wiatru

Dla tego przypadku zagrożenia utratą stateczności ścianki, określa się krytyczną wartość ciśnienia zewnętrznego ze wzoru (por. (5.38) z [1]):

$$p_{n,Rcru} = 0,92 C_b C_w E \frac{r}{l} \left(\frac{t}{r} \right)^{2,5} \quad (11)$$

gdzie: t – grubość najcieńszej ścianki powłoki, l – wysokość segmentu wyznaczona pierścieniami lub granicami płaszcza, C_b – parametr wyboczenia dla przypadku ciśnienia zewnętrznego, C_w – współczynnik rozkładu ciśnienia wiatru.

Rozważmy silos o płaszczu izotropowym, bez usztywnień pionowych i bez pierścieni wzmacniających (poza pierścieniem usztywniającym górną krawędź silosu). W prezentowanych obliczeniach założmy: $r = 4 \text{ m}$, $l = 16 \text{ m}$. Nośność wyboczeniową określimy dla płaszcza z blachy gładkiej o grubości $t = 6 \text{ mm}$.

Współczynnik $C_b = 1,0$ (por. Tabl. 5.2 w [1]).

Dla silosu pojedynczego i poddanego tylko obciążeniu wiatrem, C_w przyjmuje się jako większą z wartości:

$$C_w = \frac{2,2}{1 + 0,1 \sqrt{C_b \frac{r}{l} \sqrt{\frac{r}{t}}}}, \quad (12)$$

$$C_w = 1,0 .$$

Podstawienie danych do wzoru (12) prowadzi do wyniku $C_w = 1,739$.

Obliczeniowa, maksymalna wartość ciśnienia wiatru i/lub podciśnienia wyraża się wzorem

$$p_{n,Rd} = \alpha_n p_{n,Rcr} / \gamma_{M1}, \quad (13)$$

gdzie α_n – współczynnik imperfekcji przy wyboczeniu sprężystym (elastic buckling imperfection reduction factor), γ_{M1} – częściowy współczynnik materiałowy przy wyboczeniu. Zalecana przez normę [1] wartość współczynnika imperfekcji $\alpha_n = 0,5$.

Podstawienie danych prowadzi do wyniku $p_{n,Rd} = 1,687 \cdot 10^{-3} \text{ MPa} = 1,687 \text{ kPa}$.

Obliczeniowa wartość parcia zewnętrznego na ścianę silosu p_{nEd} nie może przekroczyć tej wartości.

3. NOŚNOŚĆ ŚCIAN SILOSU Z BLACHY FALISTEJ WZMOCNIONYCH ŻEBRAMI PIONOWYMI

3.1. Niestateczność wywołana siłami południkowymi

Wymagania normowe określają maksymalny rozstaw żeber pionowych. Aby płaszcz można było traktować jako płytę ortotropową, rozstaw żeber nie powinien przekraczać wartości d_{smax} określonej wzorem:

$$d_{smax} = k_{dx} \left(\frac{r^2 D_y}{C_y} \right)^{0,25}, \quad (14)$$

gdzie: D_y – sztywność zgięciowa na jednostkę szerokości w kierunku sfałdowania, panelu (cargi) o mniejszej grubości blachy poszycia, C_y – sztywność błonowa na jednostkę szerokości w kierunku sfałdowania, panelu (cargi) o mniejszej grubości blachy poszycia, r – promień powłoki walcowej. Zalecana wartość współczynnika $k_{dx}=7,4$.

W każdym rozpatrywanym przekroju silosu określa się krytyczną siłę przekrojową podłużną minimalizując podane niżej wyrażenie ze względu na krytyczną liczbę fal obwodowych j oraz ze względu na wysokość półfali wyboczeniowej l_i powłoki silosu. Siłę tę określa się ze wzoru:

$$n_{x,Rcr} = \frac{1}{j^2 \omega^2} \left(A_1 + \frac{A_2}{A_3} \right), \quad (15)$$

przy czym:

$$A_1 = j^4 \left[\omega^4 C_{44} + 2 \omega^2 (C_{45} + C_{66}) + C_{55} \right] + C_{22} + 2 j^2 C_{25} \quad (16)$$

$$A_2 = 2 \omega^2 (C_{12} + C_{33}) (C_{22} + j^2 C_{25}) (C_{12} + j^2 \omega^2 C_{14}) - (\omega^2 C_{11} + C_{33}) (C_{22} + j^2 C_{25})^2 - \omega^2 (C_{22} + \omega^2 C_{33}) (C_{12} + j^2 \omega^2 C_{14})^2 \quad (17)$$

$$A_3 = (\omega^2 C_{11} + C_{33}) (C_{22} + C_{25} + \omega^2 C_{33}) - \omega^2 (C_{12} + C_{33})^2 \quad (18)$$

oraz:

$$\begin{aligned}
 C_{11} &= C_{\phi} + E A_s / d_s, & C_{22} &= C_{\phi} + E A_r / d_r, \\
 C_{12} &= \nu \sqrt{C_{\phi} C_{\theta}}, & C_{33} &= C_{\phi\theta}, \\
 C_{14} &= e_s E A_s / (r d_s), & C_{25} &= e_r E A_r / (r d_r), \\
 C_{44} &= \left[D_{\phi} + E I_s / d_s + E A_s e_s^2 / d_s \right] / r^2, & C_{44} &= \left[D_{\phi} + E I_r / d_r + E A_r e_r^2 / d_r \right] / r^2, \\
 C_{45} &= \nu \sqrt{D_{\phi} D_{\theta}} / r^2, & C_{66} &= \left[D_{\phi\theta} + 0,5 \left(G I_{ts} / d_s + G I_{tr} / d_r \right) \right] / r^2, \\
 \omega &= \frac{\pi r}{j l_i}
 \end{aligned}$$

gdzie: l_i – długość półfali pionowej korespondującej z potencjalną formą wyboczenia;

należy ją dobrać tak by (15) było najmniejsze,

A_s – pole powierzchni przekroju żebra pionowego,

I_s – moment bezwładności przekroju żebra pionowego względem osi obwodowej,

d_s – rozstaw żeber pionowych,

I_{ts} – moment bezwładności przy swobodnym skręcaniu żebra pionowego,

e_s – mimośród żebra pionowego mierzony od powierzchni środkowej powłoki,

A_r – pole przekroju pierścienia usztywniającego,

I_r – moment bezwładności przekroju pierścienia usztywniającego względem osi pionowej (zginanie obwodowe),

d_r – odległość między pierścieniami usztywniającymi,

I_{tr} – moment bezwładności przy swobodnym skręcaniu pierścienia usztywniającego,

e_r – mimośród pierścienia usztywniającego mierzony od powierzchni środkowej powłoki,

C_{ϕ} – sztywność błonowa powłoki w kierunku południkowym (por. p. 4.4 w [1]),

C_{θ} – sztywność błonowa powłoki w kierunku obwodowym (por. p. 4.4 w [1]),

$C_{\phi\theta}$ – sztywność błonowa powłoki przy ścinaniu (por. p. 4.4 w [1]),

D_{ϕ} – sztywność zgięciowa powłoki w kierunku południkowym (por. p. 4.4 w [1]),

D_{θ} – sztywność zgięciowa powłoki w kierunku obwodowym (por. p. 4.4 w [1]),

$D_{\phi\theta}$ – sztywność zgięciowa powłoki przy skręcaniu (por. p. 4.4 w [1]),

r – promień powłoki walcowej,

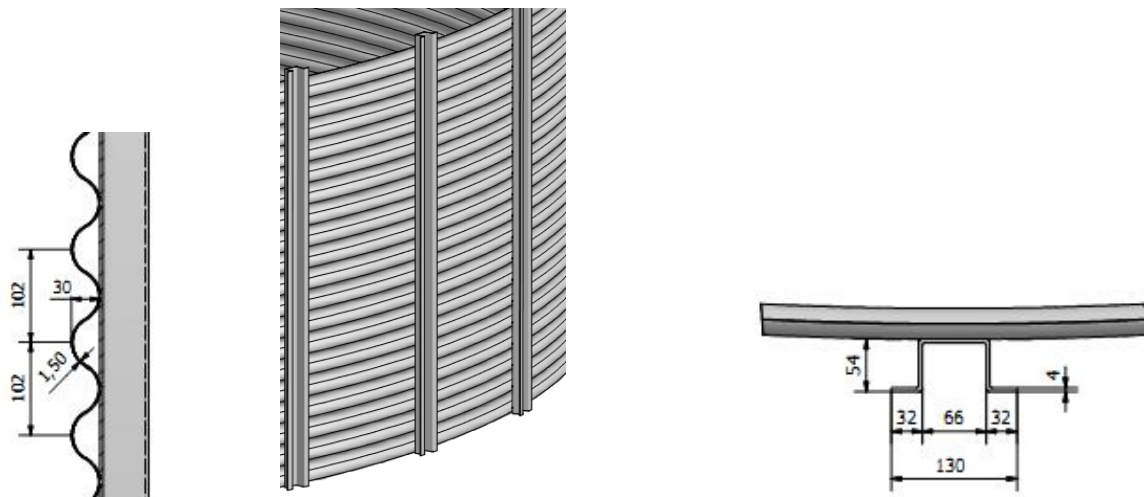
j – liczba pełnych fal na obwodzie; należy ją dobrać tak by (15) było najmniejsze.

Przedmiotem szczegółowych rozważań jest silos o ścianach z blachy profilowanej poziomo wzmocniony żebrami pionowymi (rys. 1b). Silos może być przykryty dachem stożkowym lub sferycznym, przy czym dach nie jest tu przedmiotem rozważań. Do obliczeń nośności płaszcza przyjęto następujące dane: $E=210000 \text{ N/mm}^2$, $\nu=0,3$, $r=4300 \text{ mm}$, wysokość silosu $h=11500 \text{ mm}$, wysokość fali – $d=30 \text{ mm}$, długość fali – $l=102 \text{ mm}$, grubość blachy $t=1,5 \text{ mm}$, $Q=16$ – parametr jakości wytwarzania (założono normalną klasę jakości wytwarzania), $f_y=235 \text{ MPa}$ – granica plastyczności stali.

Ponadto przyjęto żebra podporowe z kształtowników zimnogiętych rozmieszczone co 1500 mm na obwodzie.

Sposób profilowania ściany silosu oraz przekrój żeber usztywniających ścianę pokazano na rys. 2.

Aby określić wartość krytycznej siły południkowej należało znaleźć minimalną wartość $n_{x,Rcr}$ ze względu na długość półfali południkowej l_i i liczbę fal obwodowych j .



Rys. 2. Profil blachy ścian silosu oraz przekrój żeber usztywniających

Przy czym $D_\theta = D_y = 0,13 E t d^2$ zgodnie ze wzorem (4.6) z EN 1993-4-1, oraz $C_\theta = C_y = E t \left(1 + \frac{\pi^2 d^2}{4 l^2} \right)$ zgodnie ze wzorem (4.6) z EN 1993-4-1, gdzie l i d to parametry fali płaszczu.

Wzór (14) przybiera formę

$$d_{smax} = k_{dx} \left(\frac{r^2 D_\theta}{C_\theta} \right)^{0,25} \quad (19)$$

Podstawienie danych prowadzi do wartości $d_{smax} = 1521$ mm, a zatem płaszcz może być potraktowany jako płyta ortotropowa, gdyż jest to wartość większa od przyjętego rozstawu żeber $d_s = 1500$ mm.

W dalszych obliczeniach przyjęto żebra o następujących charakterystykach geometrycznych: $A_s = 917,55$ mm², $e_s = 45$ mm, $I_s = 124 \cdot 10^4$ mm⁴, $I_{ts} = 0$ – pominięto sztywność skrętną żebra.

Płaszcz silosu nie posiada pierścieni poziomych.

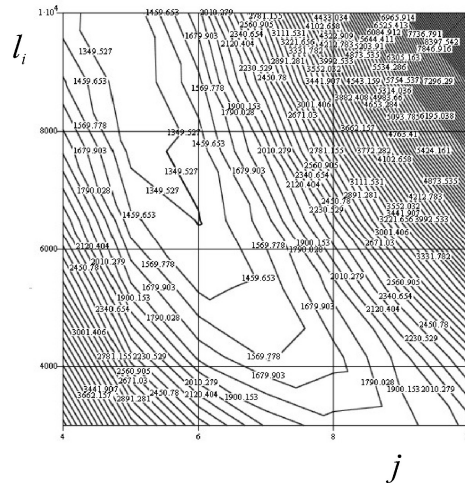
Ze wzorów z p. 4.4 Normy (str. 32 i 33) otrzymujemy kolejno: $C_\phi = 525$ N/mm, $C_\theta = 3,82 \cdot 10^5$ N/mm, $G = 80,77 \cdot 10^3$ N/mm², $C_{\phi\theta} = 99,84 \cdot 10^3$ N/mm, $D_\phi = 53,49 \cdot 10^3$ Nmm, $D_\theta = 36,86 \cdot 10^6$ Nmm, $D_{\phi\theta} = 27,56 \cdot 10^6$ Nmm, oraz kolejne wielkości występujące w tych wzorach: $C_{11} = 1,29 \cdot 10^5$ N/mm, $C_{22} = 3,82 \cdot 10^5$ N/mm, $C_{12} = 4,25 \cdot 10^3$ N/mm, $C_{33} = C_{\phi\theta} = 99,84 \cdot 10^3$ N/mm, $C_{14} = 1,345 \cdot 10^3$ N/mm, $C_{25} = 0$, $C_{44} = 23,463$ N/mm, $C_{55} = 1,993$ N/mm, $C_{45} = 0,023$ N/mm, $C_{66} = 1,491 \cdot 10^{-3}$ N/mm.

Aby znaleźć krytyczną wartość siły południkowej działającej w ortotropowym płaszczu silosu należy znaleźć minimalną wartość siły $n_{x,Rcr}(j, l_i)$ ze względu na dwa parametry: j i l_i .

Najwygodniej to zrobić graficznie sporządzając plan warstwiczny tej funkcji. Wykres funkcji $n_{x,Rcr}(j, l_i)$ pokazano na rys. 3.

Nietrudno dostrzec, że najmniejszą wartość otrzymuje się dla $j = 5$ i $l_i = 9000$ mm:
 $n_{x,Rcr}(j, l_i) = 1,25 \cdot 10^3$ N/mm.

Obliczeniowa siła południkowa nie może przekroczyć tej wartości.



Rys. 3. Plan warstwiczny funkcji $n_{x,Rcr}(j, l_i)$

3.2. Niestateczność wywołana ciśnieniem zewnętrznym, częściowym podciśnieniem lub oddziaływaniem wiatru

Ten przypadek regulują przepisy zawarte w p. 5.3.4.5 Normy [1]. Ciśnienie krytyczne powodujące wyboczenie ortotropowego płaszcza silosu wyraża się wzorem (20), przy czym wyrażenie to należy minimalizować ze względu na j i l_i , gdzie jak poprzednio, l_i oznacza długość półfali południkowej, a j liczbę fal obwodowych.

$$p_{n,Rcr} = \frac{1}{r j^2} \left(A_1 + \frac{A_2}{A_3} \right). \quad (20)$$

Wszystkie wielkości występujące w tym wyrażeniu wyjaśniono powyżej.

Podobnie jak poprzednio, wygodnie jest sporządzić plan warstwiczny tej funkcji by znaleźć jej minimum. Pokazano go na rys. 4 dla zakresu l_i i j ustalonego metoda prób i błędów.

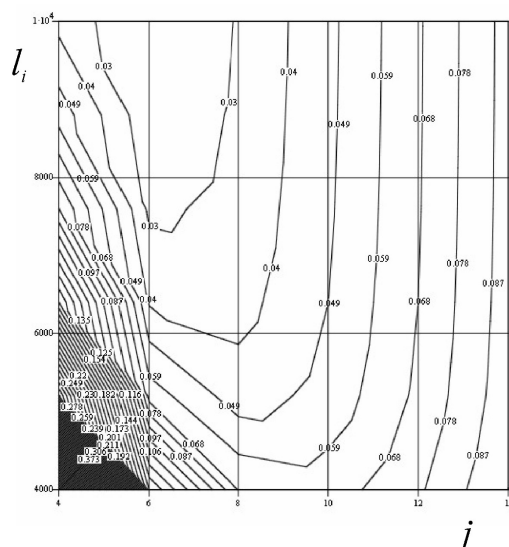
Nietrudno dostrzec, że najmniejszą wartość $p_{n,Rcr}(j, l_i) = 0,021$ N/mm² otrzymuje się dla $j=6$ i $l_i=9000$ mm.

Wartość obliczeniową ciśnienia wywołującego wyboczenie określimy ze wzoru (por. (5.41) z [1]):

$$p_{n,Rd} = \frac{\alpha_n p_{n,Rcr}}{\gamma_{M1}} \quad (21)$$

gdzie: α_n to współczynnik imperfekcji przy wyboczeniu sprężystym; zalecana wartość $\alpha_n = 0,5$, γ_{M1} to współczynnik częściowy do określenia nośności; wartość zalecana w Tabelicy 2.2: normy [1] $\gamma_{M1} = 1,1$.

Po podstawieniu otrzymujemy $p_{n,Rd} = 0,00955$ MPa = 9,55 kPa.



Rys. 4. Plan warstwowy funkcji $p_{n,Rcru}(j, l_i)$

Otrzymana wartość nośności wyboczeniowej musi być większa od obliczeniowej wartości ciśnienia wywołanej działaniem wiatru i częściowego podciśnienia.

4. PODSUMOWANIE

Ważnym etapem projektowania silosów stalowych jest sprawdzenie nośności wyboczeniowej płaszcza na okoliczność ściskania wzdłużnego oraz ciśnienia działającego poprzecznie do powierzchni płaszcza. W pracy rozpatrywano przypadek walcowego płaszcza wykonanego z blach gładkich oraz płaszcza wykonanego z blach profilowanych poziomo i dodatkowo wzmocnionego żebrami pionowymi. Część przepisów normowych dotyczących tych przypadków niestateczności daje się łatwo interpretować i zastosować w praktyce inżynierskiej. Inne są na tyle skomplikowane, że za pomoc w ich interpretacji mogą służyć obliczenia wykonane dla konkretnych danych geometrycznych i materiałowych. Taki charakter mają obliczenia zaprezentowane w pracy i taki cel postawili sobie autorzy referatu.

Warto podkreślić, że przedstawione obliczenia nie wyczerpują wszystkich warunków, jakie należy sprawdzić w przypadku projektowania ścian silosów. Poza globalną formą utraty stateczności całej ściany należy też sprawdzić nośność żeber pionowych, które często są niewrażliwym elementem nośnym płaszcza. W przypadku kształtowników zimnogiętych należy wykorzystać zapisy normy PN-EN 1993-1-3 [2].

Ponieważ bardzo często mechanizmy zniszczenia całego silosu są inicjowane w miejscach połączeń, należy także sprawdzić wszystkie połączenia śrubowe i spawane zgodnie z zapisami normy PN-EN 1993-1-8 [3].

Piśmiennictwo

- [1] PN-EN 1993-4-1:2007, Eurokod 3. Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 4-1: Silosy.
- [2] PN-EN 1993-1-3:2008, Eurokod 3. Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-3: Reguły ogólne. Reguły uzupełniające dla konstrukcji z kształtowników i blach profilowanych na zimno.
- [3] PN-EN 1993-1-8:2006, Eurokod 3. Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-8: Projektowanie węzłów.

BUCKLING RESISTANCE OF A CYLINDRICAL SILO WALL IN THE LIGHT OF PN-EN 1993-4-1 CODE PROVISIONS

Summary

PN-EN 1993-4-1 code [1] contains provisions which enable structural engineers to predict the buckling resistance of a steel, cylindrical silo wall. The rules presented in [1] are quite easy in the case of isotropic walls. Buckling resistance assessment of corrugated walls is more difficult and requires some experience in such calculations. The paper presents practical calculations which were performed during designing of actual grain storage silos. The roofs were excluded from the study and all attention was focused on buckling resistance of the silo wall. Two different cases were analysed: a cylindrical isotropic wall and a wall made of horizontally corrugated steel sheets and stiffened by vertical columns made of thin walled, cold-formed structural members. Buckling resistance was determined for meridional compressive stresses and for external pressure acting laterally to the wall surface. In the case of corrugated wall the procedure requires finding the smallest value of buckling resistance as a function of buckling wave number j in horizontal direction and the buckling length in vertical direction l_i . The presented calculations can be treated as a kind of a template for designers of steel silos.

Marian GIŻEJOWSKI¹
Bashir SALEH
Politechnika Warszawska
Aleksander KOZŁOWSKI²
Zdzisław PISAREK
Lucjan ŚLĘCZKA
Politechnika Rzeszowska

BADANIA DOŚWIADCZALNE RAM PODDANYCH ODDZIAŁYWANIOM WYJĄTKOWYM

STRESZCZENIE

W pracy przedstawiono opis elementów próbnych, metodykę oraz wybrane rezultaty badania ram stalowych poddanych utracie słupa wewnętrznego. Badaniom poddano cztery elementy wykonane w skali naturalnej, z czego dwa były stalowe, dwa kolejne zaś posiadały rygiel stalowy zespolony z płytą żelbetową wylewaną na blasze fałdowej. Głównym celem przeprowadzonych badań była obserwacja zachowania doczołowych połączeń śrubowych rygla ze słupem.

SŁOWA KLUCZOWE: badania doświadczalne, węzły ram, oddziaływania wyjątkowe, utrata słupa

1. WPROWADZENIE

Budynki szkieletowe o konstrukcji stalowej projektowane są tak, aby w sytuacji obliczeniowej trwałej, pod wpływem oddziaływań stałych, użytkowych i środowiskowych spełnione były obliczeniowe warunki nośności, użyteczności i trwałości.

Przy projektowaniu rozpatrywać należy również sytuacje wyjątkowe, odnoszące się do rzadkich warunków pracy konstrukcji, takich jak pożar, wybuch, uderzenie lub konsekwencje lokalnego zniszczenia fragmentu budynku [1]. O ile zasady projektowania i wymiarowania szkieletów stalowych i zespolonych w sytuacji obliczeniowej trwałej są szczegółowo wyszczególnione i opisane przez pakiet konstrukcyjnych norm europejskich (tzw. Eurokody [2], [3]) o tyle zasady odnoszące się do projektowania budynków w sytuacji wyjątkowej są ciągle jeszcze przedmiotem prac naukowych i badawczych [4]–[7].

Celem podjętych badań było prześledzenie mechanizmu zachowania się szkieletowego układu ramowego w warunkach oddziaływań wyjątkowych, polegających na zmianie schematu statycznego ustroju w wyniku utraty nośności jednego wewnętrznego słupa w wielonawowej ramie kilkukondygnacyjnej.

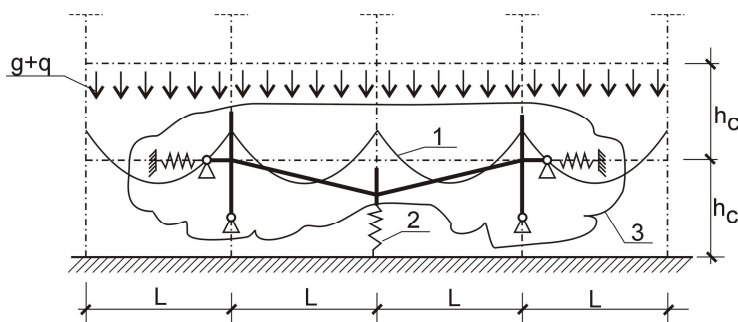
¹ m.gizejowski@il.pw.edu.pl

² kozlowsk@prz.edu.pl

2. IDEA STANOWISKA DO BADAŃ

Eliminacja z ustroju nośnego jednego słupa w ramie stalowej lub żelbetowej na wskutek wybuchu, uderzenia czy zlokalizowanego pożaru nie oznacza wcale natychmiastowego zniszczenia całej konstrukcji. W przypadku zniszczenia słupa wewnętrznego, w ustroju ramowym z dwu sąsiadujących naw tworzy się wówczas jedna nawa o podwójnej rozpiętości posiadająca pewną zdolność do przeciwstawienia się postępującemu zniszczeniu całego układu. Oprócz powstałego w ten sposób podukładu ramowego, ważną rolę odgrywa sztywność postaciowa pozostałej części konstrukcji, ograniczająca poziome przemieszczenie sąsiadujących słupów, w stronę słupa eliminowanego z konstrukcji.

Nośność układu o zmienionym w wyniku utraty słupa schemacie statycznym może być nadal utrzymana dzięki powstaniu znacznego ugięcia rygla ramy i ujawnieniu się w nim siły podłużnej o znacznej wartości. Istotną rolę w takim mechanizmie pracy konstrukcji odgrywają połączenia rygla ze słupem, w których pojawia się złożony układ obciążeń będący interakcją siły podłużnej i momentu zginającego o dodatnim znaku (rozciąganie w włóknach dolnych węzła), (rys. 1). W sytuacji projektowej trwałej w węźle działa moment zginający ujemny (rozciąganie w włóknach górnych), siła podłużna jest zaś znikoma, a więc w sytuacji utraty nośności słupa i zmiany schematu statycznego ustroju następuje w takim węźle znacząca zmiana charakteru wyężenia. Zdolność do uplastycznienia i ciągliwość są bardzo istotnymi parametrami charakterystyki węzła wpływającymi na zachowanie nośności ramy w warunkach oddziaływań wyjątkowych.



Rys. 1. Idea stanowiska do badań; 1- rozkład momentów zginających w ryglach ramy w sytuacji trwałej, 2- utrata nośności słupa, 3- podukład ramowy

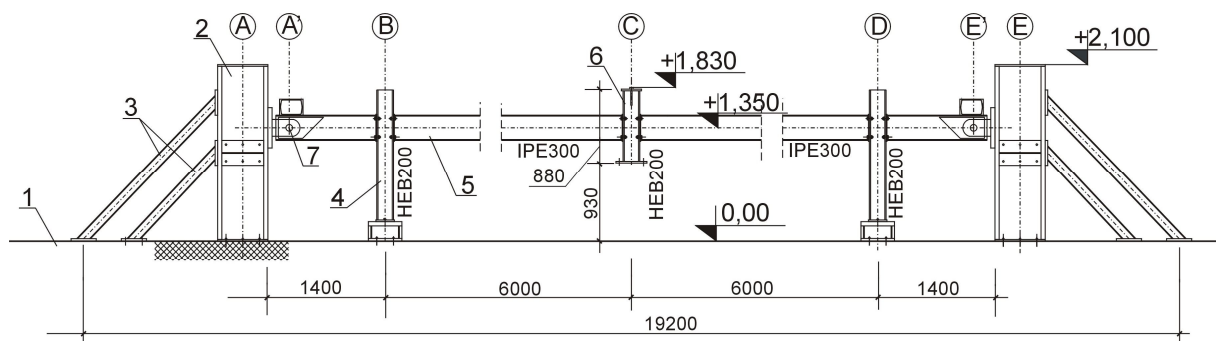
3. BUDOWA STANOWISKA BADAWCZEGO

W celu prześledzenia zachowania układu ramowego podlegającego usunięciu słupa środkowego, zaprojektowano i wykonano cztery elementy próbne, będące fragmentami (wycinkami) ram, w skali naturalnej. Wszystkie elementy próbne były dwunawowe, o rozpiętości pojedynczego przęsła $L=6,0$ m, z dodatkowymi fragmentami rygli bocznych (rys. 2 i 3). Rygiel ramy stanowił kształtownik IPE300, słupy zaś wykonane zostały z kształtownika HEB200.

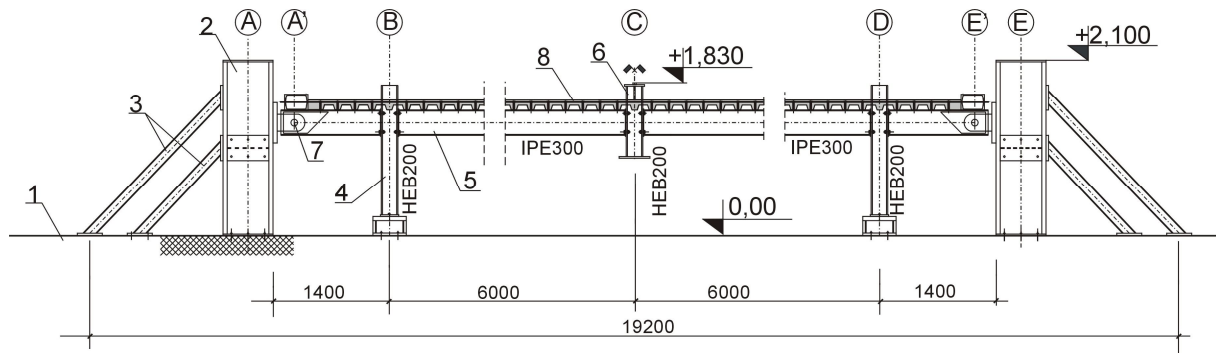
Słup, którego usunięcie powoduje zmianę schematu statycznego jest umieszczony w osi „C” (rys. 2 i 3). Wykonany jest z krótkiego odcinka kształtownika, który w fazie montażu jest sztywno podparty w kierunku pionowym, natomiast w fazie badania podpora ulega wymuszonemu przemieszczeniu w dół. Rygle ramy rozpięte są pomiędzy osiami „B”–„C” i „C”–„D”. W osiach „B” i „D” umieszczone są słupy ramy, które nie ulegają eliminacji.

W osiach „A” i „E” znajdują się sztywne elementy oporowe. Każdy z nich jest stężony bocznie za pomocą dwu zastrzałów. Zadaniem tych elementów oporowych jest stworzenie odpowiednio dużej sztywności postaciowej odpowiadającej boczemu podparciu

wywieranemu przez tę część ramy, która nie podlega zniszczeniu w sytuacji wyjątkowej. Badane elementy połączone są z elementami oporowymi za pomocą krótkich odcinków rygli (ok. 1,20 m), które łączone są z elementami oporowymi w sposób przegubowy, za pomocą sworzni o średnicy $\phi 80$. Połączenie sworzniowe ma wymuszać powstanie miejsca zerowania się momentów zginających w tych punktach ramy, zgodnie z (rys. 1).



Rys. 2. Element badawczy nr 1 i 3 (rama stalowa); 1- podłoga siłowa, 2- pionowy element oporowy, 3- zastrzały, 4- słup zewnętrzny ramy, 5- rygiel ramy, 6- słup wewnętrzny, 7- połączenie sworzniowe



Rys. 3. Element badawczy nr 2 i 4 (rama z ryglem zespolonym); 1÷7 – jak na rys. 2, 8- płyta żelbetowa

Całkowita długość badanych elementów próbnych wynosi 14,8 m, zaś z elementami oporowymi stendu długość wynosi 19,2 m. Wysokość elementów próbnych (długość słupów) dostosowana jest do możliwości badawczych laboratorium i wynosi 1,83 m.

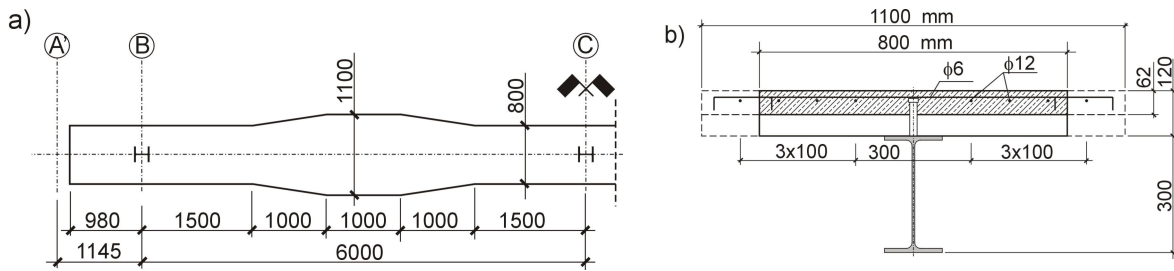
Elementy próbne nr 1 i 3 są ramami stalowymi, zaś elementy próbne nr 2 i 4 są takimi samymi ramami, jak elementy stalowe (nr 1 i 3), lecz z płytą żelbetową zespoloną z ryglem stalowym, (tabl. 1). Węzły tych ram były identyczne z tymi, które rozpatrywano w [8].

Tablica 1. Elementy próbne

Element próbny	Rygiel	Słup	Połączenie rygla ze słupem
Rama 1	IPE300	HEB200	Doczołowe z blachą zlicowaną, rys. 5a
Rama 2	IPE300 + płyta zespolona	HEB200	Doczołowe z blachą zlicowaną, rys. 5a
Rama 3	IPE300	HEB200	Doczołowe z blachą wystającą, rys. 5b
Rama 4	IPE300 + płyta zespolona	HEB200	Doczołowe z blachą wystającą, rys. 5b

W elementach z ryglem zespolonym płyta żelbetowa, wylewana na mokro na blasze fałdowej Cofraplus 60, połączona jest z ryglem stalowym za pomocą sworzni główkowych $\phi 19$, w rozstawie, co 207 mm. Wykonana jest w taki sposób, że żebra płyty ustawione są prostopadle do rygla ramy. Szerokość płyty jest zmienna na długości rygla. W przęśle rygla

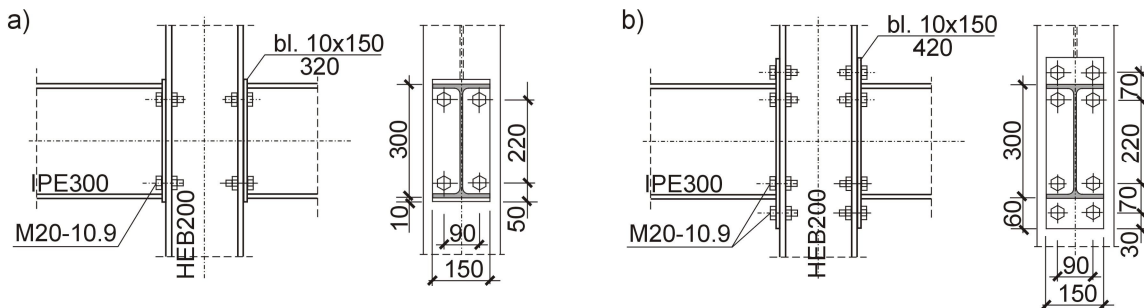
szerokość jest równa 1,1 m, zaś nad podporą (w strefie przysłupowej) zastosowana jest szerokość 0,8 m (rys. 4). Całkowita grubość płyty żelbetowej wynosi $h=120\text{ mm}$, zaś grubość żelbetowej warstwy ponad wierzchem blachy profilowanej wynosi $h_c=62\text{ mm}$.



Rys. 4. Płyta żelbetowa; a) wymiary geometryczne w rzucie, b) w przekroju poprzecznym

Kluczową częścią elementów próbnych są węzły pomiędzy ryglami a słupami, stanowiące główny przedmiot badania. Jako połączenie rygli ze słupem zastosowano w ramie 1 i 2 połączenia śrubowe doczołowe z blachą zlicowaną, z czterema śrubami M20 kl.10.9, w ramie 3 i 4 zaś połączenia z blachą wystającą, z ośmioma śrubami M20 kl.10.9, (rys. 5). We wszystkich przypadkach grubość blachy czołowej wynosi $t_p=10\text{ mm}$. Panel środkowy słupa jest nieusztyniony. Połączenia takie występują przy łączeniu rygli do słupów w osi „B” i „D” oraz przy łączeniu rygli do krótkiego fragmentu słupa w osi „C”.

Pozostałe połączenia w elementach próbnych mają za zadanie stworzyć warunki podparcia symulujące zachowanie się całej konstrukcji – połączenia dodatkowych fragmentów rygli w osiach „A” i „E” są sworzniowe, zaś podparcie słupów w fundamencie jest nominalnie przegubowe, (rys. 2 i 3).



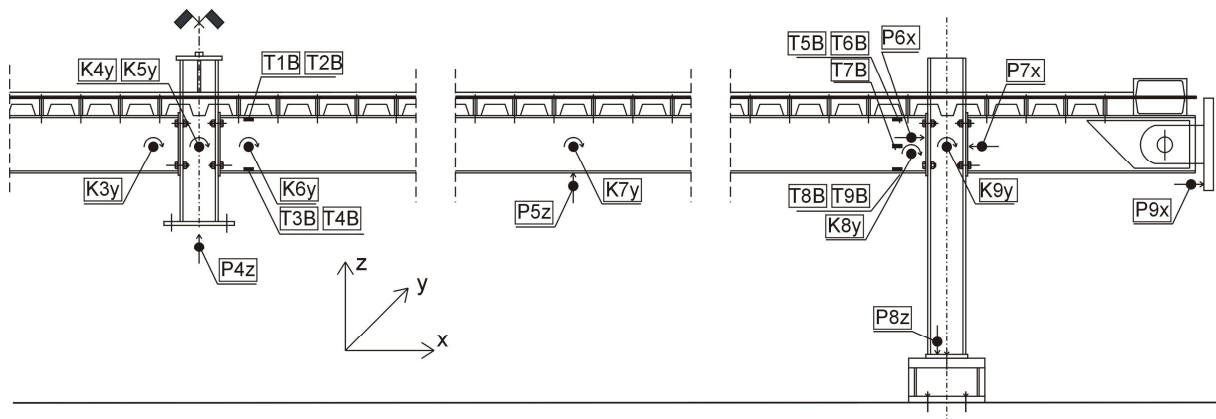
Rys. 5. Połączenie słupa z rygłem; a) z blachą zlicowaną (rama 1 i 2), b) z blachą wystającą (rama 3 i 4)

Elementy stalowe wykonano ze stali gatunku S235JR, zaś płytę żelbetową z betonu klasy C25/30. Zbrojenie płyty żelbetowej składa się z prętów podłużnych o średnicy $\phi 12$ wykonanych ze stali BSt500S w odstępach co 100 mm oraz z prętów poprzecznych, (strzemion) $\phi 6$ w rozstawie co 103 mm.

4. PROCEDURA BADAWCZA I SPOSÓB REALIZACJI POMIARÓW

Podczas badań dokonywano następujących pomiarów:

- przemieszczenia wybranych punktów ramy i połączeń, za pomocą czujników przemieszczeń,
- kąty obrotu węzłów za pomocą inklinometrów,
- odkształcenia w wybranych fragmentach konstrukcji i węzłów za pomocą tensometrów elektrooporowych (rys. 6).



Rys. 6. Położenie punktów pomiarowych na ryglu i słupach ramy (P1-P9 – czujniki przemieszczeń, K1-K9 – czujniki obrotu, T1-T9 – tensometry elektrooporowe)

Badanie elementów próbnych nr 1 i 3 (ram stalowych) polegało na stopniowym obciążaniu ustroju siłą pionową, przyłożoną w osi słupa środkowego (w osi C), wywieraną siłownikiem hydraulicznym, przy kontroli przemieszczenia. Obciążenie miało charakter statyczny i nie uwzględniano w badaniach możliwych efektów dynamicznych związanych z sytuacją rzeczywistą, gdy następuje nagła eliminacja słupa ramowego ustroju nośnego. Podczas badania rygle ramy zostały bocznie podparte, w sposób uniemożliwiający zwichrzenie.

Podczas badania słup środkowy (w osi „C” jak na rys. 2 i 3) został podwieszony do siłownika hydraulicznego i wówczas tymczasowa podpora spod słupa została usunięta. W ten sposób siłownik stał się podporą słupa i zmiana wysuwu tłoka w siłowniku umożliwiła doświadczalną symulację stopniowego usunięcia słupa z konstrukcji. Odbywało się to za pomocą niewielkich przyrostów przemieszczenia. Zastosowano procedurę badawczą, którą scharakteryzowano jak następuje:

- Pomiar siły odbywał się za pomocą siłomierza umieszczonego w głowicy siłownika. Wszystkie odczyty odbywały się po stabilizacji wartości siły.
- W początkowym etapie zastosowano przyrost przemieszczenia wynoszący 1 mm, następnie wartość tę zwiększono do 4 mm. W późniejszym etapie obciążenie realizowano za pomocą przyrostów wynoszących 8 lub 10 mm.
- Badania prowadzono zwiększając przyrost przemieszczenia aż do całkowitego zniszczenia elementu badawczego. Podczas badania, z uwagi na ograniczony zakres wysuwu tłoka siłownika, zastosowano kilka pętli odciążenia i ponownego obciążenia, umożliwiających zainstalowanie elementów zwiększających wysięg tłoka.
- Badania odbywały się bez symulacji stałego składnika oddziaływań grawitacyjnych rygli ramy (jedynym obciążeniem było wymuszone przemieszczenie siłownika w osi „C” jak na rys. 2 i 3 – z ang. *push down test*). Celem badania było określenie zdolności węzła stalowego do obrotu w warunkach uplastycznienia blachy czołowej wpływu zmiany cech mechanicznych materiału w strefach wpływu ciepła podczas spawania blachy czołowej do czoła rygla.

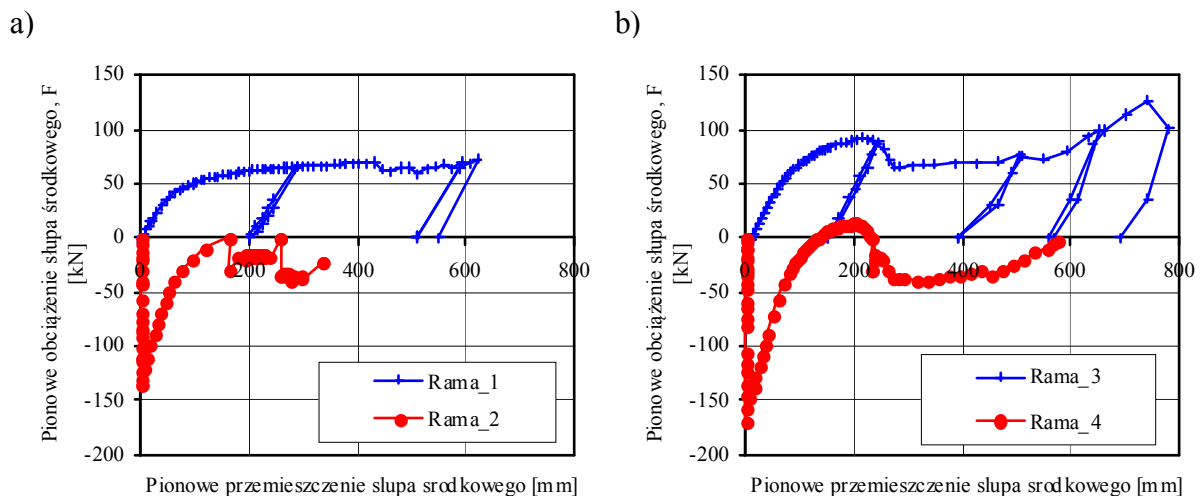
Badanie elementów próbnych nr 2 i 4 (ram zespolonych) podzielone było na dwa etapy:

- W etapie pierwszym słup środkowy był dodatkowo podparty i pełnił rolę niezniszczonej podpory, obciążeniem zaś były bloki betonowe o wymiarach 1,2x1,0x0,5 m układane w obu przęsłach ramy („B”–„C” oraz „C”–„D”), generujące obciążenie 30 kN/m na długości rygla. To równomiernie rozłożone na długości rygla obciążenie imitowało obciążenie grawitacyjne, jak dla przypadku kombinacji wyjątkowej w typowym budynku biurowym, w którym rozstaw rygli wynosi około 6,0 m. Obciążenie to symulowało zachowanie się konstrukcji w sytuacji trwałej. W tym etapie wszystkie połączenia belek ze słupami poddane były działaniu momentu ujemnemu (rozciąganie włókien górnych).

- W etapie drugim symulowano utratę nośności środkowego słupa konstrukcji. Obciążenie w postaci bloków betonowych ułożonych w przęsłach rygli nadal pozostawało, podczas gdy słup środkowy został przymocowany do siłownika hydraulicznego i tymczasowa podpora spod słupa środkowego została usunięta. Siłownik hydrauliczny przejął wówczas całkowicie reakcję podporową. Podobnie, jak w przypadku elementów próbnych stalowych (nr 1 i 3), siłownik hydrauliczny, do którego słup był podpięty, sterował jego pionowym przemieszczeniem, przy pomiarze reakcji podporowej i kontroli przemieszczenia pionowego.

5. WYBRANE WYNIKI

Na rys. 7 przedstawiono charakterystyki siła-przemieszczenie uzyskane w 4 badaniach ram próbnych. Siła dodatnia odpowiada sytuacji „push down test” stalowych ram próbnych 1 i 3. Węzły ramy stalowej nr 1 charakteryzowały się znaczną odkształcalnością bez zauważalnych oznak pęknięcia blachy czołowej w strefach wpływu ciepła przy spoinach rozciąganego fragmentu węzła, aż do momentu pierwszego odciążenia. Plastyczne płynięcie nastąpiło na poziomie ok. 70 kN, przy czym przy wzroście przemieszczenia pionowego węzła słupa środkowego następowało stopniowe pęknięcie blachy czołowej, najpierw wzdłuż spoin poziomych pasa rozciąganego dwuteowego rygla, a następnie przy spoinach pionowych łączących środek rygla, począwszy od miejsca połączenia z pasem rozciągany. Stopniowemu pękaniu blachy czołowej towarzyszył spadek siły w siłowniku i redystrybucja sił przekrojowych w lokalnie zdegradowanym schemacie statycznym ramy próbnej. Węzły słupów skrajnych ulegały znacznie mniejszym deformacjom i nie wykazywały zniszczenia.

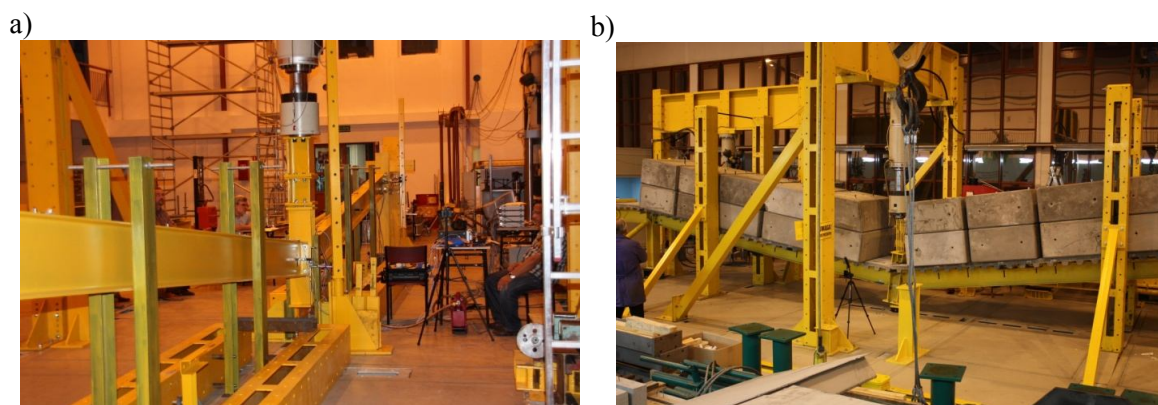


Rys. 7. Zależność pomiędzy pionowym przemieszczeniem słupa środkowego, a siłą obciążającą; a) ramy o węzłach z blachami czołowymi zlicowanymi, b) ramy o węzłach z blachami czołowymi wystającymi

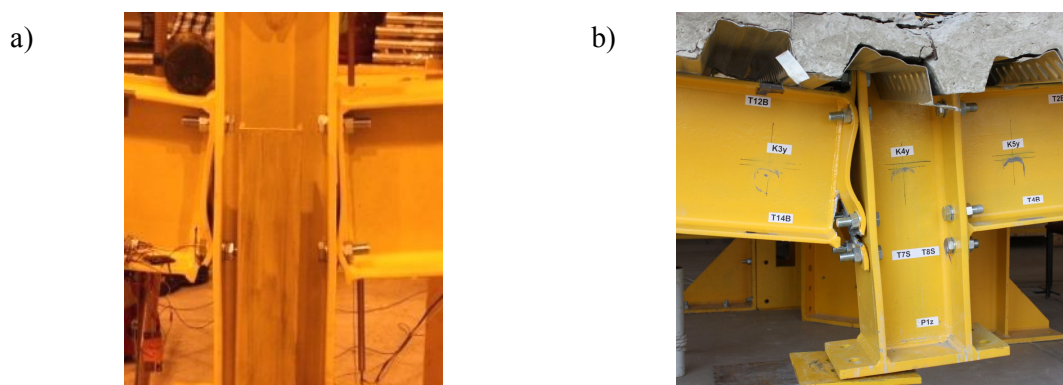
Węzły ramy nr 3 charakteryzowały się większą nośnością niż ramy nr 1 i odmiennym mechanizmem zniszczenia. Uplastycznienie blachy czołowej węzła słupa środkowego i jej pęknięcie następowało przy sile ok. 90 kN i mniejszych wartościach przemieszczeń niż w przypadku ramy nr 1, a towarzyszący temu spadek siły powodował znaczną redystrybucję sił przekrojowych i uplastycznienie blach czołowych węzłów słupów skrajnych. Sytuacja ta, dzięki większej sztywności węzłów z blachami wystającymi, wymusiła bardziej równomierny rozkład momentów w węzłach i możliwość osiągnięcia dużych odkształceń konstrukcji przy wzroście siły ponad wartość sygnalizującą pęknięcie blachy czołowej węzła słupa środkowego (do ok. 130 kN).

Zachowanie się węzłów zespolonych ram próbnych nr 2 i 4 badano w fazie eksploatacyjnej i w fazie usunięcia słupa środkowego. Ujemna wartość siły towarzysząca zerowej wartości przemieszczenia słupa środkowego jest reakcją podpory od pełnego obciążenia przęseł ram blokami betonowymi. Z chwilą rozpoczęcia procesu symulacji usunięcia słupa i realizacji stopniowego przyrostu pionowego przemieszczenia słupa środkowego, reakcja podpory ulegała redukcji. W przypadku węzłów z blachami czołowymi zlicowanymi nie było możliwości uzyskania stanu trwałej równowagi charakteryzującej się zerową wartością siły przy zwolnieniu podwieszenia słupa do siłownika. Przy każdorazowym dochodzeniu do zerowej wartości siły następowało gwałtowne pęknięcie blachy czołowej, redystrybucja sił przekrojowych i pojawienie się nowego stanu równowagi chwiejnej przy pewnej wartości siły ujemnej. Sytuacja ta sygnalizuje brak wystarczającej odporności węzłów do uzyskania wymaganej nośności konstrukcji ze względu na postępującą katastrofę. Rama nr 4 ma zupełnie odmienną charakterystykę, co pozwala na stwierdzenie, że węzły z blachami wystającymi pozwalają na zapewnienie konstrukcji wystarczającej odporności w sytuacjach oddziaływań wyjątkowych.

Na (rys. 8) pokazano deformacje rygli ram po zakończeniu badań, zaś na (rys. 9) charakter zniszczenia połączeń rygla ze słupem.



Rys. 8. Deformacja rygli ram próbnych po zakończeniu badań; a) rama stalowa nr 1, b) rama zespolona nr 4



Rys. 9. Charakter zniszczenia węzła słupa środkowego; a) rama stalowa nr 1, b) rama zespolona nr 4

6. UWAGI KOŃCOWE

Przedstawiono badania doświadczalne zachowania się węzłów stalowych i zespolonych w ramach poddanych oddziaływaniom wyjątkowym. Głównym przedmiotem obserwacji było śledzenie wpływu odkształcalności i nośności węzłów na globalne zachowanie się konstrukcji i powstający mechanizm jej zniszczenia.

Podziękowania

Badania wykonano w ramach projektu międzynarodowego niewspółfinansowanego 457/N-COST/2009/0 kierowanego przez Politechnikę Warszawską. Koszt elementów próbnych został pokryty przez Ambasadę Libijską (instytucję sponsorującą studia doktoranckie drugiego ze współautorów referatu). Badania przeprowadzono w Wydziałowym Laboratorium Badania Konstrukcji Politechniki Rzeszowskiej. Do badań wykorzystano aparaturę zakupioną w projekcie nr POPW.01.03.00-18-012/09 z Funduszy Strukturalnych w ramach Programu Operacyjnego Rozwój Polski Wschodniej współfinansowanego przez Unię Europejską ze środków Europejskiego Funduszu Rozwoju Regionalnego.

Piśmiennictwo

- [1] PN-EN 1990 Eurokod. Podstawy projektowania konstrukcji. PKN, Warszawa 2004.
- [2] PN-EN 1993-1-1 Eurokod 3 - Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków. PKN, Warszawa, 2006.
- [3] PN-EN 1994-1-1 Eurokod 4 - Projektowanie zespolonych konstrukcji stalowo-betonowych. Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków. PKN, Warszawa, 2008.
- [4] Starosstek U., Wolff M.: Progressive Collapse: Design Strategies. Proceedings of the IABSE Symposium 2005, Lisbon.
- [5] Rölle L., Kuhlmann U.: Partial-strength and highly ductile steel and composite joints as robustness measure. Proceedings of the Nordic Steel Conference, 2009.
- [6] Kuhlmann U., Rölle L., Jaspert J-P., Démonceau J-F.: Robustness – Robust structures by joint ductility. Proceedings of the COST C-26 Workshop, Prague, 2007.
- [7] Démonceau J-F., Jaspert J-P.: Experimental test simulating a column loss in composite frame. Advanced Steel Construction: An International Journal, Vol. 6, No.3, pp.891-913, 2010.
- [8] Barcewicz W.: Sztywność, nośność i zdolność do obrotu pewnej klasy węzłów w konstrukcjach stalowych ze stropami zespolonymi. Rozprawa doktorska, Wydział Inżynierii Lądowej, Politechnika Warszawska 2010.

EXPERIMENTAL INVESTIGATIONS OF THE FRAME BEHAVIOUR SUBJECTED TO EXCEPTIONAL ACTIONS

Summary

The paper describes subframe specimens, test procedures and some results of experimental investigations of the behaviour of multi-bay and multi-storey frames subjected to a static removal scenario of their internal column. Four subframe specimens in technical scale were tested. Two were steel specimens, one with flush end plate joints and the other – with extended end plate joints. Two were composite specimens created by a steel-concrete composite beam of a reinforced slab cast on deep profiled sheeting. The main objective of the study was to experimentally observe the behaviour of joints in terms of their ductility and failure mechanisms that may affect the robustness of skeleton buildings.

Piotr IWICKI¹
Marcin KRAJEWSKI²
Politechnika Gdańska

ANALIZA STATECZNOŚCI I NOŚNOŚCI GRANICZNEJ KRATOWNICY ZE STĘŻENIAMI

STRESZCZENIE

W niniejszej pracy przedstawione są wyniki badań eksperymentalnych i analiz numerycznych modelu typowej kratownicy w skali 1/4. Przeprowadzono analizę stateczności i nieliniową analizę statyczną dla modelu powłokowego konstrukcji. Analiza stateczności została również przeprowadzona dla modelu prętowego. W analizie nieliniowej uwzględniono nieliniowość geometryczną i materiałową. Przedstawione zostały zależności między sztywnością stężeń, a obciążeniem kratownicy. Wyznaczone zostały również współczynniki długości wyboczeniowych pasa ściskanego w przypadku zastosowania sztywnych stężeń.

SŁOWA KLUCZOWE: kratownica, sztywność stężenia, obciążenie graniczne, obciążenie krytyczne

1. WSTĘP

Kratownice dachowe mają znaczną sztywność w swojej płaszczyźnie natomiast są wrażliwe na wyboczenie ze swojej płaszczyzny. Nośność i stateczność kratownic spada na skutek występowania różnych imperfekcji obciążeniowych lub geometrycznych takich jak wygięcie lub skręcenie globalne kratownicy lub też imperfekcji lokalnych jak na przykład wygięcia jednego z prętów. Nośność wyboczeniową kratownic zwiększają stężenia. Badania kratownic ze stężeniami sztywnymi były przedmiotem prac [1], [2]. Problem wyznaczania minimalnej sztywności stężeń zapewniającej uzyskanie maksymalnej nośności wyboczeniowej kratownic był przedmiotem badań [3], [4]. W badaniach tych wykazano, że przy zwiększaniu sztywności podpory sprężystej wzrasta obciążenie wyboczeniowe, ale tylko do momentu, gdy kratownica wybacza się między stężeniami lub następuje wyboczenie krzyżulców ściskanych. Badania doświadczalne kratownic dachowych ze stężeniami sprężystymi były przedmiotem prac [5], [6]. Wzory dotyczące wymagań projektowych dla stężeń konstrukcji można znaleźć w normach [7], [8].

Niniejsza praca stanowi kontynuację pracy [6], w której przeprowadzone zostały badania doświadczalne kratownicy z jednym stężeniem. Zbadany został zmodyfikowany model kratownicy, w którym zmieniono sposób konstruowania podpór oraz sposób przykładania obciążenia, a także liczbę stężeń. Przedstawiono również wyniki badań

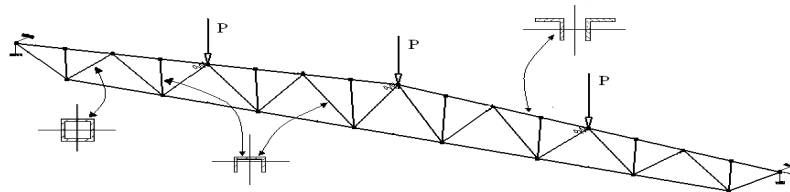
¹ piwicki@pg.gda.pl

² markraje@pg.gda.pl

numerycznych kratownicy modelowanej za pomocą elementów powłokowych ze stężeniami sprężystymi. Dla różnej sztywności i liczby stężeń badano obciążenia wybocheniowe oraz nieliniowe ścieżki równowagi w postaci zależności między obciążeniem przyłożonym w węzłach pasa górnego, a przemieszczeniem pionowym kratownicy. Uwzględniono nieliniowość geometryczną i materiałową. Wyniki analiz numerycznych porównano z wynikami badań doświadczalnych.

2. OPIS MODELU KRATOWNICY

Badania numeryczne i modelowe dotyczyły kratownicy przedstawionej w pracy [6]. Analizowana kratownica ma rozpiętość $L = 6,0$ m i wysokość $h = 0,44$ m, rozstaw między stężeniami wynosi 1,5 m (rys. 1). Obciążenie przykładane jest w postaci sił skupionych w węzłach pasa górnego. Pas górny i dolny zbudowany jest z dwóch kątowników $L20 \times 3$. Są to kształtowniki walcowane na gorąco. Wszystkie słupki i krzyżulce powstały z kształtowników zimnogiętych. Dwa skrajne krzyżulce są wykonane z rury kwadratowej o boku 15 mm i grubości ścianki 1,5 mm. Pozostałe elementy wykonano z ceownika o wysokości 15 mm, szerokości 10 mm i grubości ścianki 1,5 mm. Przekrój ten powstał z rury kwadratowej, opisanej wyżej, poprzez odcięcie jednego z boków i części ścianek przyległych do tego boku. Profile pasa górnego połączono przewiązkami o przekroju ceowym opisanym jak wyżej. Model kratownicy badany doświadczalnie przedstawiono na (rys. 2a). W badaniach stężono kratownicę jednym oraz trzema podporami sprężystymi. W analizach numerycznych obciążenie przykładano na konstrukcję w miejscach zamontowania stężeń. Badania doświadczalne przeprowadzono dla kratownicy obciążonej w środku rozpiętości konstrukcji (rys. 2d). W analizie numerycznej i badaniach doświadczalnych przyjęto model kratownicy swobodnie podpartej. Modyfikacja modelu z pracy [6] polegała na wprowadzeniu podpór przegubowych i przegubowo przesuwnych (rys. 2b,c) oraz modyfikacji sposobu obciążenia kratownicy w taki sposób aby zapewnić możliwość wybochenia z płaszczyzny (rys. 2d).



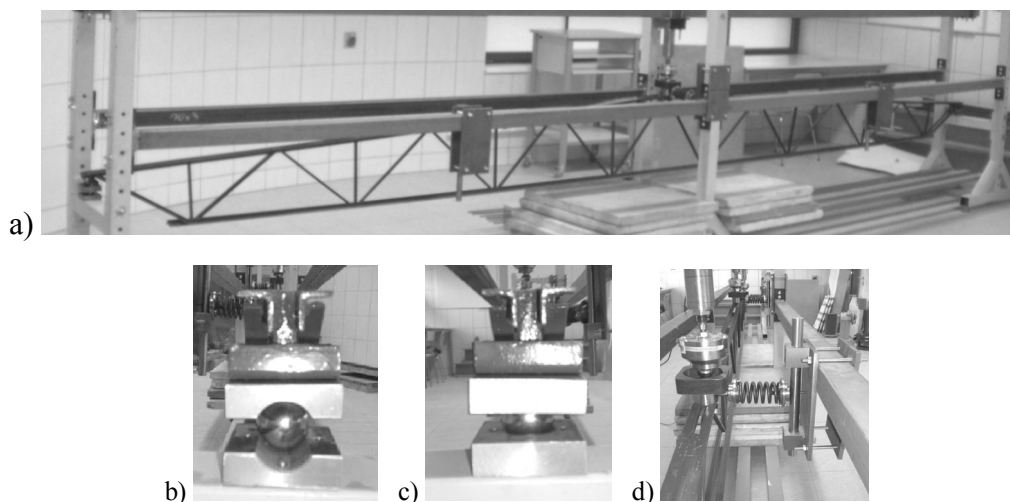
Rys. 1. Kratownica z sprężystymi podporami bocznymi

Model numeryczny kratownicy przedstawiono na (rys. 3). W modelu zastosowano 4-węzłowe elementy powłokowe QUAD4 (z 6 stopniami swobody w węzle). W modelu zastosowano około 58000 elementów. W pasach kratownicy przyjęto 4 elementy przy modelowaniu ramion kątowników. Środniczki ceowników wymodelowano z 3 elementów, a pozostałe ścianki tego przekroju, z 2 elementów. Stosowano elementy o wymiarach $5 \times 5 \text{ mm}^2$. Połączenia pomiędzy prętami a pasami kratownicy modelowano elementami typu RIGID. Przyjęta w obliczeniach, granica plastyczności stali, wyznaczona doświadczalnie, wynosiła 350 MPa, natomiast moduł sprężystości 205 GPa. Obliczenia wykonano za pomocą programu Femap [10].

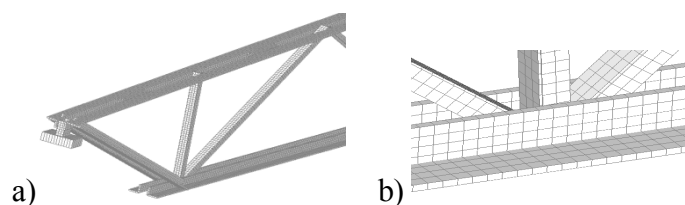
Dla konstrukcji podpartej jednym oraz trzema stężeniami bocznymi przeprowadzono liniowe analizy stateczności, których rezultaty pokazane są na (rys. 4). W przypadku analiz fizycznie i geometrycznie nieliniowych dla kratownicy z trzema stężeniami zadano imperfekcje pokazane na (rys. 5a i 5d) natomiast dla kratownicy z jednym stężeniem wprowadzone imperfekcje przedstawione są na (rys. 5c i 5d). Przyjęte imperfekcje globalne (rys. 5a i 5c) miały kształt postaci wybochenia dla sztywności podpór sprężystych

$k = 10$ kN/m w przypadku trzech stężeń i $k = 40$ kN/m w przypadku jednego stężenia, odpowiadający najmniejszym obciążeniom wyboczeniowym.

Maksymalne wartości imperfekcji wyznaczono dla $L/500 = 12,0$ mm wg normy [8]. W przypadku badań kratownicy z imperfekcją lokalną (rys. 5d) przyjęto maksymalną wartość wygięcia krzyżulca w płaszczyźnie kratownicy równą 6,0 mm, na podstawie normy [9].



Rys. 2. Model kratownicy badany eksperymentalnie: a) widok konstrukcji – ciężar własny 0,54 kN, b) szczegół podparcia – podpora przegubowo-przesuwna, c) szczegół podparcia – podpora przegubowa, d) sposób przykładania obciążenia



Rys. 3. Model powłokowy kratownicy: a) widok fragmentu konstrukcji, b) szczegół połączenia słupka i krzyżulców z pasem dolnym kratownicy

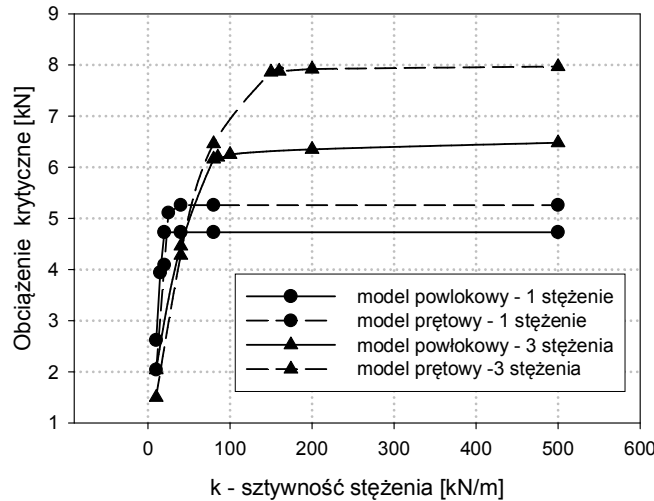
3. ANALIZA WYNIKÓW

Wyznaczono siły krytyczne oraz odpowiadające im postacie wyboczenia dla różnej liczby i różnych sztywności stężeń dla modelu 1D i 3D (rys. 4). Siły krytyczne dla modelu prętowego są o około 10-20% większe niż dla modelu powłokowego kratownicy, w przypadku zastosowania stężeń o sztywności rzędu 10^3 kN/m. Z przeprowadzonej analizy wynika, że wraz ze zwiększaniem sztywności i liczby podpór bocznych zwiększa się siła krytyczna. Przyczyną różnic pomiędzy modelem 1D i 3D może być wpływ deformacji poszczególnych gałęzi pasa, uwzględniany w modelu powłokowym i pomijany w modelu prętowym. W tym kontekście istotne znaczenie pełnią przewiązki łączące gałęzie pasa ściskanego kratownicy.

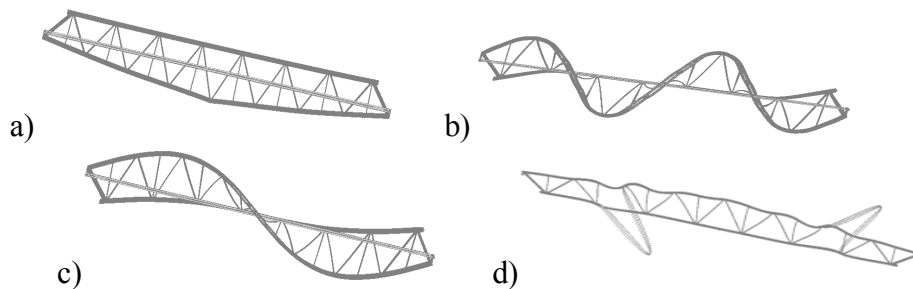
W przypadku kratownicy z 3 stężeniami o dużej sztywności (rzędu 10^3 kN/m) postać wyboczenia ma formę 4 półfal (rys. 5b) natomiast dla kratownicy z jednym stężeniem występują 2 półfale wyboczenia (rys. 5c).

Sztywność stężeń, dla których występuje maksymalna wartość siły krytycznej wynosi dla kratownicy z jednym stężeniem około 30 kN/m dla modelu prętowego i około 20 kN/m dla modelu powłokowego. W przypadku kratownicy z trzema stężeniami sztywność stężeń zapewniających maksymalną wartość obciążeń krytycznych wynosi 150 kN/m dla modelu prętowego i 90 kN/m dla modelu powłokowego kratownicy.

Na podstawie wyznaczonych obciążeń krytycznych obliczono współczynniki długości wyboczeniowych pasa ściskanego (tab. 1). Z uwagi na to, że siła normalna jest zmienna na długości pasa do obliczeń długości wyboczeniowych przyjęto siłę normalną w odległości 0,2 m od środka rozpiętości kratownicy.



Rys. 4. Wykres zależności obciążenia krytycznego od sztywności podpór bocznych w przypadku usztywnienia kratownicy jednym oraz trzema stężeniami



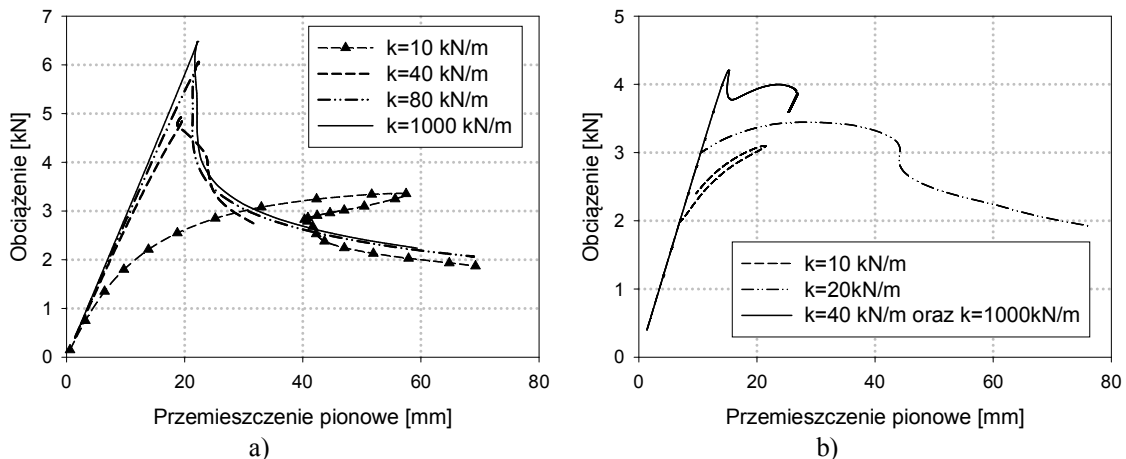
Rys. 5. Postać wyboczeniowa (widoki z góry a,b,c) a) dla trzech stężeń $k=10$ kN/m, b) dla trzech stężeń $k=1000$ kN/m, c) dla jednego stężenia $k=40$ kN/m, d) dla siedmiu stężeń $k=1000$ kN/m

Tablica 1. Wartości współczynnika długości wyboczeniowej $\mu = L_w/L_0$, dla $k = 10^3$ kN/m, $L_0=1,5$ m – dla kratownicy z trzema stężeniami oraz $L_0 = 3,0$ m – dla kratownicy z jednym stężeniem

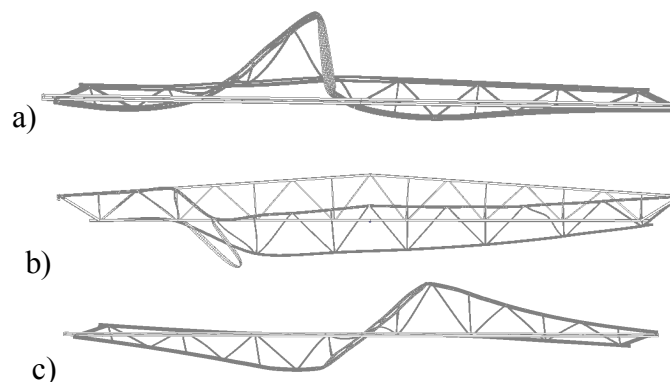
Ilość stężeń	Model prętowy	Model powłokowy
1	0,811	0,806
3	0,901	0,975

W przeprowadzonych analizach nieliniowych badano zmianę przemieszczenia pionowego węzła kratownicy pod wpływem przyrostu obciążenia. Węzeł ten usytuowany jest na pasie górnym w odległości 0,75 m od środka rozpiętości konstrukcji. Wyniki tych analiz, dla konstrukcji z trzema stężeniami, przedstawione są na (rys. 6). Wynika z nich, że dla kratownicy z imperfekcją globalną wg (rys. 5a) deformacja po przekroczeniu obciążeń granicznych ma postać przedstawioną na (rys. 7a) niezależnie od sztywności stężeń. Nośność graniczna jest mniejsza od obciążeń wyboczeniowych wyznaczonych w liniowej analizie stateczności. W przypadku wprowadzenia do konstrukcji imperfekcji lokalnej pokazanej na (rys. 5d) z przeprowadzonych analiz nieliniowych wynika, że kształt deformacji po przekroczeniu nośności granicznej może przybrać różne postacie w zależności od sztywności

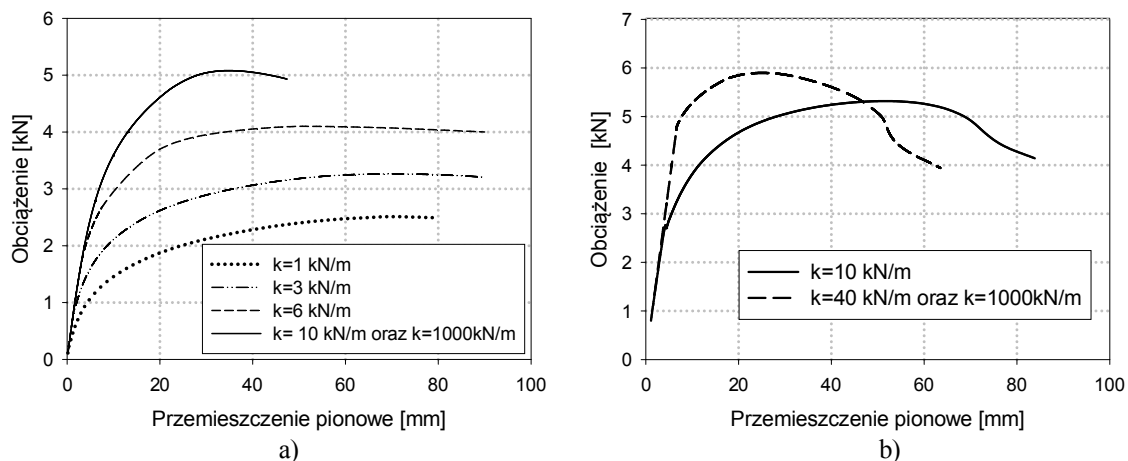
stężeń. Dla stężeń o sztywności powyżej 40 kN/m deformacja ma kształt przedstawiony na (rys. 7b), natomiast dla stężeń o sztywności poniżej 20 kN/m kratownica deformuje się tak jak pokazano na (rys. 7c). Dla konstrukcji z imperfekcją lokalną, wartość obciążenia granicznego również jest dużo mniejsza niż wartość obciążenia krytycznego, obliczonego za pomocą liniowej analizy stateczności i nawet mniejsza od odpowiednich wartości uzyskanych z analiz nieliniowych dla konstrukcji z imperfekcją globalną.



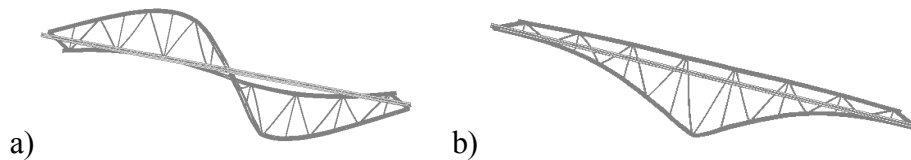
Rys. 6. Wykres zależności obciążeń od przemieszczeń pionowych kratownicy: a) dla kratownicy z trzema stężeniami oraz imperf. wg rys. 5a), b) dla kratownicy z trzema stężeniami oraz imperf. wg rys. 5d)



Rys. 7. Postać deformacji (widoki z góry a,c) po przekroczeniu wartości obciążenia granicznego dla kratownicy: a) z trzema stężeniami oraz z imperf. globalną wg rys. 5a), b) z 3 stężeniami $k \geq 40$ kN/m oraz z imperf. lokalną wg rys. 5d), c) z trzema stężeniami $k \leq 20$ kN/m oraz z imperf. lokalną wg rys. 5d)



Rys. 8. Wykres zależności obciążeń od przemieszczeń pionowych kratownicy: a) dla kratownicy z jednym stężeniem oraz imperf. wg rys. 5c), b) dla kratownicy z jednym stężeniem oraz imperf. wg rys. 5d)



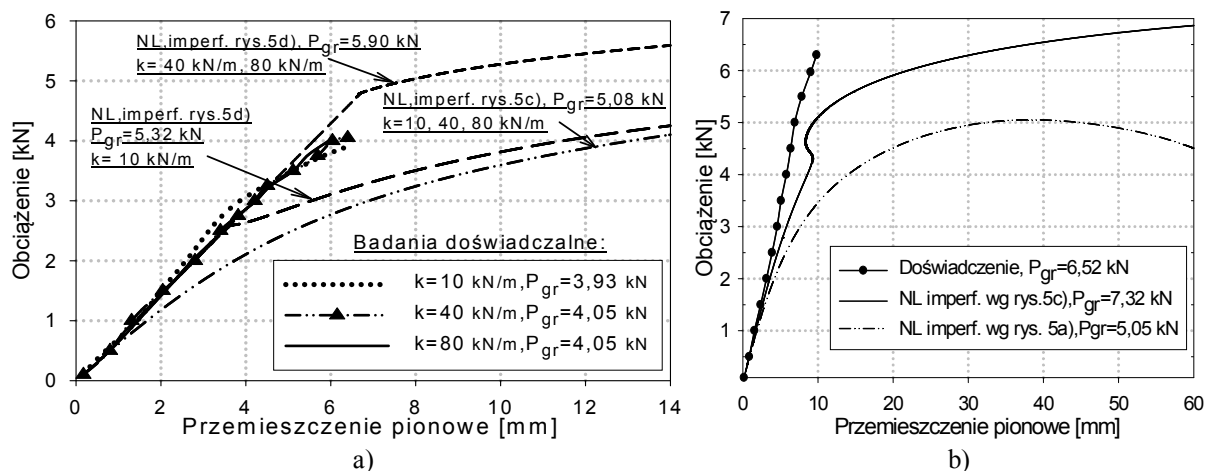
Rys. 9. Postać deformacji (widoki z góry) po przekroczeniu wartości obciążenia granicznego dla kratownicy: a) z jednym stężeniem oraz z imperfekcją globalną dla $k \geq 10$ kN/m, a także z imperfekcją lokalną dla $k \geq 40$ kN/m, b) z jednym stężeniem oraz imperfekcją globalną dla $k \leq 6$ kN/m, a także z imperfekcją lokalną dla $k \leq 10$ kN/m

Rezultaty analiz nieliniowych dla kratownicy z jednym stężeniem pokazane są na (rys. 8). Wynika z nich, że kratownica z wprowadzoną wstępną globalną imperfekcją w kształcie dwóch półfal (rys. 5c) po przekroczeniu obciążenia granicznego deformuje się tak jak pokazano na (rys. 9a), w przypadku zastosowania stężenia o sztywności większej lub równej 10 kN/m. Dla stężenia o sztywności mniejszej lub równej 6 kN/m, postać deformacji po przekroczeniu wartości obciążenia granicznego wygląda tak jak przedstawiono na (rys. 9b). W stanie granicznym następuje skręcenie kratownicy wzdłuż osi przechodzącej przez podpory. Należy zwrócić uwagę na fakt, że wartość obciążenia granicznego dla sztywności równej lub większej 10 kN/m przekracza wartość obciążenia krytycznego z liniowej analizy stateczności. Z analiz nieliniowych dla kratownicy z jednym stężeniem, przy wprowadzeniu imperfekcji lokalnej pokazanej na (rys. 5d) wynika, że deformacja kratownicy po przekroczeniu nośności granicznej może przybierać różne formy w zależności od sztywności stężeń. Dla sztywności większej lub równej 40 kN/m występuje deformacja przedstawiona na (rys. 9a). Natomiast dla sztywności mniejszej lub równej 10 kN/m uzyskano deformację przedstawioną na (rys. 9b). W przypadku zastosowania imperfekcji lokalnej (rys. 5d) dla kratownicy z jednym stężeniem uzyskano większe wartości obciążeń granicznych od wartości obciążeń krytycznych otrzymanych z liniowej analizy stateczności. Wartości te były również większe od uzyskanych w przypadku badań konstrukcji z imperfekcją globalną (rys. 5c).

Postać deformacji na (rys. 9b) jest zbliżona kształtem do postaci wyboczenia dla konstrukcji z jedną podporą sprężystą o sztywności $k = 10$ kN/m, natomiast postać deformacji pokazana na (rys. 9a) jest zbliżona do postaci wyboczenia dla kratownicy z jednym stężeniem o sztywności $k = 40$ kN/m.

Wyniki przeprowadzonych badań doświadczalnych przedstawiono na (rys. 10). Badano kratownicę z jednym stężeniem o sztywnościach $k = 10$ kN/m, 40 kN/m, 80 kN/m oraz z trzema stężeniami o $k = 10$ kN/m. Zarówno w przypadku podparcia konstrukcji jednym stężeniem jak i trzema uzyskano deformację przedstawioną na (rys. 11). Z rezultatów badań doświadczalnych kratownicy z jednym stężeniem wynika, że ścieżki równowagi są bardzo do siebie zbliżone (rys. 10a). Rezultaty analiz numerycznych z imperfekcją globalną (rys. 5c) również pokazują, że przy zastosowaniu stężenia o sztywności $k \geq 10$ kN/m ścieżki równowagi opisane są tą samą krzywą (rys. 8a). Wartości obciążeń granicznych, uzyskane z tych analiz, są jednak większe o około 25% od wartości uzyskanych doświadczalnie. Powodem tej rozbieżności może być sposób wykonstruowania połączenia podpór bocznych z kratownicą. Podczas badań doświadczalnych stwierdzono, że w miarę przyrostu obciążenia, stężenia zaczynają być zginane, czyli stanowią podpory działające na kierunku skręcenia pasa kratownicy. Efekt ten nie był uwzględniony w analizach numerycznych, w których badano tylko stężenia posiadające sztywność na przesuw, pomijając sztywność rotacyjną. Zjawisko to może być również przyczyną uzyskania w doświadczeniu, znacznie mniejszych wartości przemieszczeń pionowych przy maksymalnym obciążeniu niż wynika to z analiz numerycznych. Obciążenie graniczne wyznaczone z badań doświadczalnych kratownicy z trzema stężeniami, różni się od -30% do +12%, od rezultatów z analiz nieliniowych w zależności od przyjętych wstępnych imperfekcji. Ścieżka równowagi będąca rezultatem przeprowadzonej analizy nieliniowej dla

konstrukcji z imperfekcją wg pierwszej postaci wybożenia (rys. 5a) odbiega od wykresu z wyników doświadczalnych. Jest to spowodowane różnymi deformacjami konstrukcji uzyskanymi z badań doświadczalnych, gdzie wystąpiły dwie półfale wybożenia (rys.11) i z analizy numerycznej, gdzie postać deformacji miała kształt jednej półfali. Ze względu na kształt deformacji uzyskany w badaniach doświadczalnych, przeprowadzono analizę nieliniową dla kratownicy usztywnionej trzema stężeniami zakładając postać wstępnego wygięcia pokazaną na (rys. 5c). W rezultacie otrzymano większą wartość obciążenia granicznego niż wynika to z badań doświadczalnych oraz bardzo duże różnice w zakresie przemieszczeń pionowych (rys. 10b). Nasuwa się zatem wniosek, że powinno się przeprowadzić analizę numeryczną uwzględniającą rzeczywiste imperfekcje kratownicy. Należy również dodać, że opisany wyżej efekt zginania stężeń wystąpił także w tym przypadku.



Rys. 10. Wykres zależności obciążeń od przemieszczeń pionowych kratownicy wyznaczony na podstawie badań eksperymentalnych kratownicy: a) z jednym stężeniem, b) z trzema stężeniami $k = 10$ kN/m



Rys. 11. Postać zdeformowana kratownicy - kształt odpowiada deformacji z rys. 9a)

4. WNIOSKI

W analizach numerycznych otrzymano rozbieżności pomiędzy modelem prętowym i powłokowym kratownicy. W analizach stateczności różnice te rosną wraz ze wzrostem sztywności stężeń. Badania numeryczne kratownicy z trzema podporami bocznymi dowodzą, że nośność graniczna jest mniejsza przy założeniu imperfekcji lokalnej niż w przypadku wprowadzenia do konstrukcji imperfekcji globalnej, zgodnej z pierwszą postacią wybożenia, uzyskaną dla stężeń o $k = 10$ kN/m. Fakt ten potwierdzają również badania autorów przeprowadzone w szerszym zakresie tj. dla kratownicy podpartej pięcioma i siedmioma sprężystymi podporami bocznymi.

Na postać deformacji konstrukcji, po przekroczeniu maksymalnej wartości obciążenia, może mieć wpływ nie tylko sztywność podpór bocznych ale również zadana wstępnie imperfekcja.

Na uwagę zasługuje również fakt, że w dostępnych obecnie programach komputerowych

służących do analiz zarówno konstrukcji prętowych jak i powłokowych istnieją opcje pozwalające zadawać dowolne imperfekcje w danej konstrukcji, przy stosunkowo niewielkim nakładzie pracy projektanta.

Wartości obciążeń granicznych i przemieszczeń konstrukcji, będące rezultatem badań doświadczalnych rzeczywistego modelu kratownicy odbiegają od odpowiednich wartości uzyskiwanych w analizach numerycznych. Planowane są dalsze badania kratownicy mające na celu wyznaczenie charakterystyk opisujących sztywność rotacyjną zastosowanych stężeń co pozwoli na precyzyjne opisanie tych podpór w modelu numerycznym. Konieczne jest również przeprowadzenie analiz numerycznych dla rzeczywistych imperfekcji geometrycznych.

Piśmiennictwo

- [1] Biegus A., Wojcyszyn D.: Ocena nośności pasów przy wyboczeniu z płaszczyzny kratownic. *Awarie Budowlane. Zapobieganie, diagnostyka, naprawy, rekonstrukcje. XXII konferencja naukowo-techniczna, Szczecin 2005*, s. 661-668.
- [2] Biegus A., Wojcyszyn D.: Współczynniki długości wyboczeniowej pasów z płaszczyzny ustroju „krótkich” kratownic. *III Symposium Kompozyty, Konstrukcje Warstwowe, Wrocław 2006*, s. 19-26.
- [3] Iwicki P., Stability of trusses with linear elastic side-supports. *Thin-Walled Structures 2007*, Vol. 45, No. 10-11, s. 849-854.
- [4] Iwicki P.: Sensitivity analysis of critical forces of trusses with side bracing, *Journal of Constructional Steel Research*, 66, 2010, 923-930.
- [5] Kołodziej J., Jankowska-Sandberg J.: Badania doświadczalne zwichrzenia sprężystego kratownicy stalowej z uwzględnieniem podatności stężeń bocznych. *LII Konferencja Naukowa Komitetu Inżynierii Lądowej i Wodnej PAN i Komitetu Nauki PZITB, Krynica 2006*, *Zeszyty Naukowe Politechniki Gdańskiej*, nr 601, *Budownictwo Lądowe*, 58, 2006, 123-129.
- [6] Iwicki P., Krajewski M.: Analiza numeryczna i badania doświadczalne kratownicy ze stężeniami, *LVII Konferencja Naukowa Komitetu Inżynierii Lądowej i Wodnej PAN i Komitetu Nauki PZITB, Krynica 2011. Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej, Budownictwo i Inżynieria Środowiska*. 58, 2011, s. 233-240, 57.
- [7] PN-90/B-03200 Konstrukcje stalowe - Obliczenia statyczne i projektowanie.
- [8] PN-EN 1993-1-1 2006 Eurocode 3: Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków.
- [9] PN-B-06200: Konstrukcje stalowe budowlane - Warunki wykonania i odbioru, wymagania podstawowe. Warszawa: PKN 1997.2002
- [10] Femap with NX Nastran. Version 10.1.1. Siemens Product Lifecycle Management Software Inc. 2009.

STABILITY AND ULTIMATE STRENGTH ANALYSES OF TRUSS WITH BRACES

Summary

In the present research the results of test and numerical analyses of a model of a typical truss are presented. Truss linear buckling analysis and non linear static analyses with respect to material and geometrical nonlinearity are conducted. For different stiffnesses and location of braces, critical load and limit load for the truss are calculated and the threshold bracing stiffness is found. The results of numerical analysis are compared with the performed experiment.

Paweł KOSSAKOWSKI¹
Politechnika Świętokrzyska w Kielcach

ZASTOSOWANIE MECHANIKI ZNISZCZENIA W ANALIZIE STANÓW AWARYJNYCH KONSTRUKCJI METALOWYCH

STRESZCZENIE

W artykule przedstawiono podstawowe informacje na temat mechanizmów zniszczenia metali. Przybliżono założenia modelu uwzględniającego wpływ uszkodzenia na degradację wytrzymałości materiału jak również opisano zmodyfikowany model materiału Gursona-Tvergaarda-Needlemana (GTN), który jest obecnie podstawowym modelem zniszczenia zalecanym w analizach stanów awaryjnych stalowych konstrukcji budowlanych. W pracy przedstawiono również wyniki numerycznej symulacji zniszczenia elementu rozciąganego wykonanego ze stali S235JR. Zastosowanie modelu GTN z powodzeniem umożliwiło określenie nośności analizowanego elementu oraz pozwoliło na symulację zniszczenia w oparciu o analizę wzrostu mikrouszkodzeń.

SŁOWA KLUCZOWE: mechanika zniszczenia, model Gursona-Tvergaarda-Needlemana (GTN), stal S235JR, mikrouszkodzenia, obliczenia numeryczne, stany awaryjne.

1. WPROWADZENIE

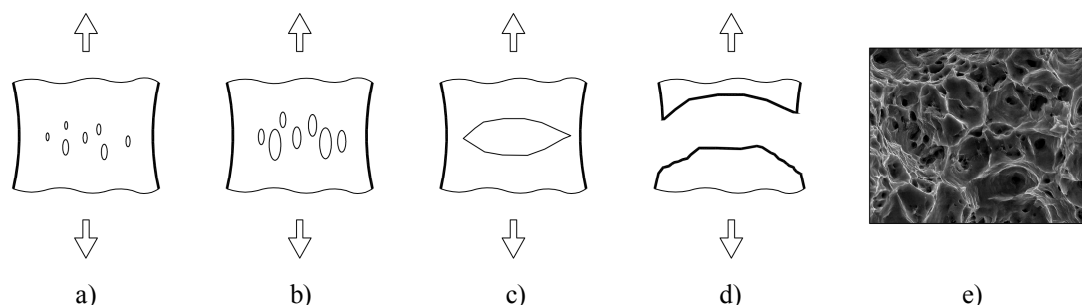
Tematyka związana z szacowaniem rezerw bezpieczeństwa elementów konstrukcji metalowych jest nad wyraz aktualna w kontekście obserwowanych w naszym kraju w ostatnich latach katastrof budowlanych. Stąd ciągła konieczność rozwijania i stosowania w praktyce inżynierskiej metod pozwalających na szacowanie nośności elementów pracujących w zakresach nieliniowych, a w szczególności znajdujących się w stanach awaryjnych.

W ocenie nośności elementów pracujących w zakresach nieliniowych, daleko powyżej granicy plastyczności, z uwagi na założenie continuum materialnego nie znajdują zastosowania klasyczne metody analizy, oparte o np. hipotezę Hubera. Analizę tego typu zakresów umożliwia zastosowanie innych modeli, opartych na mechanice zniszczenia, w których zdefiniowany jest stopień uszkodzenia materiału. Jest on ściśle związany z procesami fizycznymi jakie decydują o zniszczeniu materiału.

Proces inicjacji i propagacji pękania metali jest ściśle związany z mikrostrukturą materiałową, a ściślej z jej uszkodzeniami i zachodzi według kilku podstawowych schematów. W przypadku pękania typu ścięcie (*shear fracture*) i pękania ciągliwego (*ductile*

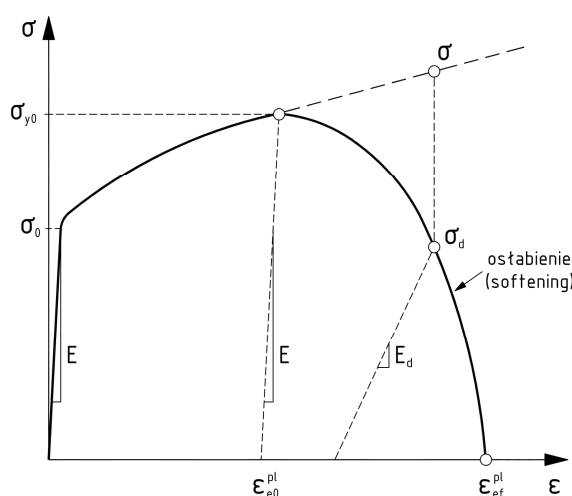
¹ kossak@tu.kielce.pl

fracture) proces pęknięcia jest związany z nukleacją, wzrostem i łączeniem się mikrouszkodzeń struktury materiałowej (rys. 1). Uszkodzenia mikrostruktury w postaci pustek inicjowane są na obecnych w materiale wtrąceniach niemetalicznych (*nonmetallic inclusions*) lub wydzieleniach innej fazy (*second-phase particles*), a także powstają w wyniku nukleacji w trakcie procesu odkształcenia. Najistotniejszy wpływ na proces zniszczenia materiału ma wzrost i łączenie się pustek przez zlokalizowane odkształcenia plastyczne.



Rys. 1 Mikrostrukturalne fazy zniszczenia ciągliwego: a) nukleacja mikrouszkodzeń, c) wzrost mikrouszkodzeń, d) łączenie się mikrouszkodzeń prowadzące do inicjacji pęknięcia, e) powierzchnia przełomu

Opisane powyżej zjawiska i procesy mogą być analizowane i symulowane przy zastosowaniu modeli zniszczenia w których stopień uszkodzenia jest ściśle powiązany ze strukturą danego materiału i jego wytrzymałością. W najogólniejszym przypadku, wytrzymałość materiału definiowana przez naprężenia normalne σ , zaczyna ulegać degradacji w momencie inicjacji rozwoju uszkodzeń, co schematycznie pokazano na poniższym wykresie.



Rys. 2. Model zniszczenia uwzględniający wpływ uszkodzeń na wytrzymałość materiału

W dalszym zakresie, dochodzi do coraz większego rozwoju uszkodzeń, skutkującego występowaniem zjawiska osłabienia materiału (*softening*). Jak widać naprężenia σ_d w których uwzględniono wpływ uszkodzeń są znacznie niższe niż odpowiadające naprężenia σ wyznaczone zgodnie z założeniami kontynuinalnej mechaniki ciała stałego. Zniszczenie materiału następuje w momencie, w którym uszkodzenie osiąga wartość krytyczną.

Jednym z pierwszych bardziej zaawansowanych modeli zniszczenia uwzględniającym zjawiska fizyczne zachodzące w trakcie odkształcania materiałów porowatych (w tym metali) był model materiału porowatego Gursona [1], będący w istocie zmodyfikowanym kryterium Hubera. W modelu tym uwzględniono wpływ wzrostu udziału objętościowego pustek na wytrzymałość materiału. Model Gursona został następnie zmodyfikowany Tvergaard [2]

oraz Tvergaarda i Needlemana [3], którzy opracowali metodę (model Gursona-Tvergaarda-Needlemana, w skrócie GTN) dającą możliwość oszacowania obciążeń niszczących spowodowanych pękaniem plastycznym z uwzględnieniem niektórych parametrów mikrostruktury materiału oraz jego własności plastycznych.

Na uwagę zasługuje fakt, że zgodnie z zaleceniami aktualnych norm [4] oraz literatury naukowej [5], właśnie zmodyfikowany model GTN jest obecnie podstawowym modelem zniszczenia zalecanym w analizach stanów awaryjnych stalowych konstrukcji budowlanych. Europejskie normy Eurokod dotyczące projektowania konstrukcji metalowych i aluminiowych wprowadzając możliwość wykorzystania plastycznej rezerwy nośności konstrukcji oraz projektowania opartego na badaniach naukowych w naturalny sposób wymuszają konieczność prowadzenia analiz elementów pracujących w zakresach pozasprężystych. I tutaj również model GTN może znaleźć zastosowanie.

Należy także zauważyć, że choć model GTN ugruntował się w literaturze, został zaimplementowany do szeregu inżynierskich programów obliczeniowych i jest coraz powszechniej stosowany w praktyce inżynierskiej, to nadal jest przedmiotem wielu badań i rozwoju. Jak wykazano w szeregu prac [np. 6-8] w odniesieniu do stali konstrukcyjnych zastosowanie modelu GTN daje dobrą zbieżność wyników uzyskanych numerycznie i eksperymentalnie. Z praktycznego punktu widzenia interesująca jest możliwość prowadzenia obliczeń w całym zakresie pracy elementu, tj. od stanu nieobciążonego aż do zniszczenia.

W niniejszym artykule przybliżono model materiału Gursona-Tvergaarda-Needlemana (GTN) oraz zaprezentowano możliwości prowadzenia symulacji wytrzymałościowych w odniesieniu do stalowych elementów konstrukcyjnych. Podano również informacje na temat doboru parametrów materiałowych oraz prowadzenia obliczeń numerycznych. Zasadniczą częścią pracy jest symulacja zniszczenia elementów rozciąganych wykonanych ze stali S235JR w kontekście zastosowania modelu GTN do przewidywania uszkodzenia w sytuacji wystąpienia stanu awaryjnego konstrukcji. W prezentowanej analizie oparto się na dwóch poziomach krytycznych udziałów objętościowych mikrouszkodzeń f_F determinujących kryterium zniszczenia badanego materiału.

2. MODEL MATERIAŁU GURSONA-TVERGAARDA-NEEDLEMANA (GTN)

W zmodyfikowanym i utrwalonym w literaturze modelu Gursona-Tvergaarda-Needlemana [2, 3] warunek plastyczności wyrażony jest następująco:

$$\Phi = \left(\frac{\sigma_e}{\sigma_0} \right)^2 + 2q_1 f^* \cosh \left(-q_2 \frac{3\sigma_m}{2\sigma_0} \right) - (1 + q_3 f^{*2}) = 0 \quad (1)$$

gdzie: σ_e – naprężenie efektywne wg hipotezy Hubera, σ_0 – granica plastyczności, σ_m – ciśnienie hydrostatyczne (naprężenia średnie), f^* – bieżąca wartość udziału objętościowego pustek, q_i – współczynniki Tvergaarda.

Jak warunkowi plastyczności (1) wg modelu GTN opiera się na wielu materiałowych parametrach wytrzymałościowych i mikrostrukturalnych.

Podstawową wielkością w modelu GTN jest porowatość materiału, charakteryzowana przez udział objętościowy pustek f_0 istniejących w materiale. Jego wartość wyznacza się w trakcie badań mikrostrukturalnych, zliczając powierzchnię wtrąceń niemetalicznych oraz wydzieleń innej fazy odniesionych do powierzchni badanej próbki.

Kolejnymi parametrami są współczynniki Tvergaarda q_i , które definiują niektóre własności plastyczne materiału. Typowe wartości współczynników Tvergaarda stosowane

w odniesieniu do materiałów metalowych, w tym stali konstrukcyjnych, to $q_1 = 1,5$, $q_2 = 1,0$ oraz $q_3 = q_1^2 = 2,25$. Przez wiele lat wartości te traktowano jako stałe, jednak jak wykazały przeprowadzone badania [9], współczynniki q_i zależne są od własności sprężysto-wytrzymałościowych materiału, a dokładniej od współczynnika sprężystości podłużnej E , granicy plastyczności σ_0 oraz wykładnika umocnienia N .

Bieżąca wartość udziału objętościowego pustek definiowana jest jako:

$$f^* = \begin{cases} f & \text{dla } f \leq f_c \\ f_c + \frac{\bar{f}_F - f_c}{f_F - f_c} (f - f_c) & \text{dla } f_c < f < f_F \\ \bar{f}_F & \text{dla } f \geq f_F \end{cases} \quad (2)$$

gdzie: f_c – krytyczny udział objętościowy pustek odpowiadający początkowi ich łączenia, f_F – udział objętościowy pustek odpowiadający zniszczeniu materiału, $\bar{f}_F = (q_1 + \sqrt{q_1^2 - q_3}) / q_3$.

Jak widać, bieżąca wartość udziału objętościowego pustek jest uzależniona od parametrów związanych z mikrostrukturą materiału, a mianowicie wielkościami f_c i f_F . Krytyczny udział objętościowy pustek f_c jest obserwowany w momencie spadku nośności elementu i odpowiada początkowi łączenia się pustek. Zgodnie z wynikami badań Richelsena i Tvergaarda [10] wartość f_c jest związana z początkowym udziałem objętościowym pustek f_0 i można ją przyjmować w zakresie od $f_c = 0,04$ dla $f_0 = 0$ do $f_c = 0,12$ dla $f_0 = 0,06$. Krytyczny udział f_c jest również wyznaczany numerycznie przez dopasowanie krzywej wytrzymałościowej uzyskanej w trakcie obliczeń do krzywej wyznaczonej eksperymentalnie. Krytyczny udział objętościowy pustek f_F odpowiada zniszczeniu materiału. Teoretycznie osiąga on wartość maksymalną $f_F = 0,667$, jednak metale niszczą się przy niższych udziałach objętościowych pustek, w granicach $f_F = 0,10 \div 0,20$. Wielkość f_F wiązana jest również z udziałem objętościowego pustek istniejących w materiale f_0 , w postaci zależności $f_F = 0,15 + 2f_0$.

Wzrost udziału objętościowego pustek \dot{f} określony jest następującym związkem:

$$\dot{f} = \dot{f}_{gr} + \dot{f}_{nucl} = (1-f) \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{pl} : \mathbf{I} + \frac{f_N}{s_N \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\boldsymbol{\varepsilon}_{em}^{pl} - \varepsilon_N}{s_N} \right)^2 \right] \cdot \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{em}^{pl} \quad (3)$$

gdzie: \dot{f}_{gr} – wzrost pustek istniejących w materiale, \dot{f}_{nucl} – wzrost pustek spowodowany ich nukleacją, f_N – udział objętościowy nukleowanych pustek, s_N – odchylenie standardowe odkształcenia nukleacji, $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{pl}$ – tensor prędkości przyrostu odkształceń plastycznych, \mathbf{I} – tensor drugiego rzędu, ε_N – średnie odkształcenie nukleacji pustek, $\boldsymbol{\varepsilon}_{em}^{pl}$ – zastępcze odkształcenie plastyczne matrycy, $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{em}^{pl}$ – prędkość przyrostu zastępczego odkształcenia plastycznego matrycy.

Ewolucja uszkodzeń opisana jest za pomocą kolejnych parametrów materiałowych, tj. wielkości f_N , ε_N i s_N . Udział objętościowy pustek nukleowanych f_N wyznaczany jest w trakcie badań mikrostrukturalnych materiału, analogicznie jak wielkość f_0 . Typową wartością przyjmowaną dla stali konstrukcyjnych jest $f_N = 0,04$. Średnie odkształcenie nukleacji pustek ε_N określa poziom odkształceń przy którym dochodzi do powstawania nowych pustek. Wyznaczane jest ono np. za pomocą elektro-mechanicznej techniki DCPD (*direct current potential drop*). Wielkością typową dla stali konstrukcyjnych jest $\varepsilon_N = 0,30$. Odchylenie standardowe odkształceń nukleacji pustek s_N jest parametrem opisującym ich zakładany rozkład normalny i jest przyjmowane w zakresie $s_N = 0,01 \div 0,10$.

3. NUMERYCZNA SYMULACJA ZNISZCZENIA ELEMENTU ROZCIĄGANEGO

W prezentowanej poniżej symulacji numerycznej przeanalizowano element rozciągany wykonany z podstawowego gatunku stosowanego w budownictwie, tj. stali S235JR. Istotnym faktem jest, że analizę przeprowadzono w całym zakresie pracy elementu, tj. od stanu nieobciążonego aż do zniszczenia. Obliczenia wykonano przy użyciu programu opartego na metodzie elementów skończonych Abaqus 6.10 [11].

Pierwszym krokiem w przeprowadzonej analizie było zdefiniowanie parametrów modelu GTN dla badanego materiału. Własności sprężysto-wytrzymałościowe stali S235JR określono w oparciu o standardową próbę statycznego rozciągania próbek o przekroju okrągłym wg [12]. Krzywą rozciągania $\sigma(\varepsilon)$ aproksymowano według poniższego modelu [8]:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{\sigma}{E} && \text{dla } \sigma < \sigma_0 \\ \varepsilon &= \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_0}{\sigma_1 - \sigma_0} (\sigma - \sigma_0) + \varepsilon_0 && \text{dla } \sigma_0 \leq \sigma \leq \sigma_1 \\ \varepsilon &= \varepsilon_0 + \frac{\sigma_{01}}{E} \left(\frac{\sigma}{\sigma_{01}} \right)^{1/N} && \text{dla } \sigma > \sigma_1 \end{aligned} \quad (4)$$

gdzie: ε – odkształcenie, ε_0 – odkształcenie odpowiadające granicy plastyczności, ε_1 – odkształcenie odpowiadające początkowi umocnienia, σ – naprężenie, σ_0 – granica plastyczności, σ_1 – naprężenie odpowiadające początkowi umocnienia, σ_{01} – naprężenie odpowiadające początkowi nieliniowej części krzywej, E – współczynnik sprężystości podłużnej, N – wykładnik umocnienia.

Tablica 1. Własności sprężysto-wytrzymałościowe stali S235JR [7]

ε_0	ε_1	σ_0 [MPa]	σ_{01} [MPa]	σ_1 [MPa]	E [GPa]	N
0.002	0.015	318	198	333	205	0.195

Za pomocą modelu opisanego związkami (4) określono wartości rzeczywistych naprężeń i odkształceń w relacji $\sigma(\varepsilon)$, za pomocą których zdefiniowano w programie obliczeniowym własności sprężysto-plastyczne stali S235JR.

Zasadnicze parametry materiałowe modelu GTN wyznaczono w oparciu o własności sprężysto-wytrzymałościowe stali S235JR oraz wyniki badań mikrostrukturalnych i symulacji numerycznych prób rozciągania.

Początkowy udział objętościowy pustek f_0 wyznaczono jako $f_0 = 0,001 = 0.10 \%$, co odpowiada wartości średniej dla badanego materiału [6-8, 13].

Współczynniki Tvergaarda wyznaczono w oparciu o rezultaty badań Faleskoga i in. [9]. Przyjmując iloraz granicy plastyczności do modułu Younga jako $\sigma_0/E = 0,00155$ oraz wykładnik umocnienia $N = 0.195$, wartości współczynników Tvergaarda wyznaczono jako $q_1 = 1,91$, $q_2 = 0,79$ i $q_3 = 3,65$.

Pozostałe parametry modelu GTN wyznaczono w oparciu o analizę krzywych rozciągania $\sigma(\varepsilon)$ wyznaczonych w trakcie badań wytrzymałościowych oraz na drodze symulacji numerycznych, przyjmując za kryterium optymalizacji zbieżność wartości $\sigma(\varepsilon)$ uzyskanych numerycznie i eksperymentalnie.

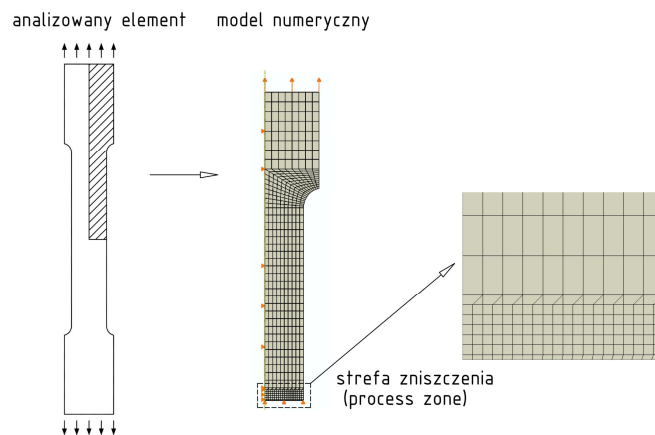
Krytyczną wartości udziału pustek f_c , odpowiadającą początkowi łączenia się pustek, wyznaczono na poziomie $f_c = 0,06$, natomiast krytyczny udział objętościowy pustek f_F , odpowiadający zniszczeniu materiału założono na poziomie $f_F = 0,20$ oraz $f_F = 0,67$.

Wartości parametrów związanych z nukleacją pustek przyjęto jako: udział objętościowy pustek nukleowanych $f_N = 0,04$, średnie odkształcenie nukleacji $\varepsilon_N = 0,3$, oraz odchylenie standardowe odkształcenia nukleacji $e_N = 0,05$. Komplet parametrów modelu GTN dla stali S235JR podano w tabelicy 2.

Tablica 2. Parametry mikrostrukturalne modelu GTN dla stali S235JR

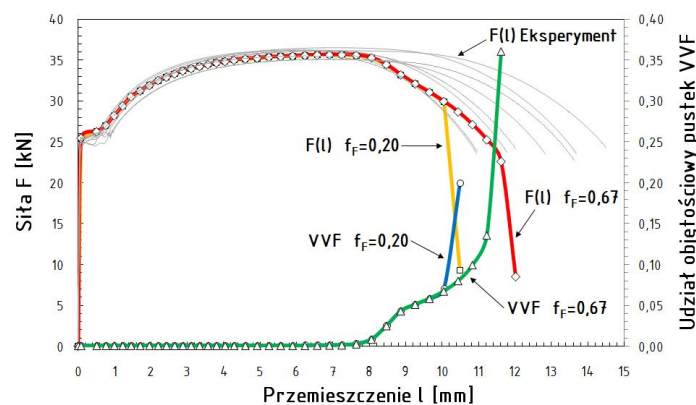
f_0	f_c	f_F	q_1	q_2	q_3	ε_N	f_N	s_N
0,001	0,06	0,20 0,67	1,91	0,79	3,65	0,30	0,04	0,05

Obliczenia wykonano przy użyciu programu Abaqus 6.10 stosując nieliniową analizę dynamiczną Explicit. Modelowano element o przekroju kołowym odpowiadający próbkom użytym podczas przeprowadzonych badań wytrzymałościowych, poddany statycznemu rozciąganiu z kontrolowaną prędkością odkształcania $10^{-2} \cdot s^{-1}$. Próbkę modelowano jako osiowo symetryczną, używając standardowych elementów CAX4R [1]. Ze względu na symetrię zagadnienia modelowano połówki próbek (rys. 3). W obszarze w pobliżu płaszczyzny pęknięcia zastosowano siatkę o wymiarach odpowiadających tzw. długości charakterystycznej wyznaczonej dla stali S235JR na poziomie $250 \mu m$ [8]. W analizie posłużono się zmodyfikowanym modelem GTN przyjmując wartości parametrów materiałowych podane w tabelicy 2.



Rys. 3. Model numeryczny i powiększenie strefy zniszczenia.

Na rysunku 4 przedstawiono wykresy siła-przemieszczenie $F(l)$ uzyskane w trakcie eksperymentów oraz symulacji numerycznych.

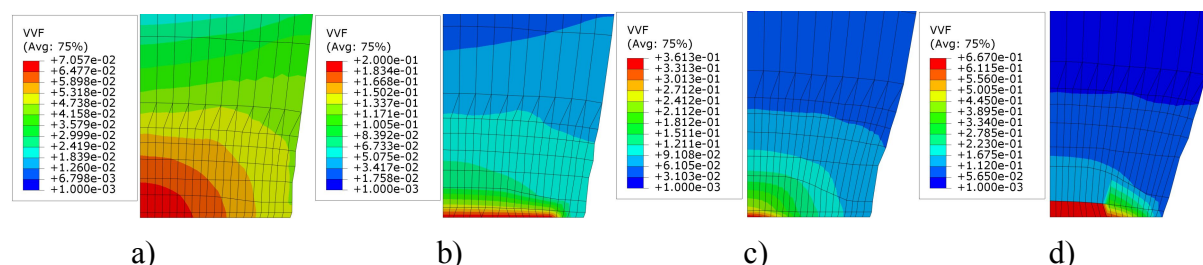


Rys. 4. Wykres siły F i udziału objętościowego pustek VVF w funkcji przemieszczenia l .

Analizując krzywe wytrzymałościowe $F(l)$ należy stwierdzić, że w pierwszym zakresie odkształcania materiału, do momentu osiągnięcia obciążenia maksymalnego, wartości siły F uzyskanej numerycznie i doświadczalnie są zbieżne. Różnice w przebiegach wykresów $F(l)$ zaobserwowano w ich końcowych fragmentach, po przekroczeniu obciążenia maksymalnego. Jak widać na rysunku 4, w przypadku wykresu $F(l)$ wyznaczonego numerycznie, w zakresie tym obserwuje się wyraźne osłabienie materiału (*softening*), postępujące w coraz to większym stopniu aż do zniszczenia. W końcowej fazie zauważalna jest naga zmiana nachylenia krzywej $F(l)$, która w chwili rzeczywistego zniszczenia gwałtownie opada, aż do całkowitej utraty nośności elementu. Jak widać przyjęcie w obliczeniach krytycznej wartości $f_F = 0,20$ odpowiadającej obserwowanym objętościom mikrouszkodzeń w momencie zniszczenia wielu materiałów metalowych, skutkuje wcześniejszym zniszczeniem niż w przypadku wartości teoretycznej $f_F = 0,67$. Kryterium oparte na wielkości $f_F = 0,20$ jest zatem bardziej konserwatywne w porównaniu do wartości teoretycznej $f_F = 0,67$. Krzywa wytrzymałościowa $F(l)$ wyznaczona przy założeniu wielkości $f_F = 0,67$ jest jednak bliższa rezultatom badań eksperymentalnych w porównaniu do zakładanej wielkości $f_F = 0,20$.

Na wykresie pokazanym na rysunku 4 przedstawiono również zmiany udziału objętościowego pustek zachodzące w trakcie procesu odkształcania stali S235JR w punkcie znajdującym się w środku przekroju poprzecznego elementu na płaszczyźnie pęknięcia. Początek nukleacji i wzrostu pustek obserwowany jest tuż przed momentem osiągnięcia siły maksymalnej, natomiast zwiększenie tempa wzrostu pustek obserwowano w dalszym procesie uplastycznienia, aż do momentu zniszczenia. Analogicznie do wartości sił F , założone krytyczne wartości f_F miały przełożenie na obserwowane udziały objętościowe pustek w momencie zniszczenia.

Jak widać pustki wzrastają najsilniej w środkowej części elementu, co sugeruje inicjację pęknięcia właśnie w tym obszarze (rys. 5). Jak widać krytyczny udział objętościowy pustek w momencie zniszczenia materiału był różny w zależności od założonej krytycznej wartości f_F . W obu jednak przypadkach możliwe było symulowanie zniszczenia materiału, pozwalające na przewidywanie uszkodzenia całego elementu.



Rys. 5. Udziały objętościowe pustek VVF w momencie zniszczenia materiału: a), b) $f_F = 0,20$; c), d) $f_F = 0,67$.

4. PODSUMOWANIE

Przedstawiona w artykule symulacja zniszczenia elementu rozciąganego wykonanego ze stali S235JR pozwala na stwierdzenie, że zastosowanie modelu GTN z powodzeniem umożliwia określenie nośności analizowanego elementu oraz pozwala na symulację zniszczenia w oparciu o analizę wzrostu mikrouszkodzeń. Z praktycznego punktu widzenia najważniejsze jest, że przy zastosowaniu modelu GTN możliwe jest prowadzenie obliczeń w pełnym zakresie pracy materiału, aż do zniszczenia. Dzięki temu w każdym momencie możliwe jest określenie nośności elementu, co jest szczególnie istotne w sytuacji wystąpienia awarii elementu, gdyż pozwala na szacowanie rezerw bezpieczeństwa. Analizując z kolei wzrost mikrouszkodzeń definiowanych przez aktualny udział objętościowy pustek VVF w odniesieniu do wartości krytycznych f_c i f_F możliwe jest przewidywanie momentu zniszczenia, co jest zagadnieniem fundamentalnym.

Piśmiennictwo

- [1] Gurson A.L.: Continuum Theory of Ductile Rupture by Void Nucleation and Growth: Part I – Yield Criteria and Flow Rules for Porous Ductile Media, *Journal of Engineering Materials and Technology, Transactions of the ASME*, 99, 1, 1977, pp. 2-15.
- [2] Tvergaard V.: Influence of Voids on Shear Band Instabilities under Plane Strain Condition, *International Journal of Fracture* 17, 4, 1981, pp. 389-407.
- [3] Tvergaard V., Needleman A.: Analysis of The Cup-Cone Fracture in a Round Tensile Bar, *Acta Metallurgica*, 32, 1, 1984, pp. 157-169.
- [4] PN-EN 1993-1-10:2007 Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych - Część 1-10: Udarność i ciągliwość międzywarstwowa materiału.
- [5] Sedlacek G., Feldmann M., Kühn B., Tschickardt D., Höhler S., Müller C., Hensen W., Stranghöner N., Dahl W., Langenberg P., Münstermann S., Brozetti J., Raoul J., Pope R., Bijlaard F.: Commentary and Worked Examples to EN 1993-1-10 “Material toughness and through thickness properties“ and other toughness oriented rules in EN 1993, JRC Scientific and Technical Reports, European Commission Joint Research Centre, 2008.
- [6] Kossakowski P.G.: An Analysis of the Load-Carrying Capacity of Elements Subjected to Complex Stress States with a Focus on the Microstructural Failure, *Archives of Civil and Mechanical Engineering*, 10, 2, 2010, pp. 15-39.
- [7] Kossakowski P.G., Trąpczyński W.: Numeryczna symulacja zniszczenia stali S235JR z uwzględnieniem wpływu uszkodzeń mikrostrukturalnych, *Przegląd Mechaniczny*, 4, 2011, s. 15-22.
- [8] Kossakowski P.G.: Simulation of Ductile Fracture of S235JR Steel Using Computational Cells With Microstructurally-Based Length Scales, *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 50, 2, 2012 (w druku).
- [9] Faleskog J., Gao X., Shih C.F.: Cell model for nonlinear fracture analysis – I. Micromechanics calibration, *International Journal of Fracture*, 89, 4, 1998, pp. 355-373.
- [10] Richelsen A.B, Tvergaard V.: Dilatant Plasticity or Upper Bound Estimates for Porous Ductile Solids, *Acta Metallurgica et Materialia*, 42, 8, 1994, pp. 2561-2577.
- [11] Abaqus 6.10 Analysis User’s Manual, Dassault Systèmes, 2010.
- [12] PN-EN 10002-1:2004 Metale. Próba rozciągania. Część 1: Metoda badania w temperaturze otoczenia.
- [13] Określenie struktury materiałów (pobranych z konstrukcji), analiza porównawcza z parametrami stali wzorcowej, Raport z badań w ramach projektu nr R04 007 01, Politechnika Warszawska, Warszawa, 2008.

APPLICATION OF DAMAGE MECHANICS IN THE ANALYSIS OF PRE-FAILURE STATES OF METAL STRUCTURES**Summary**

The article presents basic information on the damage mechanisms in metals. The application of a general model which takes into account the impact of the damage on material strength degradation is presented, as well as a modified Gurson-Tvergaard-Needleman (GTN) material model, which is currently recommended as a basic model to apply in the analysis of pre-failure states in steel building structures. The paper presents a numerical simulation of a failure of a tensile element made of steel S235JR. The use of GTN model has successfully enabled an estimate of the carrying capacity of the analysed element and allowed a simulation of damage basing on the analysis of microdamage growth.

Zbigniew KOWAL¹
Politechnika Świętokrzyska

PROBABILISTYCZNA OPTYMALIZACJA NOŚNOŚCI SŁUPÓW KONSTRUKCJI HAL KONWENCJONALNYCH

STRESZCZENIE

W pracy pokazano probabilistyczną optymalizację nośności i niezawodności stalowych słupów hal. Oszacowano zwiększenie nośności i niezawodności słupów w stosunku do oszacowań normowych, sprzęgając głowice słupów za pomocą podłużnych stężeń połączeniowych w jeden kinematycznie dopuszczalny mechanizm zniszczenia. Pracę zilustrowano przykładami. W tablicach zamieszczono współczynniki zwiększenia nośności sprzężonych słupów w funkcji ich liczby i współczynników zmienności nośności. Oszacowano również zmniejszenie nośności i niezawodności nie stężonych słupów - ich niezawodność spada poniżej normy.

SŁOWA KLUCZOWE: niezawodność, optymalizacja, słupy hal

1. WPROWADZENIE

W ostatnich dziesięcioleciach wystąpiło wiele awarii i katastrof konwencjonalnych hal o konstrukcji stalowej pod ekstremalnym obciążeniem śniegiem i wiatrem. Zwiększone obciążenia wywoływane zmianami klimatycznymi zostały uwzględnione w nowych normach [16]. W pracy [6] pokazano przyczyny zmniejszenia nośności i niezawodności hal zwłaszcza wielko powierzchniowych a to:

- 1) 10 do 20 krotne zmniejszenie, w ciągu ostatnich 30 lat, obciążeń konstrukcji masą obudowy. Masa własna konstrukcji charakteryzuje się znacząco mniejszą zmiennością losową w stosunku do zmienności obciążeń śniegiem i wiatrem [6, 16, 17] oraz
- 2) znaczące zmniejszenie przenikania ciepła przez powszechnie stosowane lekkie „ciepłe” trójwarstwowe płyty dachowe oraz
- 3) małe nachylenia połaci dachowych, wywołujące wsiąkanie wody w śnieg, jego zaleganie i zwiększanie się masy objętościowej śniegu.

Aktualnie rośnie potrzeba wykorzystania powierzchni i przestrzeni konstrukcyjnej obiektów budowlanych (zwłaszcza wielko powierzchniowych hal) do pozyskiwania **energii z promieniowania słonecznego**. Projektowanie oraz modernizacja istniejących hal w celu wykorzystania obiektów do pozyskiwania energii z promieniowania słonecznego pociąga za

¹ zbigko@tu.kielce.pl

sobą zwiększone obciążenia instalacjami, śniegiem i wiatrem oraz wpływami termicznymi. Do zwiększenia nośności i niezawodności słupów hal zastosowano probabilistyczną optymalizację wykorzystując sprzężenie głowic słupów podłużnymi stężeniami połączeniowymi.

W konstrukcjach hal możemy wyróżnić dwa istotne wzajemnie zależne segmenty konstrukcji, dające się sprzęgnąć w dwa odrębne minimalne krytyczne zbiory elementów (MKZE), są to:

- 1) **konstrukcja przekrycia**, w której dominują kinematycznie dopuszczalne mechanizmy zniszczenia (KDMZ) wiązarów i
- 2) **konstrukcja ścian**, w której dominują kinematycznie dopuszczalne przechyłowe mechanizmy zniszczenia słupów (rys. 1).

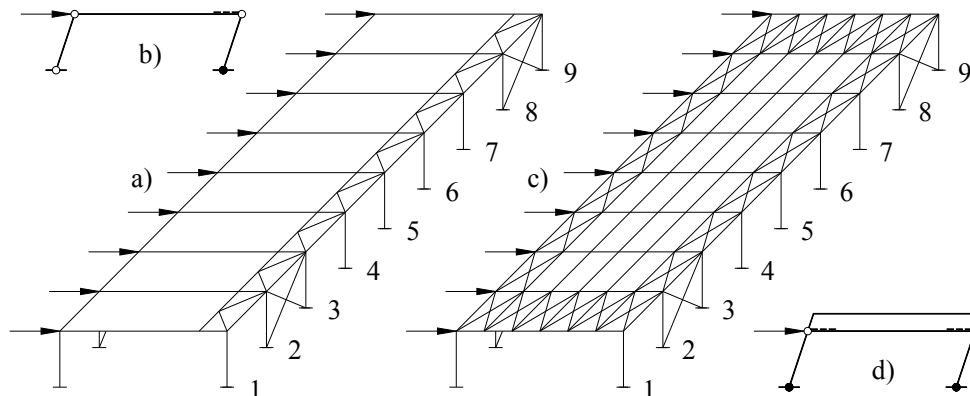
W pracy pokazano metodę **optymalizacji nośności i niezawodności słupów** w ścianach podłużnych na podstawie sprzęgania głowic słupów za pomocą podłużnych stężeń połączeniowych wzdłuż hali w jeden kinematycznie dopuszczalny mechanizm zniszczenia.

Wiązary i słupy hal konwencjonalnych wymiaruje się na podstawie norm [15]. Wiemy, że normowe wielkości fizyczne elementów sprawczych są kwantylami o dostatecznym wskaźniku niezawodności zalecanym dla przyjętej klasy RC 2 niezawodności konstrukcji [14]. Wprowadźmy w przekryciu hali ciągłe połączeniowe stężenia podłużne wzdłuż słupów hali zdolne do redystrybucji obciążeń poziomych zależnie od losowej nośności słupów, poprzez wymuszanie wspólnych przemieszczeń głowic słupów.

2. SPRZĘGANIE ZA POMOCĄ STĘŻEŃ POŁACIOWYCH PRZEMIESZCZEŃ GŁOWIC SŁUPÓW HAL KONWENCJONALNYCH

Zwiększenie nośności i niezawodności słupów konstrukcji złożonych oszacujemy w stosunku do nośności oszacowanej na podstawie norm [15], wykorzystując informacje obiektywne: 1) o geometrii i KDMZ konstrukcji, 2) o właściwościach stosowanych materiałów konstrukcyjnych, 3) o elementach i systemach konstrukcyjnych oraz o 4) połączeniach spawanych i śrubowanych. Wiemy, że wskaźnik niezawodności elementów sprawczych konstrukcji zaprojektowanych na podstawie norm są zgodne z zalecanym wskaźnikiem $\beta = t_0$ odpowiedniej klasy niezawodności [14]. Skuteczność wykorzystania tej informacji w optymalizacji nośności i niezawodności konstrukcji możemy sprawdzić rachunkowo za pomocą algebry kwantyli na modelach minimalnych krytycznych zbiorów (MKZ) słupów stowarzyszonych z analizowanym zbiorem elementów występujących w kinematycznie dopuszczalnym mechanizmie zniszczenia (KDMZ) słupów.

Na rys.1a pokazano przykład statycznie wyznaczalnego podparcia przekrycia hali. Sprzęgnijmy głowice słupów zamocowanych w fundamentach stężeniem połączeniowym aby zrealizować przechyłowy KDMZ obejmujący słupy w ścianie podłużnej w jeden MKZ słupów (rys.1b).



Rys.1. Przykłady sprzęgania słupów w jeden przechyłowy KDMZ.

Zadaniem stężenia połączeniowego jest przekazywanie obciążenia przekraczającego losowo nośność słabszych słupów na słupy losowo mocniejsze w tym samym MKZ. W obliczeniu i wymiarowaniu elementów podłużnego stężenia połączeniowego (oprócz obciążeń statycznych np. wskutek rozmieszczenia absorberów) należy brać pod uwagę **składnik wynikający z losowych różnic nośności granicznej słupów sprzężonych w MKZ słupów.**

Konstrukcje nośne hal budowane są ze stali o dostatecznie długim przystanku plastycznym umożliwiającym sprzężenie przemieszczeń głowic słupów w jednym MKZ aż do stanu granicznego przemieszczeń.

Celem stężenia połączeniowego jest wyrównanie przemieszczeń granicznych głowic słupów i wykorzystanie quasi symetrycznego przechyłowego KDMZ. Wtedy w minimalnym krytycznym zbiorze elementów MKZE stowarzyszonym z KDMZ znajdują się sprzężone stężeniem słupy. Korzystamy z definicji: **MKZE to taki zbiór, w którym gdy choć jeden element jest sprawny to cały zbiór jest sprawny.** Cechą charakterystyczną MKZ elementów sprężysto plastycznych jest to, że **zbioru elementów nie można zmniejszyć.** Należy nadmienić, że takimi właściwościami odznaczają się elementy sprężysto plastyczne a nie sprężysto kruche. Dlatego nośność połączeń zwłaszcza spawanych obarczonych naprężeniami własnymi powinna być większa od nośności łączonych elementów.

3. NOŚNOŚĆ I NIEZAWODNOŚĆ STATYCZNIE WYZNACZALNYCH SŁUPÓW PO SPRĘŻENIU GŁOWIC PODŁUŻNYM STĘŻENIEM POŁACIOWYM

Sprężenie słupów ciągłym poziomym stężeniem połączeniowym (rys.1), pozwala na sumowanie losowej nośności słupów mierzonej nośnością słupów na obciążenie poziome. Oszacowanie kwantyli nośności MKZ słupów sprzężonych podłużnym stężeniem połączeniowym (rys.1b) po jednej stronie hali pokazano na przykładach. Kwantyl nośności N_{1k} pojedynczego słupa oszacowuje się ze wzoru (1) [6, 9]:

$$N_{1k} = E(N_1) - t_1 D(N_1) = E(N)_1 [1 - t_1 v_1] \quad (1)$$

Kwantyl nośności N_k zbioru n „jednakowych” słupów sprzężonych w jednym KDMZ możemy oszacować ze wzoru (2) :

$$N_k = n E(N_1) [1 - t_1 v_1 / n^{0.5}] \quad (2)$$

Jednakowe słupy oznacza, że jednakowe są parametry nośności: wartości oczekiwane $E(N_i) = E(N_1)$, wariancje $D^2(N_1)$ i współczynniki zmienności $v_i = v_1 = D(N_1) / E(N_1)$. Suma wariancji n równoległe sprzężonych „jednakowych” słupów wynosi: $D^2(N) = n D^2(N_1)$, odchylenie standardowe sumy n słupów wynosi: $D(N) = n^{0.5} D(N_1)$, współczynnik zmienności segmentu słupów wynosi: $v = v_1 / n^{0.5}$.

Stosunek s kwantyla N_k nośności n sprzężonych słupów w stosunku do n kwantyli N_{1k} nośności pojedynczych słupów możemy oszacować ze wzoru (3):

$$s = N_k / n N_{1k} = [1 - t v_1 / n^{0.5}] / [1 - t_1 v_1] \quad (3)$$

Trendy zwiększania się nośności wraz ze zwiększaniem się liczby słupów sprzężonych w jednym KDMZ oszacowano na przykładach ilustrujących wpływy: zmienności nośności słupów v_i , wskaźnika niezawodności t oraz liczby słupów n .

Przykład 1. Dany jest segment podparcia przekrycia zawierający $n = 9$ „jednakowych” słupów zamocowanych w fundamentach po jednej stronie hali (rys. 1).

Główce słupów są sprzężone podłużnym stężeniem połącziowym (rys. 1) w jednym MKZE. Bazowy wskaźnik niezawodności pojedynczego słupa w klasie RC2 wynosi: $t = 3,8$ a współczynnik zmienności nośności pojedynczych słupów $v_1 = DN_1 / EN_1 = 0,06$.

Oszacować: 1) kwantyl N_{1k} nośności pojedynczego słupa, 2) kwantyl N_k nośności MKZ 9 sprzężonych słupów, 3) Stosunki $s = N_k / 9 N_{1k}$ kwantyla N_k nośności na obciążenie poziome MKZE 9 słupów do 9 kwantyli N_{1k} nośności pojedynczego słupa. Ponadto oszacować niezawodność p_n oraz awaryjność q_n dziewięciu szeregowo połączonych słupów – nie sprzęgniętych stężeniem połącziowym.

Niezawodność konstrukcji klasy RC2 o zalecanym wskaźniku niezawodności $t = \beta = 3,8$, wynosi: $p_1 = 0,999\ 927\ 65$, awaryjność: $q_1 = 1 - p_1 = 000\ 072\ 35$.

Kwantyl nośności wynosi: $N_{1k} = E(N_1) [1 - t v_1] = E(N_1) [1 - 3,8 \times 0,06] = 0,772 E(N_1)$. Kwantyl nośności równolegle sprzężonych 9 słupów oszacujemy ze wzoru (2):

$$N_k = n E(N_1) [1 - t v_1 / n^{0,5}] = 9 E(N_1) [1 - 3,8 \times 0,06 / 3] = 9 \times 0,924 E(N_1) = 8,316 E(N_1).$$

Współczynnik zwiększenia nośności (3) wynosi: $s = 0,924 / 0,772 = 1,1969$.

Wniosek: zwiększenie nośności stężonego układu 9 słupów przeliczone na jeden słup nie stężony wynosi około 20%. Natomiast w stosunku do szeregowego układu 9 nie stężonych słupów zwiększenie nośności jest jeszcze większe.

W przypadku zwiększenia współczynnika zmienności nośności słupów do $v_1 = 0,09$ zwiększenie nośności 9 sprzężonych słupów klasy RC2 wynosi:

$$s = [1 - 3,8 \times 0,09 / 3] / [1 - 3,8 \times 0,09] = 0,886 / 0,658 = 1,3465.$$

Zwiększenie nośności stężonego układu 9 słupów o zmienności $v_1 = 0,09$ w stosunku do wyodrębnionych słupów wynosi około 35% a niezawodność ustroju znacząco przewyższa niezawodność zalecaną w klasie RC-2.

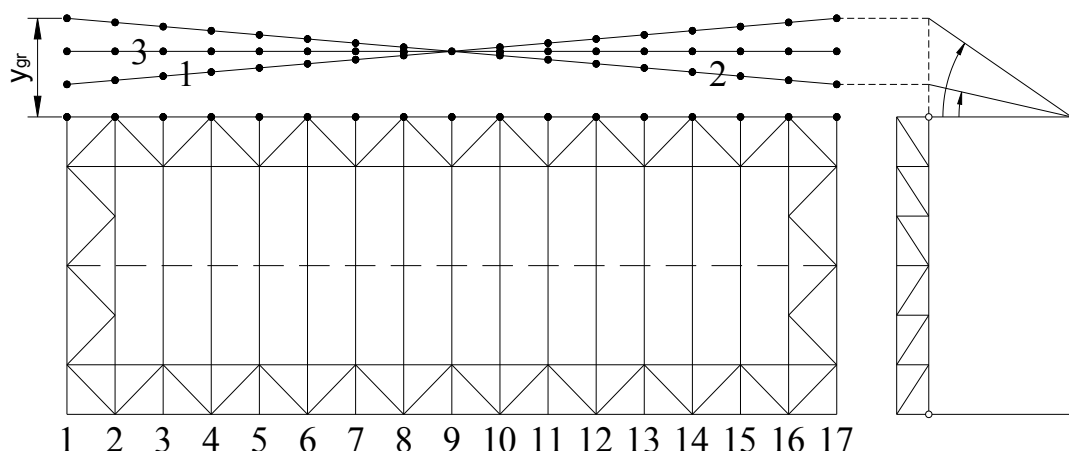
Należy podkreślić, że awaryjność szeregowego ustroju 9 jednakowych **nie stężonych słupów** jest większa aniżeli awaryjność pojedynczego słupa. Np. prawdopodobieństwo wystąpienia awarii jednego z 9 słupów o zmienności $v_1 = 0,09$ ustroju szeregowego klasy RC2 wynosi: $q = 1 - p_1^9 \approx \sum q_i = 9 q_i = 9 \times 000\ 072\ 35 = 0,000\ 651\ 15$. Awaryjność układu szeregowego jest 9 razy większa aniżeli awaryjność pojedynczego słupa. Takiej awaryjności towarzyszy niezawodność $p = 1 - q = 1 - 0,000\ 651\ 15 = 0,999\ 348\ 85$ a wskaźnik niezawodności $t = 3,2155 < 3,8$ byłby mniejszy od zalecanego w klasie RC-2 konstrukcji. **Wniosek:** zastosowanie w praktyce nie stężonego szeregowego modelu niezawodności słupów hal zmniejsza nośność i niezawodność ustroju poniżej nośności oczekiwanej na podstawie obliczeń normowych. Natomiast stężenie słupów zwiększa niezawodność powyżej zalecanych normą [14] klas konstrukcji.

Sprzęganie przemieszczeń poziomych głowic słupów za pomocą stężeń połącziowych radykalnie zwiększa nośność i niezawodność słupów hali. Z analizy porównawczej wpływu współczynnika v_1 zmienności nośności wynikają korzyści ze stosowania stężeń połącziowych do wzmacniania słupów istniejących konstrukcji hal, w tym połączeń słupów z ryglami.

4. NOŚNOŚĆ I NIEZAWODNOŚĆ STATYCZNIE NIEWYZNACZALNYCH SŁUPÓW PO SPRZEŻENIU CIĄGŁYM STĘŻENIEM POŁACIOWYM

Na rys. 2 pokazano równoległe sprzężenie za pomocą stężeń połącziowych głowic symetrycznych słupów po obydwu stronach hali. W rachubę wchodzi trzy warianty przechyłowych KDMZ słupów: 1) Przechył niesymetryczny 1 wymuszony losowo większą sztywnością słupów po lewej stronie, 2) Przechył niesymetryczny 2 wymuszony losowo większą sztywnością słupów po prawej stronie, 3) Przechył quasi symetryczny przemieszczeń oznaczony linią 3. Najkorzystniejszy quasi symetryczny przechył, uzyskamy ubezpieczając

przemieszczenia słupów skrajnych stężeniami umieszczonymi w ścianach szczytowych. Do ubezpieczenia wystarczy również znacząca nadwyżka nośności słupów skrajnych nad obciążeniem zewnętrznym.



Rys.2. Kinematycznie dopuszczalne przemieszczenia głowic słupów stężonych połącziowo.

W przypadku zastosowania symetrycznych ram statycznie niewyznaczalnych oszacowanie zwiększenia nośności i niezawodności słupów można bezpiecznie odnosić do łącznej liczby słupów sprzężonych stężeniami w jeden KDMZ. Tendencję zwiększania się nośności i niezawodności konstrukcji hal zilustrowano na kolejnych przykładach.

Na rys.1c,b, oraz 2 pokazano schemat statyczny połączonego stężenia obwodowego sprzęgającego głowice słupów symetrycznych ram poprzecznych w jednym KDMZ. W oszacowaniu nośności słupów pominięto korzystny wpływ stężeń w ścianach szczytowych traktując je jako techniczne **ubezpieczenie** quasi symetrycznego kinematycznie dopuszczalnego przechyłowego mechanizmu zniszczenia słupów ścian podłużnych.

Przykład 2. Dana jest symetryczna hala, w której występuje 8 ram poprzecznych z dwoma symetrycznymi słupami każda.

Oszacować zwiększenie nośności zbioru 16 słupów połączonych stężeniami połącziowymi mierzone obciążeniem poziomym głowic. Zakładając bazowy wskaźnik niezawodności słupów $t_0 = 3,8$ przyjmując, że współczynnik zmienności nośności pojedynczego słupa wynosi alternatywnie $v_1 = 0,06$ lub $0,09$. Stosunek s kwantyla MKZ zbioru 16 słupów ($v_1=0,06$) do 16 kwantyli odrębnych słupów wynosi: $s = [1 - 3,8 \times 0,06 / \sqrt{16}] / [1 - 3,8 \times 0,06] = 0,943 / 0,772 = 1,2215$.

Wniosek: W przypadku sprzężenia głowic 16 słupów ($v_1=0,06$) za pomocą podłużnych stężeń połącziowych zwiększa się nośność zespołu słupów na obciążenia poziome o około **22%** w stosunku do 16 kwantyli nośności odrębnych słupów. Przyrost nośności maleje wraz ze zwiększającą się liczbą słupów.

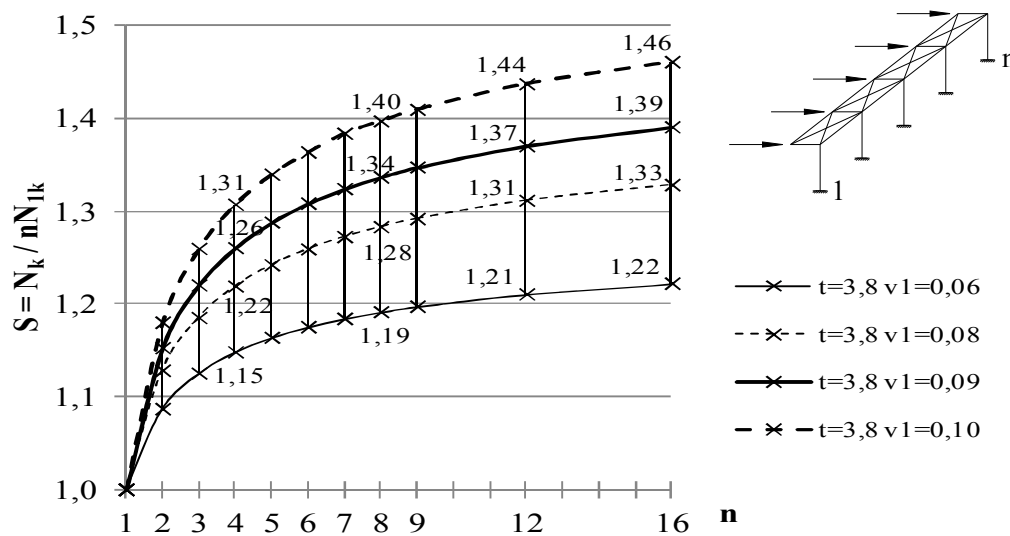
W przypadku 16 słupów o zmienności nośności $v_1 = 0,09$ stosunek s wynosi: $s = [1 - 3,8 \times 0,09 / \sqrt{16}] / [1 - 3,8 \times 0,09] = 0,9145 / 0,658 = 1,3898$. Zwiększenie nośności wynosi około **39%**. Jeżeli pozostawimy „klawiszowanie” głowic słupów awaryjność zwiększy się a nośność zmniejszy się poniżej oczekiwanej na podstawie obliczeń normowych [15].

W tabelicy 1 zamieszczono współczynniki s zwiększenia nośności słupów hali sprzężonych w jeden MKZ, stowarzyszony z przechyłowym KDMZ słupów, konstrukcji zalecanej klasy RC2 o wskaźniku niezawodności $\beta = t = 3,8$. Dolne liczby pokazują procentowe oszacowanie zwiększenia nośności MKZ słupów.

Tabl.1 Zwiększenie nośności sprzężonych słupów hali klasy RC2– $t = \beta = 3,8$.

$n =$	2	3	4	5	6	7	8	9	12	16
$v=0,06$	1,0865	1,1248	1,1477	1,1633	1,1748	1,1837	1,1909	1,1969	1,2101	1,2215
%	8,7	12,5	14,8	16,3	17,5	18,4	19,1	19,7	21,0	22,2
$v=0,08$	1,1279	1,1846	1,2184	1,2414	1,2585	1,2717	1,2824	1,2919	1,3107	1,3276
%	12,8	18,5	21,8	24,1	25,9	27,2	28,2	29,1	31,1	32,8
$v=0,09$	1,1522	1,2197	1,2599	1,2873	1,3076	1,3233	1,3360	1,3465	1,3697	1,3898
%	15,2	22,0	26,0	28,7	30,8	32,3	33,6	34,7	37,0	39,0
$v=0,10$	1,1795	1,2590	1,3065	1,3388	1,3627	1,3829	1,3962	1,4086	1,4360	1,4597
%	18,0	25,9	30,7	33,9	36,3	38,3	39,6	40,9	43,6	46,0

Na rysunku 3 zilustrowano wykresami zwiększenie nośności słupów w funkcji liczby n sprzężonych głowic słupów oraz zmienności v nośności słupów ustroju klasy RC2.

Rys.3. Zwiększenie nośności słupów ustroju klasy RC2 o wskaźniku $t = \beta = 3,8$.

W tabelicy 2 zamieszczono zwiększenie nośności słupów o sprzężonych głowicach konstrukcji klasy RC3 o zalecanym wskaźniku niezawodności $t = \beta = 4,3$ (hale o dużych konsekwencjach zniszczenia).

Tabl. 2 Zwiększenie nośności sprzężonych słupów hali klasy RC3, $t = \beta = 4,3$.

$n =$	2	3	4	5	6	7	8	9	12	16
$v=0,06$	1,018	1,1470	1,1739	1,1922	1,2058	1,2163	1,2248	1,2318	1,2473	1,2608
$v=0,08$	1,1536	1,2216	1,2622	1,2899	1,3103	1,3262	1,3390	1,3496	1,3730	1,3933
$v=0,09$	1,1849	1,2668	1,3157	1,3490	1,3736	1,3927	1,4081	1,4209	1,4491	1,4735
$v=0,10$	1,2210	1,3188	1,3772	1,4170	1,4464	1,4693	1,4877	1,5029	1,5366	1,5846

Przyrost nośności w przypadku stężenia większej niż 9 liczby głowic słupów za pomocą stężeń połączeniowych jest mały. Z uwagi na obciążenia termiczne hal energoaktywnych w rachubę wchodzi na ogół do 16 słupów w jednej ścianie podłużnej.

5. PODSUMOWANIE

Z przeprowadzonej analizy numerycznej wynika, że sprzężenie głowic słupów hal konwencjonalnych za pomocą stężeń połączeniowych w jednym kinematycznie dopuszczalnym przechyłowym mechanizmie zniszczenia zwiększa niezawodność konstrukcji powyżej klas zalecanych w normie [14].

Brak sprzężenia głowic słupów zmniejsza niezawodność poniżej zaleceń normowych.

Im większy jest współczynnik v_1 zmienności nośności słupów tym większe są korzyści ze sprzężenia głowic słupów. Jest to **swoisty paradoks natury fizycznej**.

Z pracy wynika wniosek generalny: należy stosować podłużne stężenia połączeniowe wzdłuż słupów konwencjonalnych konstrukcji hal, zwłaszcza przystosowywanych do pozyskiwania energii z promieniowania słonecznego za pomocą absorberów rozmieszczanych na przekryciach lub wewnątrz przestrzeni konstrukcyjnej.

Segmentowa optymalizacja nośności i niezawodności prętowych konstrukcji złożonych zwłaszcza hal wielko powierzchniowych poprzez sprzężanie sprawczych elementów konstrukcji we wspólne KDMZ w każdym przypadku prowadzi do zwiększenia nośności konstrukcji i zmniejsza jej wrażliwość na lokalne przeciążenia węzłów.

Należy nadmienić, że konstrukcje wybranych regularnych i ekonomicznych struktur przestrzennych [8, 9, 10], mają dostateczną sztywność połączeniową oraz odpowiednią konfigurację geometryczną do sprzężenia głowic słupów bez dodatkowych stężeń.

Sposób probabilistycznej optymalizacji nośności konstrukcji konwencjonalnych przekryć zostanie pokazany w odrębnej pracy.

Piśmiennictwo

- [1] Biegus A., Stalowe budynki halowe, Arkady, Warszawa 2003.
- [2] Biegus A., Podstawy probabilistycznej analizy bezpieczeństwa konstrukcji. Of. Wyd. P.Wr. 1996.
- [3] Bogucki Wł., Budownictwo stalowe. Wydanie czwarte, cz.2. Arkady 1977, s.33-35
- [4] Gwóźdź M., Machowski A. Wybrane badania i obliczenia konstrukcji budowlanych metodami probabilistycznymi. Wyd. Politechniki Krakowskiej, Kraków 2011.
- [5] Dziubdziała W., Kopociński B., Kowal Z.: Ultimate bearing capacity of structural systems with minimal critical sets having joint elements in pairs. Archives of Mechanics 25, 5/1973, s. 719-731.
- [6] Kowal Z.: O przyczynach zmniejszenia niezawodności konstrukcji stalowych wielko powierzchniowych hal. Remo 2009. Wiadomości Konserwatorskie 26/ 2009, s.565-573.
- [7] Kowal Z., Tkaczyk Ł.: Uszkodzenia doczołowo- stycznych połączeń dźwigarów z falistym środkiem. Konferencja N-T AWARIE BUDOWLANE, Szczecin-Międzyzdroje, 23-26 maj 2007, s.607-614.
- [8] Kowal Z., Piotrowski R., Szychowski A.: Sztywność połączeniowa struktur prętowych o oczkach kwadratowych, Konf. NT KILiW PAN i KN PZITB, Krynica 2011-06-22, s. s.249-256.
- [9] Kowal Z.: The formation of space bar structures supported by the system reliability theory. Arch. of Civil and Mechanical Engineering, Vol. XI, No. 1, 2011.s.115-133.
- [10] Kowal Z., Hazards associated with the load-bearing capacity of bar space structures during assembly and performance. Promysłowe budownictwo ta inżynerni sporudy. Kijów 2011, s.675-682.
- [11] Kucharczuk W.: Stalowe hale i budynki wielokondygnacyjne. Wyd.P.Cz., Częstochowa 2004.

- [12] Łubiński M., Filipowicz A., Żółtowski W.: Konstrukcje metalowe. Arkady, Warszawa 2000.
- [13] Murzewski J., Niezawodność konstrukcji inżynierskich. Arkady, Warszawa 1989.
- [14] Eurokod PN-EN – 1990:2002. Podstawy projektowania konstrukcji.
- [15] Eurokod 3: PN-EN 1993-1 do 12 (2006-2008) Projektowanie konstrukcji stalowych.
- [16] Eurokod 1: PN-EN 1991-1-3: Oddziaływanie na konstrukcje, Część 1-3: Obciążenie śniegiem.
- [17] Eurokod 1: PN-EN 1991-1-4: Oddziaływanie na konstrukcje, Część 1-4: Obciążenie wiatrem.
- [18] Zieliński R., Tablice statystyczne. PWN, Warszawa 1972.

PROBABILISTIC OPTIMISATION OF BEARING CAPACITY OF COLUMNS IN CONVENTIONAL HALLS

Summary

The paper presents probabilistic optimisation of bearing capacity and reliability of steel columns of halls. An increase in bearing capacity and reliability was achieved by coupling column heads by means of longitudinal slope bracing into a single kinematically admissible failure mechanism. The increase was estimated with respect to estimates based on standards. The work was illustrated with examples. The Tables provide coefficients of bearing capacity increase as a function of column number and coefficients of bearing capacity variation of coupled columns. A decrease in bearing capacity and reliability of non-connected columns was estimated – their reliability fell below that stated by the Norm.

Zbigniew KOWAL¹
Karolina OTWINOWSKA²
Andrzej SZYCHOWSKI³
Politechnika Świętokrzyska w Kielcach

SZTYWNOŚĆ POŁACIOWA HAL WIĄZAROWO – PŁAT- WIOWYCH PRZYSTOSOWANYCH DO POZYSKIWANIA ENERGII Z PROMIENIOWANIA SŁONECZNEGO.

STRESZCZENIE

W pracy pokazano wyniki analizy numerycznej sztywności połączeniowej przekrycia hali o konstrukcji wiązarowo - płatwiowej przystosowanej do pozyskiwania energii cieplnej z promieniowania słonecznego [1]. Celem analizy było wskazanie systemu stężeń, zapewniającego optymalną sztywność połączeniową przekrycia, w którym przewiduje się umieszczanie szklanych przegród przezroczystych. Przeanalizowano 4 modele stężeń połączeniowych podłużnych i poprzecznych i zbadano ich wpływ na przemieszczenia węzłów (zwłaszcza w głowicach słupów) oraz siły przekrojowe od obciążenia wiatrem w elementach konstrukcji. Największą sztywność połączeniową i najmniejszą masę uzyskano dla stężeń cięgnowych 2X (o wysokości 2 pól). Kolejnym rozwiązaniem są stężenia prętowe X oraz prętowe K. Najmniejszą sztywność wykazały stężenia cięgnowe X (o wysokości 1 pola). Stężenia cięgnowe X wykazują małą masę oraz łatwość regulacji geometrii konstrukcji, istotną przy montażu szkieletu oszklenia.

SŁOWA KLUCZOWE: hale wiązarowo - płatwiowe, sztywność połączeniowa, układy stężeń.

1. WPROWADZENIE.

W regularnych wiązarowo-płatwiowych halach tradycyjnych, historycznie ukształtował się układ jednakowych poprzecznych ram nośnych z poprzecznymi stężeniami połączeniowymi, uzasadniony małą sztywnością podłużną hal tradycyjnych w płaszczyźnie połąci. Rolą takiego stężenia jest przeniesienie obciążenia wiatrem ze ścian szczytowych na pionowe stężenia podłużne hali oraz redukcja długości wybočeníowych pasów górnych wiązarów. W takich halach wystąpiło w ostatnich latach wiele awarii i katastrof. Przyczyniło się do tego kilka czynników [2]: 1) ponad 10-krotne zmniejszenie masy nowoczesnych pokryć hal w stosunku do pokryć tradycyjnych [2, 3]; 2) kilkakrotne zmniejszenie przenikania ciepła

¹ zbigko@tu.kielce.pl

² karolinao@tu.kielce.pl

³ aszychow@tu.kielce.pl

przez obecnie stosowane pokrycia dachowe [2, 3, 4]; 3) niedostosowanie dotychczas obowiązujących norm, zwłaszcza obciążenia wiatrem [6] i śniegiem [7] do zmian klimatycznych i właściwości aerodynamicznych obiektów; 4) niewykorzystywanie w projektowaniu wiedzy o niezawodności konstrukcji [2], zwłaszcza w konstruowaniu poprawnego systemu stężeń hal do zwiększenia ich nośności i bezpieczeństwa.

Wraz z dostosowaniem normy europejskiej obciążenia wiatrem [9] do aktualnego stanu wiedzy, wg której obciążenie wiatrem szczytowych segmentów hal jest większe od obciążeń w części środkowej oraz występuje możliwość uwzględniania zmiennej na długości hali intensywności obciążenia wiatrem ścian bocznych (zwłaszcza dla długich hal), w rachubę wchodzi: 1) różnicowanie obciążenia ram poprzecznych; 2) wprowadzenie w tradycyjnych halach poprawnie skonstruowanych, ciągłych połaciowych stężeń podłużnych, wyrównujących obciążenie głowic słupów od parcia wiatru; 3) połączenie równoległe, z punktu widzenia niezawodności, kolejnych ram poprzecznych, redukujące ich „klawiszowanie” i zwiększające bezpieczeństwo całego systemu.

W przypadku przekryć wiązarowo – płatwiowych dostosowanych do pozyskiwania energii cieplnej z promieniowania słonecznego [1], zwiększenie sztywności połaciowej przekrycia zmniejsza ryzyko pęknięcia przegród szklanych, umieszczanych w płaszczyźnie pasów górnych wiązarów. W tradycyjnych halach wiązarowo – płatwiowych oszacowuje się siły w układach ram poprzecznych połączonych „klawiszowo”. Optymalizacja konstrukcji hal tradycyjnych oraz ergoaktywnych przekryć wiązarowo – płatwiowych w celu spełnienia wymogów nowej normy [9] jest możliwa poprzez wyrównanie obciążenia konstrukcji poszczególnych ram poprzecznych za pomocą założenia poprawnie zaprojektowanych podłużnych i poprzecznych stężeń połaciowych. Takie rozwiązanie można dodatkowo wspomagać za pomocą sztywnych pionowych stężeń umieszczanych w ścianach szczytowych.

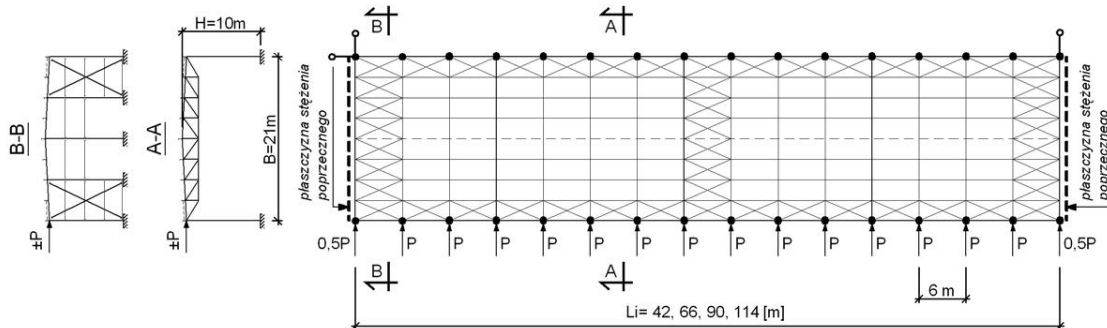
2. SCHEMAT STATYCZNY DO SZACOWANIA SZTYWNOŚCI POŁACIOWEJ.

Do oszacowania sztywności połaciowej ergoaktywnego przekrycia wiązarowo – płatwiowego [1] przyjęto (jako prototypową) dwuspadową halę stalową o rozpiętości $B=21$ m (rys. 1). Elementami nośnymi konstrukcji są poprzeczne ramy płaskie z rygłem kratowym w rozstawie 6 m. Elementy hali zostały obliczone [11] na siły przekrojowe, wynikające z obciążenia konstrukcji absorberami i przegrodą szklaną oraz obciążeniami klimatycznymi w I strefie obciążenia wiatrem [9] oraz w III strefie obciążenia śniegiem [10]. W celu oszacowania sztywności połaciowej samego przekrycia (bez wpływu giętej sztywności słupów) przyjęto przegubowy (wahaczowy) schemat statyczny słupów w ścianach podłużnych oraz stężenia pionowe w ścianach szczytowych (rys. 1). Ocena sztywności postaciowej hal z uwzględnieniem giętej sztywności słupów będzie przedmiotem odrębnej pracy.

Obliczenia statyczne wykonano w układzie przestrzennym (3D) przy wykorzystaniu programu Autodesk Robot Structural Analysis Professional 2009. Przyjęto następujące przekroje prętów: 1) pas górny: $\frac{1}{2}$ IPE330, 2) pas dolny: $\frac{1}{2}$ IPE200, 3) wykratowanie: RK60x4 (skrajne słupki i krzyżulce) oraz RK50x4 (pozostałe słupki i krzyżulce), 4) płatwie: IPE180, podwieszane co $L_v/3$ prętami okrągłymi $\phi 16$. W modelu obliczeniowym (MES) przekrycia przyjęto ciągłe pasy wiązara kratowego i przegubowe połączenia wykratowania z pasami. Pasy górne kratownic połączono z płatwiami przegubowo.

Na rys. 1 pokazano schemat rozwijania długości przekrycia hali, wyznaczony rozstawem pionowych stężeń poprzecznych w ścianach szczytowych, $L_i = 42, 66, 90, 114$ m. W celach porównawczych rozpiętość przekrycia (B) oraz długości (L_i) przyjęto analogicznie do konstrukcji przekrycia strukturalnego, analizowanego w pracy [5]. Do skrajnych węzłów pasów górnych kratownic przyłożono porównawcze obciążenie poziome: $P=20$ kN dla ram

środkowych i $0,5P=10$ kN dla ram skrajnych (rys. 1). Przyjęte obciążenie odpowiada w przybliżeniu I strefie obciążenia parciem i ssaniem wiatru [9] hali o wysokości $H \approx 10$ m. Na tej podstawie oszacowano przemieszczenia (W_i) oraz dodatkowe siły (S_i) w skrajnych elementach konstrukcyjnych przekrycia.



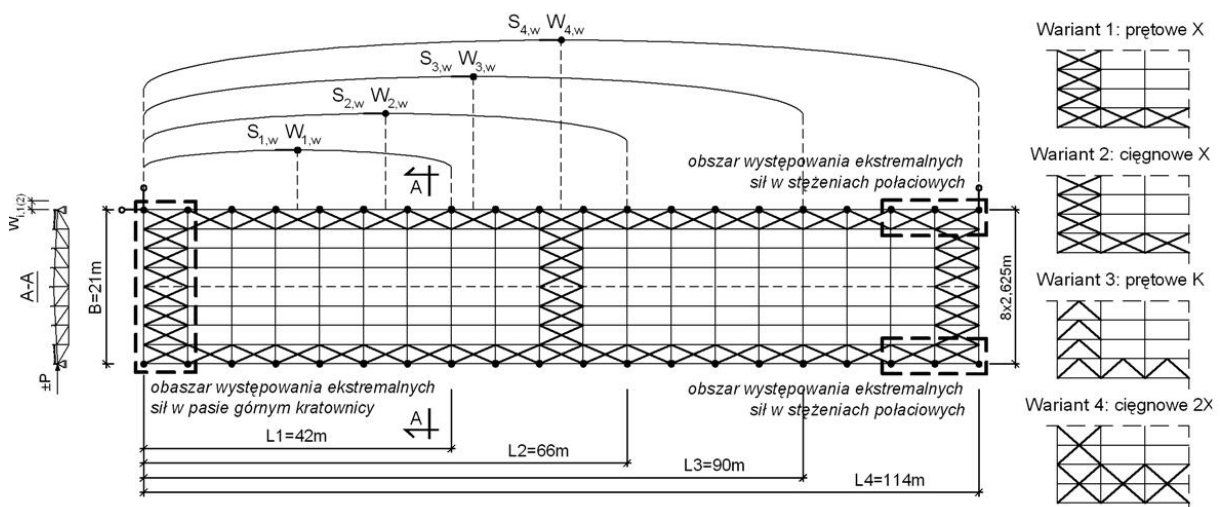
Rys. 1. Schemat analizowanego przekrycia hali.

W polach przyokapowych przekrycia (rys. 1) założono stężenia połączeniowe podłużne. Połączeniowe stężenia poprzeczne rozmieszczano w polach skrajnych i nie rzadziej niż co ósme pole [3, 8]. W kalenicy oraz w miejscach załamania pasów dolnych zastosowano pionowe stężenia międzywiązarowe.

Przeanalizowano także dodatkowe schematy rozmieszczenia poprzecznych stężeń połączeniowych: 1) dla segmentów o długości $L_2=66$ m – w polach skrajnych i w polu środkowym (schemat 2a); 2) dla segmentów o długości $L_3=90$ m – w polach skrajnych i dwóch polach pośrednich, pola stężone: 1-5-11-15 (schemat 3a); 3) dla segmentów o długości $L_4=114$ m – w co szóstym polu: 1-7-13-19 (schemat 4a), (tablice 1 do 4).

2.1 Połączeniowe stężenia prętowe „X” (wariant 1)

W wariantcie 1 przewidziano stężenia prętowe X z kątowników równoramiennych (od LR50x5 do LR120x10). Na rys. 2 przedstawiono model obliczeniowy stężenia oraz oznaczono miejsca szacowania przemieszczeń węzłowych ($W_{i,1}$), sił w płatwiach skrajnych ($S_{i,1}$), a także strefy występowania ekstremalnych sił w stężeniach podłużnych oraz pasach górnych wiązarów hal o długościach modularnych $L_i=42, 66, 90, 114$ m.



Rys. 2. Rozmieszczenie „punktów pomiarowych” przemieszczeń węzłowych i sił przekrojowych w prętach.

W tablicy 1 zamieszczono rezultaty analizy wariantu 1: maksymalne przemieszczenia poziome $W_{i,1}$ (kol. 3), ekstremalne siły osiowe w płatwiach skrajnych $S_{i,1}$ (kol. 4, 5), stężeniach $S_{i,1,ST}$ (kol. 6, 7) i w pasach górnych wiązarów $S_{i,1,PG}$ (kol. 8, 9) hal o długościach $L_i = 42, 66, 90, 114\text{m}$.

Tablica 1. Przemieszczenia poziome oraz ekstremalne siły podłużne w elementach hali (wariant 1: prętowe X).

L.p.	L_i [m]	$W_{i,1}$ [cm]	Płatwie skrajne $S_{i,1}$ [kN]		Stężenia $S_{i,1,ST}$ [kN]		Pas górny $S_{i,1,PG}$ [kN]	
			ściskanie	rozciąganie	ściskanie	rozciąganie	ściskanie	rozciąganie
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	42	1,17	53,81	-56,50	28,70	-27,61	69,07	-17,78
2	66	6,21	144,15	-146,73	58,03	-56,26	121,74	-54,93
3	90	20,06	270,00	-272,81	110,27	-102,32	198,51	-109,43
4	114	49,46	430,49	-433,47	201,57	-191,55	297,50	-181,91
2a	66a	6,19	143,77	-146,42	58,04	-56,27	121,65	-54,72
3a	90a	11,06	163,69	-167,31	85,72	-83,37	173,90	-88,32
4a	114a	30,75	344,64	-347,66	157,62	-147,56	267,55	-156,20

2.2 Połaciowe stężenia ciągnowe „X” (wariant 2)

W wariantcie 2 założono stężenia ciągnowe X z prętów okrągłych $\phi 32$. Model obliczeniowy stężenia oraz miejsca szacowania przemieszczeń węzłowych ($W_{i,2}$), sił w płatwiach skrajnych ($S_{i,2}$), stężeniach ($S_{i,2,ST}$) i pasach górnych wiązarów ($S_{i,2,PG}$) jest analogiczny do pokazanego na rys. 2. Rezultaty analizy wariantu 2 zamieszczono w tablicy 2. Na rys. 5 zamieszczono również wyniki analizy sztywności stężenia ciągnowego 2X.

Tablica 2. Przemieszczenia poziome oraz ekstremalne siły podłużne w elementach hali (wariant 2: ciągnowe X).

L.p.	L_i [m]	$W_{i,2}$ [cm]	Płatwie skrajne $S_{i,2}$ [kN]		Stężenia $S_{i,2,ST}$ [kN]		Pas górny $S_{i,2,PG}$ [kN]	
			ściskanie	rozciąganie	ściskanie	rozciąganie	ściskanie	rozciąganie
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	42	1,85	60,39	-67,81	-	-53,39	68,42	-9,94
2	66	8,94	155,71	-178,58	-	-107,05	130,86	-35,50
3	90	27,22	289,51	-329,85	-	-172,34	214,19	-76,14
4	114	64,52	459,12	-516,74	-	-334,94	318,49	-133,30
2a	66a	8,90	156,66	-178,08	-	-106,99	130,79	-35,43
3a	90a	17,43	222,37	-215,14	-	-160,63	191,27	-63,64
4a	114a	45,43	408,42	-366,57	-	-266,61	291,20	-116,09

2.3 Połaciowe stężenia „K” (wariant 3)

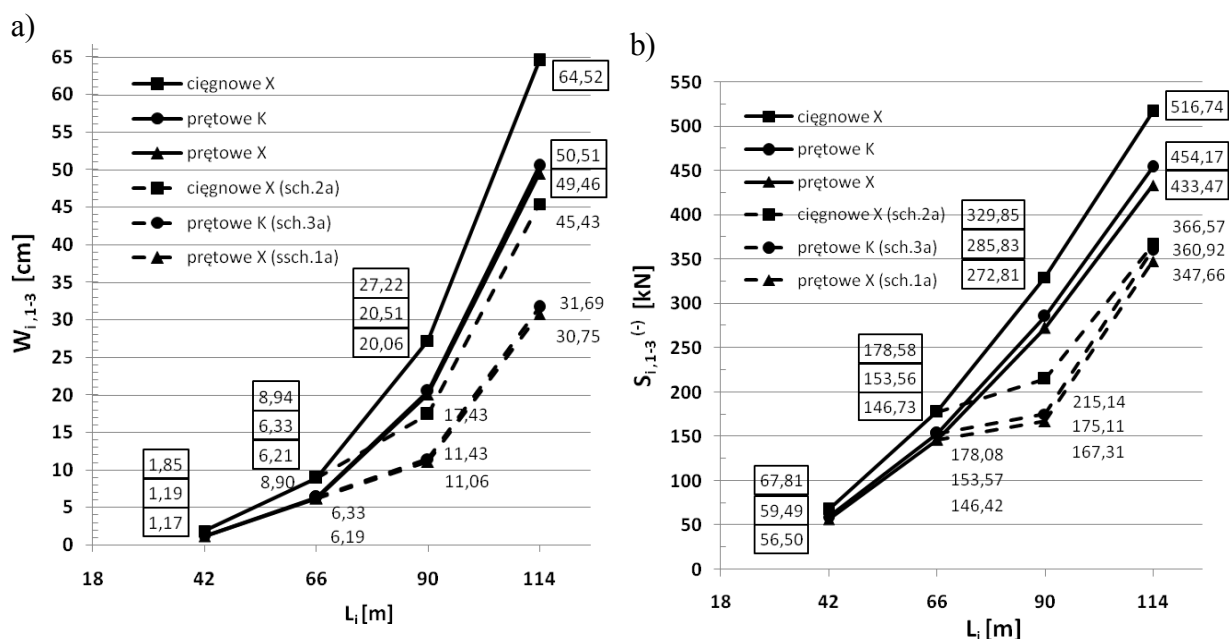
W wariantcie 3 założono stężenia prętowe K z kątowników równoramiennych (od LR60x6 do LR130x12). Model obliczeniowy stężenia oraz miejsca szacowania przemieszczeń węzłowych ($W_{i,3}$), sił w płatwiach skrajnych ($S_{i,3}$), stężeniach ($S_{i,3,ST}$) i pasach górnych wiązarów ($S_{i,3,PG}$) jest analogiczny do pokazanego na rys. 2. Rezultaty analizy wariantu 3 zamieszczono w tablicy 3.

Tablica 3. Przeszacowania poziome oraz ekstremalne siły podłużne w elementach hali (wariant 3: prętowe K).

L.p.	L_i [m]	$W_{i,3}$ [cm]	Płatwie skrajne $S_{i,3}$ [kN]		Stężenia $S_{i,3,ST}$ [kN]		Pas górny $S_{i,3,PG}$ [kN]	
			ściskanie	rozciąganie	ściskanie	rozciąganie	ściskanie	rozciąganie
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	42	1,19	56,41	-59,49	30,92	-30,90	70,44	-23,97
2	66	6,33	150,44	-153,56	61,80	-61,80	136,25	-71,03
3	90	20,51	282,38	-285,83	128,84	-128,88	223,73	-139,76
4	114	50,51	450,44	-454,17	237,74	-237,81	332,50	-229,79
2a	66a	6,33	150,43	-153,57	61,80	-61,80	136,25	-71,03
3a	90a	11,43	170,68	-175,11	92,65	-92,66	194,82	-110,86
4a	114a	31,69	357,12	-360,92	185,61	-185,66	298,16	-195,46

2.4 Porównanie wariantów stężeń

Na rys. 3a porównano przeszacowania poziome $W_{i,w}$ [cm] przekryć wiązarowo – płatwiowych (Tablica 1, 2, 3, kol. 3), a na rys. 3b – siły rozciągające w płatwiach skrajnych $S_{i,w}$ [kN] (Tablica 1, 2, 3, kol. 5) dla podstawowych ($i=1, 2, 3, 4$) oraz dodatkowych ($i=2a, 3a, 4a$) schematów rozmieszczenia stężeń połączeniowych w funkcji długości hali L_i .

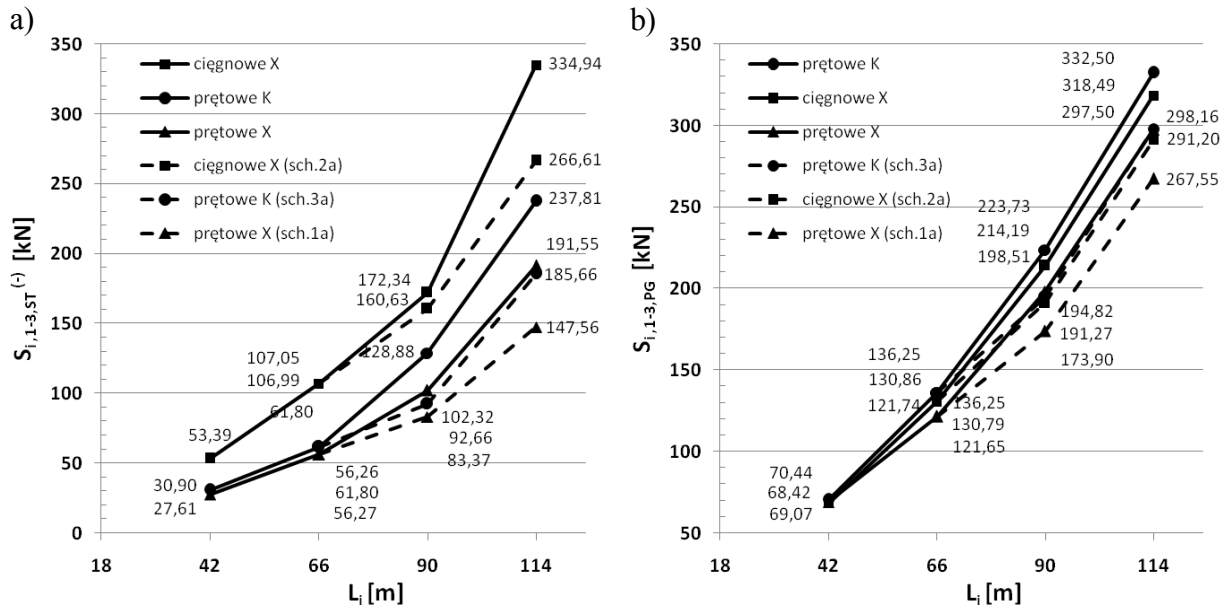


Rys. 3. a) Przeszacowania poziome węzłów, b) ekstremalne siły rozciągające w płatwiach skrajnych.

Przeszacowania poziome elementów przekrycia wiązarowo – płatwiowego rosną nieliniowo wraz z długością hali (L_i). Największe przeszacowania wystąpiły w wariantcie 2 (ciągnowe X), o 30% większe od przeszacowań odnotowanych w wariantcie 1 (prętowe X). Różnice przeszacowań między wariantami 1 i 3 (prętowe K), oscylują wokół 1%. Wprowadzenie dodatkowych stężeń poprzecznych redukuje przeszacowania o ponad 35% dla $L_3=90$ m oraz o ponad 30% dla $L_4=114$ m, dla $L_2=66$ m różnica jest prawie niezauważalna.

Podłużne siły ściskające w płatwiach skrajnych rosną nieliniowo wraz z długością hali. Wprowadzenie dodatkowych stężeń poprzecznych redukuje siły rozciągające w płatwiach skrajnych o ok. 35 – 40 % dla $L_3=90$ m (sch. 2a) oraz ok. 20 – 30% dla $L_4=114$ m (sch. 3a).

Na rys. 4 porównano maksymalne siły rozciągające w elementach stężeń oraz maksymalne siły ściskające w pasach górnych wiązarów w funkcji długości hali L_i . Uwaga: Obszary występowania maksymalnych sił w elementach stężeń i pasów górnych wiązarów pokazano schematycznie na rys. 2.



Rys. 4. a) Siły rozciągające w stężeniach, b) siły ściskające w pasie górnym w funkcji długości L_i .

Zarówno siły w stężeniach, jak i siły w pasach górnych wiązarów rosną nieliniowo wraz z rozbudową długości połączenia dachowej. Największe siły odnotowano w stężeniach ciężnowych X. Zastosowanie pośrednich stężeń połączeniowych (sch. 3a, 4a) redukuje siły w stężeniach: o 7 – 30% dla $L_3=90$ m oraz ok. 20 – 23% dla $L_4=114$ m. Największe siły ściskające w pasach górnych wiązarów odnotowano dla stężeń prętowych K. Redukcja sił, wynikająca z wprowadzenia dodatkowych stężeń poprzecznych (sch. 3a, 4a) wynosi: maksymalnie 13% dla $L_3=90$ m oraz 10% dla $L_4=114$ m.

3. OSZACOWANIE SZTYWNOŚCI POŁACIOWEJ UKŁADÓW STĘŻEŃ.

Umowną sztywność połączeniową $K_{i,w}$ oszacowano wg [5] ze wzoru (1).

$$K_{i,w} = \frac{qL_i}{W_{i,w}} = \frac{\sum P}{W_{i,w}} \quad [kN/cm] \quad (1)$$

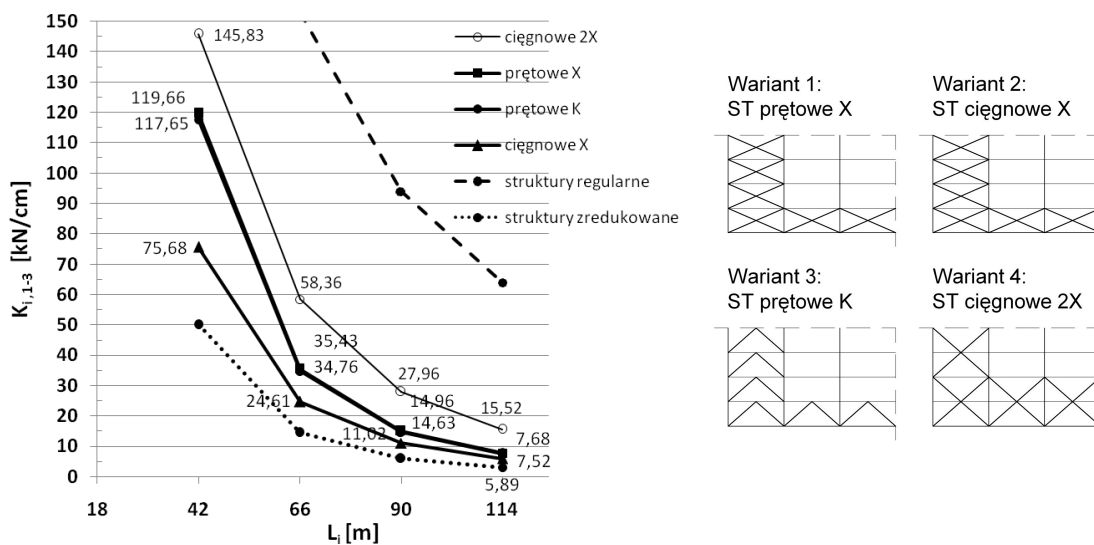
gdzie : $qL_i = \sum P$ - sumaryczne obciążenie poziome działające na przekrycie o długości L_i [kN],
 $W_{i,w}$ - maksymalne poziome przemieszczenie przekrycia [cm].

W tabelicy 4 (kol. 5, 7, 9) zamieszczono sztywności połączeniowe przekrycia wiązarowo-płatwiowego dla różnych stężeń w funkcji długości hali (L_i).

Na rys. 5 można dokonać porównania wykresów umownej sztywności połączeniowej przekryć wiązarowo – płatwiowych różnych wariantów stężeń ze sztywnością połączeniową struktur regularnych (linia przerywana) oraz struktur zredukowanych (linia kropkowa) o węzłach przegubowych [5] w funkcji długości hali (L_i). Uwaga: Sztywność połączeniowa stężeń prętowych K (rys. 5, dolne wartości) prawie pokrywa się z wykresem sztywności stężeń prętowych X (rys. 5, górne wartości).

Tablica 4. Umowna sztywność połączeniowa przekryć wiązarowo – płatwiowych.

L.p.	L_i [m]	ΣP [kN]	Prętowe X (war. 1)		Ciężnowe X (war. 2)		Prętowe K (war. 3)	
			$W_{i,1}$ [cm]	$K_{i,1}$ [kN/cm]	$W_{i,2}$ [cm]	$K_{i,2}$ [kN/cm]	$W_{i,3}$ [cm]	$K_{i,3}$ [kN/cm]
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	42	140	1,17	119,66	1,85	75,68	1,19	117,65
2	66	220	6,21	35,43	8,94	24,61	6,33	34,76
3	90	300	20,06	14,96	27,22	11,02	20,51	14,63
4	114	380	49,46	7,68	64,52	5,89	50,51	7,52
2a	66a	220	6,19	35,54	8,90	24,72	6,33	34,76
3a	90a	300	11,06	27,12	17,43	17,21	11,43	26,25
4a	114a	380	30,75	12,36	45,43	8,36	31,69	11,99



Rys. 5. Porównanie sztywności połączeniowych $K_{i,w}$ [kN/cm] przekryć długości $L_i = 42, 66, 90, 114$ m.

Sztywności połączeniowe przekryć wiązarowo – płatwiowych maleją nieliniowo wraz ze zwiększeniem rozstawu stężeń poprzecznych hali (długością przekrycia L_i). Największą sztywność uzyskano dla połączeniowych stężeń ciężnowych 2X.

Zastosowanie stężeń ciężnowych 2X skutkuje blisko dwukrotnym zwiększeniem sztywności połączeniowej w stosunku do stężeń ciężnowych X, przy jednoczesnej redukcji masy stężeń o ok. 5 – 15% (w zależności od długości przekrycia, L_i).

Wysoką sztywność wykazują stężenia prętowe X (rys. 5, górne wartości). Nieznaczny spadek sztywności (ok. 2%) uzyskano dla stężeń prętowych K (rys. 5, dolne wartości).

Stężenia ciężnowe X wykazują znacząco mniejszą sztywność połączeniową (od ok. -23% do -36%) niż stężenia prętowe X (rys. 5, górne wartości).

Z porównanych na rys. 5 wykresów wynika, że największą sztywnością połączeniową charakteryzują się struktury regularne. W porównaniu do zredukowanych struktur przestrzennych o węzłach przegubowych, wszystkie warianty stężeń przekrycia wiązarowo – płatwiowego wykazały większą sztywność połączeniową.

4. PODSUMOWANIE.

Z przeprowadzonych analiz wynika, że do wyrównania poziomego obciążenia poszczególnych słupów hal wiązarowo – płatwiowych oraz sprzęgania przemieszczeń głowic słupów nadają się stężenia cięgnowe 2X (wariant 4), prętowe X (wariant 1) i prętowe K (wariant 3).

Maksymalną sztywność połączeniową (względem masy stężeń) dają stężenia cięgnowe 2X.

Dodanie do podłużnych stężeń połączeniowych 2-ch poprzecznych stężeń połączeniowych w halach o długości $L \geq 90$ m zwiększa sztywność dla $L=90$ m o ok. 80% oraz dla $L=114$ m o ok. 60%.

Wniosek generalny: W konstrukcjach przekryć hal konwencjonalnych należy stosować połączeniowe stężenia podłużne w celu sprzęgania przemieszczeń głowic słupów.

Piśmiennictwo

- [1] Kowal Z., Szychowski A., Patent nr 182933 „Budowlany dach wiązarowo-płatwiowy do pozyskiwania energii cieplnej”. UP RP Warszawa 2002.
- [2] Kowal Z.: O przyczynach zmniejszenia niezawodności konstrukcji stalowych wielkopowierzchniowych hal, Remo 2009, Wiadomości konserwatorskie, 26/2009, s. 565- 573.
- [3] Biegus A.: Stalowe budynki halowe, Arkady, 2010.
- [4] Budownictwo ogólne, Tom 2, Fizyka budowli, Arkady, 2010.
- [5] Kowal Z., Piotrowski R., Szychowski A.: Sztywność połączeniowa struktur prętowych o oczkach kwadratowych, Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej Nr 276, Seria: Budownictwo i Inżynieria Środowiska, Zeszyt 58, Nr 3/2011/II, s. 249-256.
- [6] PN-77/B-02011- Obciążenia w obliczeniach statycznych. Obciążenie wiatrem.
- [7] PN-80/B-02010- Obciążenia w obliczeniach statycznych. Obciążenie śniegiem.
- [8] PN-90/B-03200: Konstrukcje stalowe. Obliczenia statyczne i projektowanie.
- [9] PN-EN 1991-1-4:2008. Oddziaływania na konstrukcje. Część 1-4: Oddziaływania ogólne – Oddziaływania wiatru.
- [10] PN-EN 1991-1-3:2005. Oddziaływania na konstrukcje. Część 1-3: Oddziaływania ogólne – Obciążenie śniegiem.
- [11] PN-EN 1993-1-1:2005 + AC:2006. Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków.

RIGIDITY OF ROOF IN TRUSS-PURLIN HALLS ADAPTED FOR EXTRACTING ENERGY FROM SOLAR RADIATION

Summary

The paper presents results of a numerical analysis of roof rigidity in halls with truss-purlin structure adapted for extracting energy from solar radiation [1]. The aim of the paper was to indicate the system of braces which assure optimal rigidity of the roof covering with a glass transparent divider. Four types of longitudinal and transversal X- and K- shaped braces were analysed. The objective of the analysis was to investigate their influence on column head displacements and internal forces in elements of structure under wind load. The greatest roof rigidity and the least weight were obtained by 2X-shaped tie rod braces (with double height). The subsequent solutions were X- shaped rod braces and K- shaped ones. The lowest roof rigidity was proved by X- shaped rod braces (with single height). Tie rod braces also obtained small weight and easily adjusted geometry of structure, significant at assembly of glazing skeleton.

Maciej KOŻUCH¹
Sławomir ROWIŃSKI²
Wojciech LORENC³
Ernest KUBICA⁴
Politechnika Wrocławska

MODEL ZNISZCZENIA ŁĄCZNIKA W ZESPOLENIU TYPU COMPOSITE DOWELS

STRESZCZENIE

Połączenie ścinane typu composite dowels powstaje poprzez zabetonowanie specyficznym przeciętego, stalowego środka belki dwuteowej [1]. Nowoczesne zespolenie jest stosowane w Europie, przede wszystkim w obiektach mostowych. Skomplikowana praca połączenia w konstrukcji wymagała szczegółowego rozpoznania. W tym celu przeprowadzono badania doświadczalne oraz obliczenia numeryczne, które opisano w referacie. Autorzy przedstawili najnowsze wyniki badań skupiając się na kwestiach nośności sprężystej łączników oraz opisie zaobserwowanych modeli pęknięć zmęczeniowych. Przedstawiono założenia budowy modeli numerycznych, zwracając uwagę na kontakt między stalą a betonem, siatkę ES oraz współczynnik tarcia. Zaprezentowano testy zespolonych belek pod obciążeniem statycznym oraz cyklicznym, na podstawie których uzyskano model zniszczenia łącznika typu composite dowels. Porównano odczyty z czujników indukcyjnych oraz tensometrów elektrooporowych z wynikami obliczeń numerycznych. Przeprowadzono analizę etapów powstawania rys zmęczeniowych. Odniesiono się do prędkości propagacji pęknięć, opisano globalny ich układ w zależności od sił wewnętrznych.

SŁOWA KLUCZOWE: konstrukcje zespolone, ciągłe łączniki otwarte typu composite dowels, badania doświadczalne, analizy numeryczne MES.

1. WSTĘP

Obecnie na coraz większą skalę wykorzystywane jest w konstrukcjach zespolonych stalowo – betonowych zespolenie typu composite dowels, badane po raz pierwszy w trakcie międzynarodowego projektu Precobeam [2]. Po zakończeniu projektu, ze względu na ciągłe rozwijającą się technologię wytwarzania zespolenia, a nawet budowy obiektów

¹ maciej.kozuch@pwr.wroc.pl

² slawomir.rowinski@pwr.wroc.pl

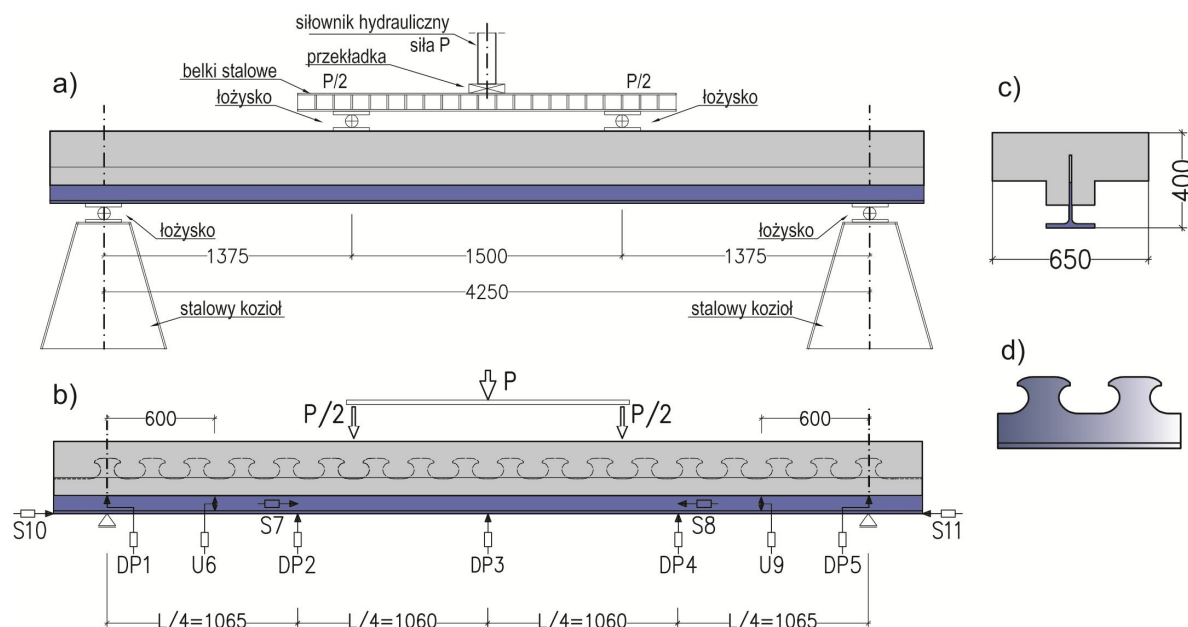
³ wojciech.lorenc@pwr.wroc.pl

⁴ ernest.kubica@pwr.wroc.pl

z rozważanymi belkami, wciąż pozostało do rozwiązania wiele kwestii dotyczących m.in. nośności sprężystej i zmęczeniowej łączników, czy nośność belek na ścinanie poprzeczne. Wymusza to prowadzenie badań doświadczalnych i analiz numerycznych do opisu występujących zjawisk, a tematyka łączników stalowych od samego początku powstawania zespolenia była podejmowana na Politechnice Wrocławskiej.

2. BADANIA DOŚWIADCZALNE

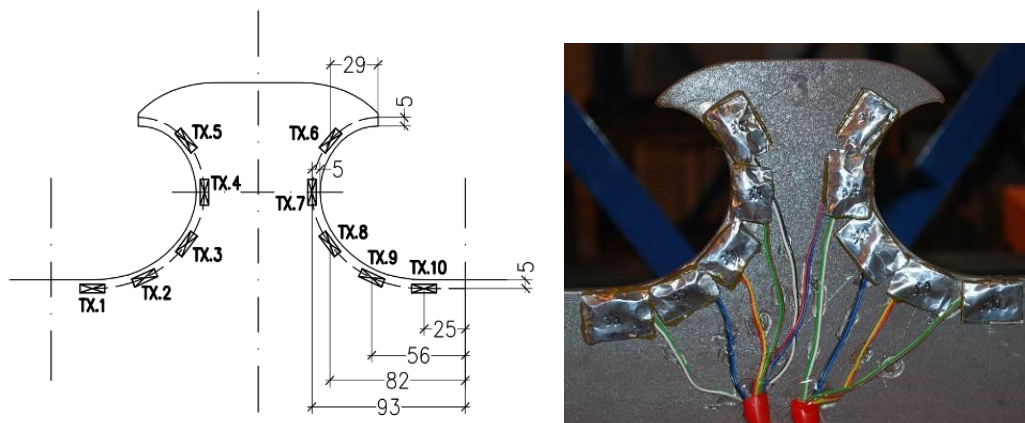
W latach 2010 – 2011 w Akredytowanym Laboratorium Instytutu Budownictwa Politechniki Wrocławskiej przeprowadzono statyczne i cykliczne badania doświadczalne, mające na celu określenie nośności sprężystej oraz wytrzymałości zmęczeniowej ścinanego połączenia typu composite dowels MCL. Testowano pełnowymiarowe elementy belkowe, prowadząc pomiary ugięć i poślizgów czujnikami indukcyjnymi oraz pomiary odkształceń tensometrami elektrooporowymi. Badaniom poddano 6 belek zespolonych, cztery z nich o wysokim średnicy (rys. 1c) i dwie o niższym średnicy stalowym. Stalowe łączniki zespalające uzyskano przez rozcięcie dwuteownika IPE 500 (S355J2N). Szczegółowy opis badań znajduje się w [3,4]. Przekroje badanych belek oraz stanowisko badawcze przedstawiono na rysunku 1.



Rys. 1. Stanowisko badawcze: a) schemat stanowiska badawczego, b) układ czujników indukcyjnych DP1-DP5 – pomiar ugięć, S7-S8 i S10-S11 – pomiar poślizgów między stalą i betonem, U6 i U9 – pomiar względnych przemieszczeń pionowych między stalą i betonem, c) przekrój belki o wysokim średnicy B1, d) kształt wycięcia MCL

2.1 Statyczne badania doświadczalne

Badania statyczne belek przeprowadzono w celu doświadczalnego potwierdzenia wytrzymałości łączników stalowych zapewniających przenoszenie sił rozwarstwiających między stalą i betonem oraz w celu kalibracji modeli MES. Program badań zakładał najpierw przeprowadzenie 25 cykli obciążenia w zakresie 5-40 % siły niszczącej, a następnie obciążenie każdej belki do zniszczenia. Z częstotliwością 1 Hz mierzone były poślizgi i ugięcia (rys. 1) oraz odkształcenia we wszystkich punktach pomiarowych. Na każdej z belek umieszczono na łącznikach stalowych w sumie 66 tensometrów (rys. 2) oraz kolejne 28 tensometrów na stalowym pasie dolnym, płycie betonowej i prętach zbrojeniowych.



Rys. 2. Tensometry na łącznikach stalowych oraz ich numeracja

Badania wykazały, że nośność belek uwarunkowana jest nie przez zniszczenie zespolecia, ale przez osiągnięcie plastycznego rozkładu naprężeń w przekroju poprzecznym belki.

Po wykonaniu badań niszczących belki przecięto i rozkuto, dokonując inspekcji łączników stalowych. Potwierdzono wizualnie schemat pracy łączników, inwentaryzując miejsca docisku betonu do stali na całej czołowej i na górnej tylnej powierzchni łącznika. Obserwacja zdeformowanych łączników również wskazała jednoznacznie na efekt „utwierdzenia” ich górnej części, co widać po kształcie ich odgięcia (rys. 3).



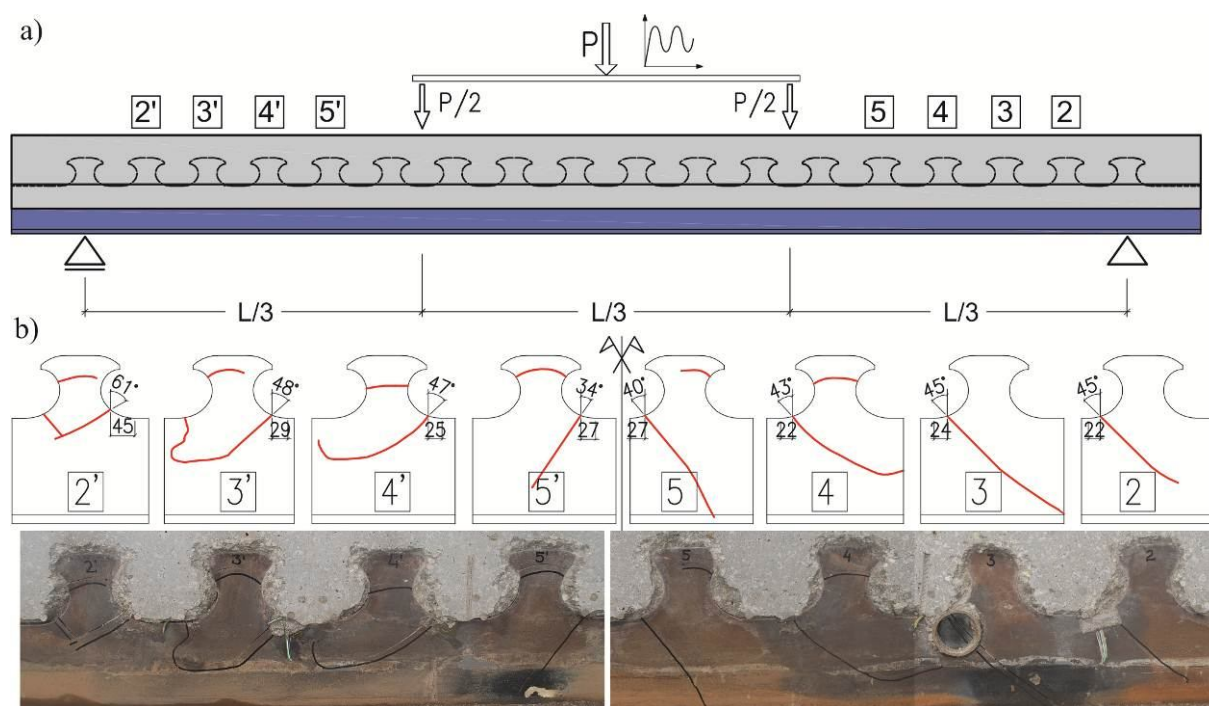
Rys. 3. Widoczne miejsca docisku betonu do stali (po lewej) oraz deformacja łącznika stalowego wskazująca na utwierdzenie jego górnej części w betonie

Kalibrację modeli MES wykonano bazując na odczytach odkształceń z tensometrów umieszczonych na łącznikach stalowych. Wykorzystano do tego celu odczyty dla każdego tensometru przy sile bliskiej minimalnej oraz maksymalnej z pierwszych 25 cykli obciążenia każdej belki, kiedy to łączniki pracowały w zakresie sprężystym. W ten sposób otrzymano dla każdego tensometru odczyty $\varepsilon_{i,\min}$ oraz $\varepsilon_{i,\max}$, na podstawie których określono wartość $\varepsilon_{i,p}$ odpowiadającą odkształceniu sprężystemu przy sile P równej różnicy między P_{\max} i P_{\min} . Z uzyskanych w ten sposób 25 wartości $\varepsilon_{i,p}$ odrzucono wartości skrajne, po czym założono, że zmienność pozostałych opisana będzie rozkładem t-Studenta. Następnie obliczono estymator odchylenia standardowego z pozostałej próby i do kalibracji modeli odrzucono 5 % kwantyle przy dwustronnym obszarze krytycznym. Uzyskano zatem oczekiwane, minimalne oraz maksymalne wartości odkształceń w każdym z punktów pomiarowych.

2.2 Cykliczne badania doświadczalne

Testowane belki obciążano w dwóch etapach. W pierwszym – statycznym, by umożliwić zarysowanie betonu w zakresie sił 60%, 80%, 100% maksymalnej siły. W drugim etapie – cyklicznym, dla amplitudy sił od 27% do 100% maksymalnej siły, by obserwować cykliczną pracę zespoleń oraz możliwe pęknięcia zmęczeniowe w stalowym łączniku. Jako maksymalną siłę przyjęto obciążenie wywołujące w łączniku naprężenia bliskie górnej granicy plastyczności, oszacowane na podstawie wstępnych analiz numerycznych. Elementy po zakończeniu badań, tj. po około 952 000 cykli rozcięto i rozkuto w celu weryfikacji stanu stali oraz betonu w krytycznych miejscach dla pracy zespoleń tj. karbach geometrycznych.

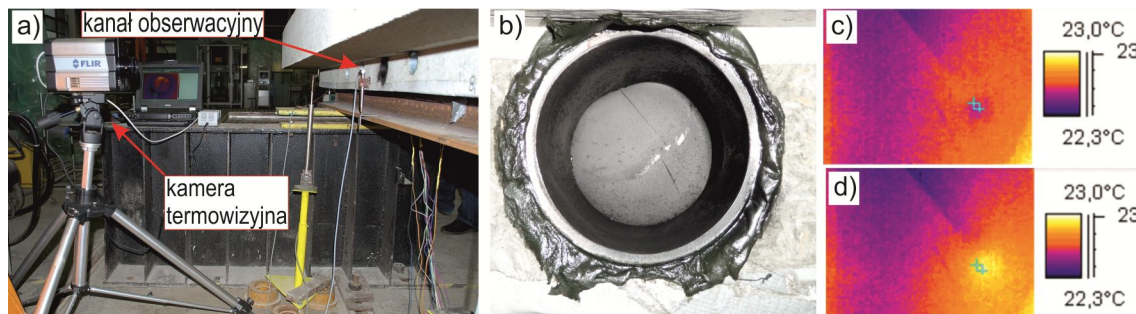
Uzyskano pęknięcia w każdym pracującym zębie. Zaobserwowano dwa modele pęknięć zmęczeniowych ścinanego połączenia (rys. 4). Pierwszy model zniszczenia, opisywany jako zerwanie półki stalowej, rozpoznano już w ramach badań zmęczeniowych projektu Precobeam [2], jednak wówczas testowano kształt wycięcia PZ i dużo niższy średnik stalowy. Rysa w tym modelu inicjuje w karbie geometrycznym stalowego łącznika i prostopadle do trajektorii głównych naprężeń rozciągających propaguje w kierunku dolnej, stalowej stopki belki zespolonej (rys. 4- ząb 2,3,5,5'). Drugi model pęknięcia zmęczeniowego to tzw. wyłamanie stalowego zęba. Jest to układ dwóch rys, spośród których jedna przy pewnej długości zmienia kierunek propagacji, powodując wyłamanie łącznika (rys. 4- ząb 2',3',4',4, rys. 9a).



Rys. 4. Badania doświadczalne: a) schemat statyczny belki, b) pęknięcia zmęczeniowe części stalowej

W układzie rys na stalowych łącznikach zaobserwowano zależność między kątem, pod jakim propagują rysy, a odległością od podpory obciążanej belki. Rysy znajdujące się przy podporze rozwijają się pod większym kątem (61° , 45°), niż te w przekrojach przesłowych (34° , 40°) (rys. 4b). Taki przebieg rys może wynikać z wpływu stałej siły poprzecznej oraz zanikającego przy podporze momentu zginającego. W przekroju środkowym, gdzie udział naprężeń rozciągających od momentu zginającego jest największy, rysy propagują w kierunku półki stalowej. Zniszczenie następuje poprzez zerwanie pasa, w odróżnieniu do zębów położonych przy podporze, w których rysy zmieniają kierunek i może nastąpić ich wrywanie.

W czasie badań doświadczalnych, przez odpowiednio przygotowane kanały, prowadzony był pomiar prędkości przyrostu długości rysy zmęczeniowej. Do tego wykorzystano kamerę termowizyjną o dużej częstotliwości i czułości pomiarów. Na podstawie obserwacji i pomiarów, obliczono przyrost długości rysy a , który wyniósł $\Delta a = 0,001671$ mm/cykl, dla długości rysy: początkowej $a_p=30$ mm i końcowej $a_k=37$ mm.



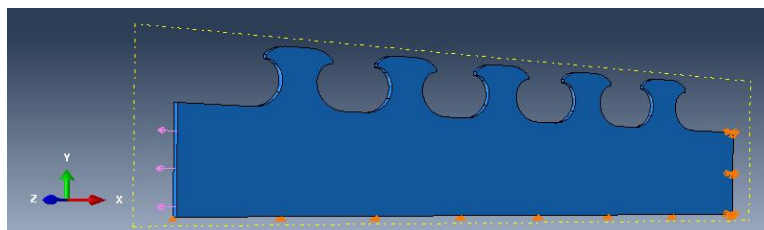
Rys. 5. Pomiar prędkości propagacji rysy: a) stanowisko pomiarowe, b) kanał obserwacyjny z propagującą rysą, c - d) pomiar z kamery termowizyjnej z czołem rysy przy jej zamknięciu (c) oraz otwarciu (d)

Przyrost długości rysy nie jest równomierny w czasie obciążania. Krzywa wzrostu pęknięcia zmęczeniowego ma najczęściej kształt litery S i można na niej wyróżnić trzy odcinki, różniące się krzywizną oraz szybkością wzrostu da/dN [5]. Odcinki te opisują etapy inicjacji, propagacji oraz kruche (nagłego) pęknięcia zmęczeniowego. W przypadku badanych belek, pomiary wzrostu rysy prowadzono dla fazy propagacji. Długość początkowa rysy a_p była znacznie większa niż przyjmowana w literaturze długość końca inicjacji $a_{min}=0,1$ mm [6], a pozostała liczba cykli do zniszczenia wskazuje, że nie mógł być to etap kruche pęknięcia.

Pęknięcia zmęczeniowe są trudne do obserwacji w badaniach doświadczalnych tym bardziej, że mamy do czynienia z konstrukcją zespoloną, dwumateriałową. Należy podkreślić losowość ich powstawania w rzeczywistości, w tym wpływ technologii wycinania łączników [6,7].

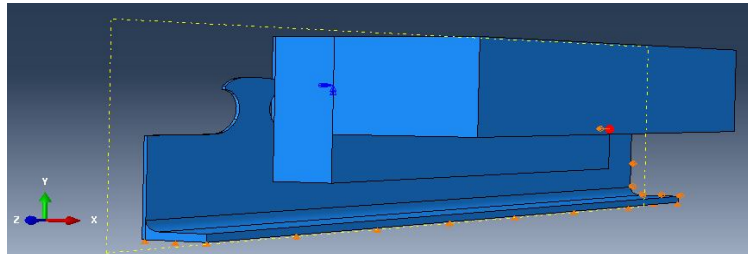
3. ANALIZY NUMERYCZNE

Wyznaczana obecnie nośność sprężysta łącznika stalowego o kształcie MCL bazuje na wynikach analiz numerycznych i koncepcji przedstawionej w [8]. Aby ułatwić opis zjawiska, przyjęto dwa osobne modele MES, odzwierciedlające pracę łącznika od efektów globalnych i lokalnych. Pierwszy, służący do określenia wpływu karbu geometrycznego na przyrost naprężeń u podstawy łącznika od działających na blachę naprężeń normalnych, odpowiadał prostej blasce stalowej wyciętej odpowiednią linią cięcia (rys. 6).



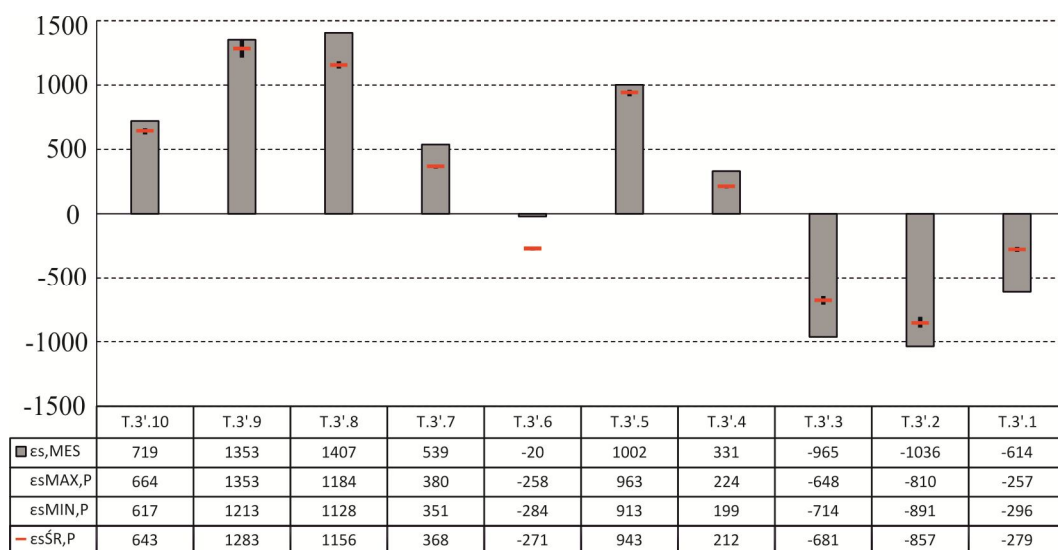
Rys. 6. Model 1 służący do określenie wpływu geometrii na przyrost naprężeń normalnych u podstawy łącznika

Drugi model służył do określenia wpływu lokalnego docisku betonu do powierzchni czołowej łącznika stalowego (a więc wpływu ścinania podłużnego między stalą i betonem) na stan naprężeń w tymże łączniku i odpowiadał on geometrią wyciętemu fragmentowi całej belki zespolonej. Zbudowany był on z tożsamej blachy, co model A, usztywnionej u podstawy blachą stalową (półką odpowiadającą półkom w rzeczywistych dwuteownikach) i połączonej z płytą betonową w obrębie jednego łącznika. Obciążenie w rozważanym modelu stanowi siła skupiona przyłożona do bloku betonowego (rys. 7).



Rys. 7. Model 2 służący do określenie wpływu lokalnego ścinania na rozkład naprężeń w łączniku

W analizach numerycznych brano pod uwagę wpływ rozmiaru ES na dokładność otrzymywanych wyników. W zależności od przyjętego rodzaju ES oraz jego rzędu, dobrą zbieżność wyników można otrzymać już przy rozmiarze od 1 do 8 mm dla modelu nr 1, oraz przy 1 do 2 mm dla modelu nr 2. Ostatecznie, aby zminimalizować błąd modelu przyjęto rozmiar ES 1 mm. Dodatkowo uwzględniono zmienność modułów sprężystości podłużnej materiałów (wpływ do 6%, wzrost naprężeń w łączniku, gdy moduły spadają), definicji zagadnienia kontaktowego pod względem poślizgów względnych elementów składowych (różnice do 1% ze względu na małe wartości poślizgów) oraz wartości współczynnika tarcia w zakresie 0-0,5 (różnice do 12%). Ostatecznie kalibracja modelu z odczytami odkształceń w łącznikach otrzymanych z badań doświadczalnych pozwoliła sformułować następujące wnioski – należy przyjąć ES o rozmiarze 1 mm i zredukowanym całkowaniu, można stosować definicję kontaktu SSF, a współczynnik tarcia betonu o stal należy przyjmować na poziomie 0,3. Jakość kalibracji modeli przedstawia poniższe porównanie odkształceń uzyskanych ze złożenia dwóch ww. modeli MES oraz z badań doświadczalnych.

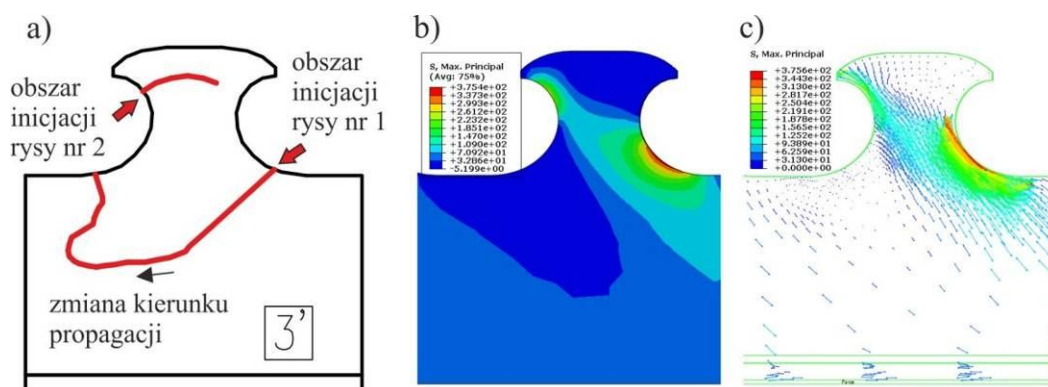


Rys. 8. Porównanie wyników MES i odczytów z tensometrów T1-T10 dla jednego z łączników

Numeracja tensometrów T1-T10 jest zgodna z rys. 2. Szare słupki na rys. 8 przedstawiają wyniki numeryczne, czerwone kreski to wartości średnie uzyskane z badania doświadczalnego, pionowe czarne kreski przedstawiają rozrzut wyników. Procedurę określania wartości średniej, maksymalnej i minimalnej z pomiarów doświadczalnych opisano w rozdz. 2.1.

Otrzymano zadawalającą zbieżność wyników doświadczalnych i numerycznych. W krytycznych dla nośności łącznika obszarach, otrzymywane wartości numeryczne są większe niż zmierzone w doświadczeniu, a więc nośność sprężysta wyznaczona na ich podstawie będzie po stronie bezpiecznej.

Obliczenia numeryczne stalowego łącznika potwierdziły miejsca inicjacji rys zmęczeniowych. Są to obszary koncentracji naprężeń głównych rozciągających (rys. 9). Obecnie prowadzone są prace nad rozwiązaniem złożonego procesu powstawania pęknięć, który można podzielić na trzy etapy. Pierwszy, to powstanie rysy nr 1 w dnie karbu geometrycznego, który jest najbardziej wyężonym obszarem łącznika. Powstanie rysy nr 1 powoduje redystrybucję sił wewnętrznych w łączniku, tym samym zwiększa koncentrację naprężeń głównych rozciągających w górnej części zęba. Etap drugi to inicjacja rysy nr 2, podczas gdy rysa nr 1 już propaguje prostopadle do trajektorii naprężeń głównych rozciągających w kierunku stalowego pasa belki. Ostatni etap to osiągnięcie przez obie rysy pewnych długości, które zmieniają układ naprężeń rozciągających w łączniku, tym samym powodują zmianę kierunku dalszej propagacji rysy nr 1. Krytyczne długości rys – głębokości propagacji, pozostają wciąż niewyjaśnione.



Rys. 9. Model – wyłamanie stalowego zęba: a) pęknięcie z badań doświadczalnych, b) układ naprężeń głównych rozciągających, c) układ trajektorii naprężeń głównych rozciągających

4. PODSUMOWANIE

W referacie przedstawiono najnowsze wyniki badań elementów z zespoleniem typu composite dowels. Zaprezentowano metodę modelowania numerycznego zespolenia MCL w belce stalowo – betonowej, umożliwiającą rozdzielanie złożonej pracy łącznika (interakcja zginania z lokalnym ścinaniem od sił rozwarstwiających stal – beton) na elementy składowe, co znacznie upraszcza analizy wytrzymałościowe i stanowi podstawę w określeniu nośności sprężystej łączników, bazującej na koncepcji, której podstawy zawarto w [8]. Podano wybrane parametry modeli numerycznych i ich wpływ na jakość otrzymywanych wyników. Zastosowane podejście pozwoliło na stosunkowo dużą zbieżność wyników numerycznych i doświadczalnych. Przedstawiono najnowsze rezultaty z badań cyklicznych. Opisano nowy model zniszczenia przez wyłamanie zęba, zwracając uwagę na kolejność powstawania rys w tym modelu oraz związek między kształtem pęknięć, a interakcją siły poprzecznej oraz momentu zginającego. Podano prędkość propagacji rysy zmęczeniowej. Prezentowane wyniki oraz spostrzeżenia przedstawiają obecny stan wiedzy w zakresie pracy zespolenia typu composite dowels.

Piśmiennictwo

- [1] Lorenc W., Kołakowski T., Kosecki W., Seidl G.: VFT-WIB® - prefabrykowane dźwigary zespolone z innowacyjnym połączeniem stali i betonu. Nowocz. Bud. Inż. 2008, nr 6, s. 70-73.
- [2] PreCo-Beam: Prefabricated enduring composite beams based on innovative shear transmission. Technical Reports. Research Fund for Coal and Steel, Contract N° RFSR-CT-2006-00030. 01/07/2006 – 30/06/2009.
- [3] Lorenc W., Kubica E., Kozuch M.: Testing procedures in evaluation of resistance of innovative shear connection with composite dowels. Archives of Civil and Mechanical Engineering, 2010, vol. X, no. 3, s. 51-63.
- [4] Kołakowski T., Kozuch M., Kubica E., Lorenc W., Rowiński S.: Stosowanie hipotezy kumulacji uszkodzeń do wyznaczania trwałości zmęczeniowej połączenia ścinanego w kontekście zrealizowanych badań. Inżynieria i Budownictwo, 2011, nr 12, s. 660-663.
- [5] Rykaluk K.: Pęknięcia w konstrukcjach stalowych, Dolnośląskie Wydawnictwo Edukacyjne, Wrocław 2000.
- [6] Harnatkiewicz P., Kopczyński A., Kozuch M., Lorenc W., Rowiński S.: Research on fatigue cracks in composite dowel shear connection. Elsevier, Engineering Failure Analysis, 2011, vol. 18, nr 5, s. 1279-1294.
- [7] Dudziński W., Pękalski G., Harnatkiewicz P., Kopczyński A., Lorenc W., Kozuch M., Rowiński S.: Study on fatigue cracks in steel - concrete shear connection with composite dowels. Archives of Civil and Mechanical Engineering, 2011, vol. XI, no. 4, s. 839-858.
- [8] Lorenc W.: Nośność ciągłych łączników otwartych w zespolonych konstrukcjach stalowo-betonowych, Wydawnictwo Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2011.

MODEL OF CONNECTOR'S FAILURE IN STEEL-CONCRETE CONNECTION WITH COMPOSITE DOWELS

Summary

A steel-concrete connection with composite dowels was created by concreting the web of I-beam [1]. This modern connection is used in Europe, mainly in bridge structures. The complex static behaviour of connectors requires detailed identification. Experimental tests and numerical analysis were carried out and described in the paper. Assumptions for FE models were shown with attention paid to contact issues, FE meshing and friction coefficient. Research on static and cyclic beam tests was also shown. During cyclic tests a new model of connector's fatigue failure was developed. FE and experimental results were compared, showing their convergence. Also stages of fatigue cracks occurrence were described. Finally, crack propagation rate was determined on the basis of thermovision measurements.

Marcin KRAJEWSKI¹
Politechnika Gdańska

BADANIA NOŚNOŚCI ALUMINIOWEGO PRĘTA O PRZEKROJU ZŁOŻONYM

STRESZCZENIE

Praca poświęcona jest analizie numerycznej i badaniom doświadczalnym aluminiowego pręta dwugałęziowego z przewiązkami, poddanego działaniu siły ściskającej. Pręt został podparty wykratowaniem w celu uzyskania wyboczenia z płaszczyzny konstrukcji. W badaniach analizowano wpływ przewiązek na nośność i stateczność pręta złożonego. Przedstawione są rezultaty analiz geometrycznie i fizycznie nieliniowych z uwzględnieniem trzech typów imperfekcji, dla modelu powłokowego konstrukcji. Przedstawione zostały zależności między obciążeniem konstrukcji i jej deformacją na kierunku działającej siły, z uwzględnieniem liczby zastosowanych przewiązek oraz wielkości zadanych imperfekcji.

SŁOWA KLUCZOWE: pręty złożone, przewiązki, nośność graniczna, imperfekcje

1. WSTĘP

Elementy składowe konstrukcji budowlanych, takie jak: słupy, pasy kratownic są często projektowane jako pręty złożone. W celu zapewnienia odpowiedniej współpracy poszczególnych gałęzi pręta złożonego, stosowane są przewiązki. Odpowiedni dobór ich przekroju, długości oraz rozstawu może mieć decydujący wpływ na nośność konstrukcji złożonej. Wytyczne do projektowania tego typu stalowych elementów podane są w przepisach normowych [1] i [2], natomiast w przypadku zastosowania aluminium w [3]. Badania doświadczalne słupów o przekrojach złożonych połączonych przewiązkami były przedmiotem analiz przedstawionych w pracy [4]. Wpływ przewiązek na nośność ściskanych prętów złożonych, w przypadku wyboczenia w płaszczyźnie prostopadłej do mniejszego momentu bezwładności był analizowany w pracy [5]. Przegląd wpływu różnych typów imperfekcji lokalnych i globalnych, na nośność konstrukcji przedstawiony jest w pracy [6].

W niniejszej pracy przedstawione są analizy numeryczne i badania doświadczalne pręta dwugałęziowego. Analizy geometrycznie i fizycznie nieliniowe przeprowadzono dla konstrukcji z wprowadzonymi imperfekcjami geometrycznymi. Zadane wstępnie deformacje różnią się nie tylko kształtem, ale również wielkością. Przeprowadzone badania mają na celu wskazanie najniekorzystniejszej z analizowanych imperfekcji, jak również przedstawienie wpływu przewiązek na nośność pręta w poszczególnych przypadkach.

Badania doświadczalne przeprowadzono dla dwóch typów prętów złożonych

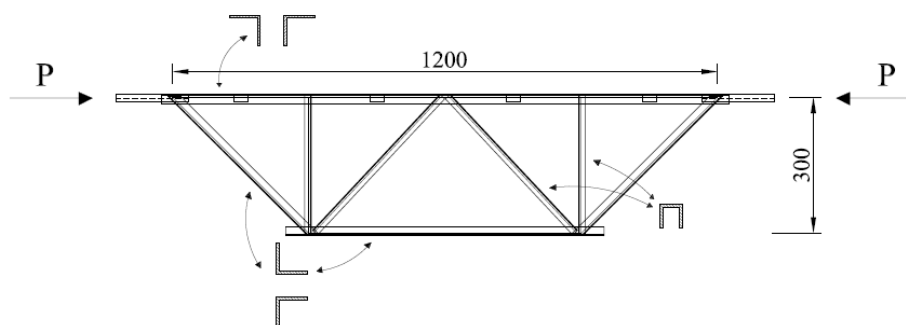
¹ markraje@pg.gda.pl

różniących się liczbą zastosowanych przewiązek. Badana konstrukcja była wstępnie zdeformowana. Kształt tej deformacji odpowiadał pierwszej imperfekcji wprowadzonej do modelu numerycznego.

2. OPIS BADANEJ KONSTRUKCJI

Badania doświadczalne i analizy numeryczne dotyczyły prób ściskania pręta złożonego z dwóch kątowników $L20 \times 2$, połączonych przewiązkami (rys. 1), (rys. 2). Pręt został podparty wykratowaniem w celu zapewnienia wyboczenia z płaszczyzny konstrukcji. Wszystkie elementy wykonane są z aluminium PA38. Przyjęta do obliczeń umowna granica plastyczności równa 190 MPa, dla odkształcenia trwałego $\varepsilon = 0,2 \%$, została wyznaczona doświadczalnie. Na podstawie statycznych prób rozciągania, badanego stopu aluminium, w obliczeniach przyjęto moduł sprężystości $E = 67,0$ GPa. Rozpiętość pręta w osiach konstrukcyjnych wynosi 1,2 m natomiast między punktami podparcia równa jest 1,44 m. W badaniach eksperymentalnych badano pręt z przewiązkami, których rozstaw osiowy wynosił 0,3 m oraz 0,1 m. Przewiązki te miały długość 0,03 m. W analizach numerycznych przedstawiono rezultaty dla konstrukcji bez przewiązek, jak również z przewiązkami o długości 0,03 m i 0,06 m w rozstawie 0,3 m oraz dla pręta z przewiązkami o długości 0,03 m w rozstawie 0,1 m. Elementy wykratowania oraz przewiązki wykonane są z przekroju ceowego o wymiarach 15×15 mm i grubości 2,0 mm. Na obu końcach konstrukcji zamontowano pręt kwadratowy o przekroju 15×15 mm, który był mocowany w maszynie wytrzymałościowej. W badaniach przyjęto, że w jednym z punktów podparcia konstrukcja jest w pełni utwierdzona (rys. 10b) natomiast w drugim, ma możliwość jedynie przesuwu w kierunku rozpiętości.

Dla badanego modelu przeprowadzone zostały liniowe analizy stateczności oraz analizy fizycznie i geometrycznie nieliniowe. Analizy nieliniowe przeprowadzono dla konstrukcji z imperfekcjami pokazanymi na (rys. 4). W analizach tych badano zmianę przemieszczenia pionowego w punkcie przyłożenia siły.

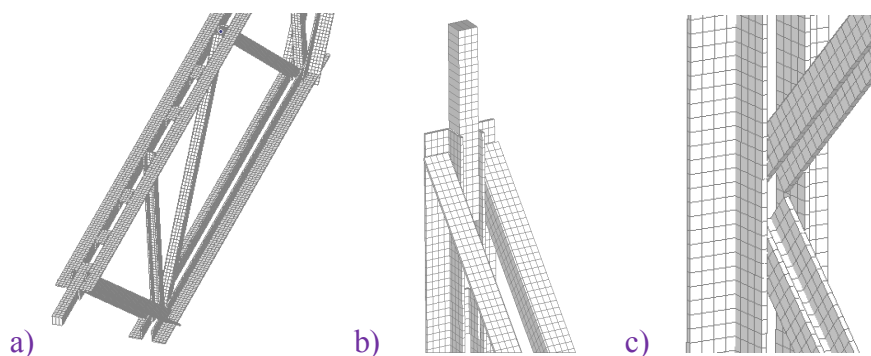


Rys. 1. Pręt złożony podparty wykratowaniem



Rys. 2. Konstrukcja badana doświadczalnie

Konstrukcja została zmodelowana w programie Femap [7]. Użyto około 13.000 elementów powłokowych typu QUAD4, o 6 stopniach swobody w węzle, których rozmiar wynosił $5,0 \times 5,0$ mm² (rys. 3). Połączenia pomiędzy poszczególnymi częściami konstrukcji modelowano za pomocą elementów typu RIGID. Konstrukcja była obciążana siłą przyłożoną do elementu mocowanego w maszynie wytrzymałościowej Zwick/Roell Z400.



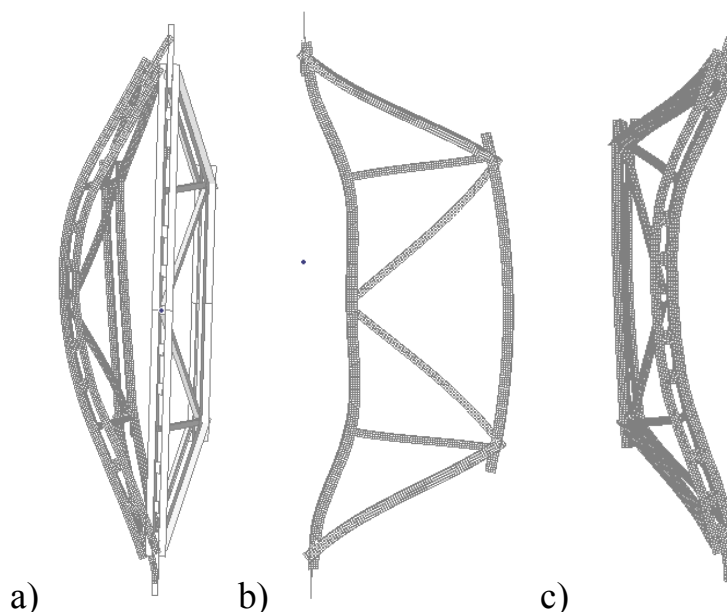
Rys. 3. Model powłokowy konstrukcji: a) widok fragmentu konstrukcji, b) szczegół mocowania w podporze, c) szczegół połączenia pręta złożonego z krzyżulcami

3. ANALIZA REZULTATÓW

Przeprowadzona została liniowa analiza stateczności konstrukcji. W zależności od liczby przewiązek podane zostały wartości obciążeń krytycznych. (tab. 1). W każdym przypadku najmniejszej sile krytycznej odpowiadała postać wybożenia pokazana na (rys. 4a). Badania te dowodzą, że efekt pojawienia się przewiązek na długości pręta dwugąłzowego ma duży wpływ na nośność wybożeniową konstrukcji. Wartość obciążenia krytycznego może wzrosnąć nawet o około 30% w zależności od liczby zastosowanych łączników.

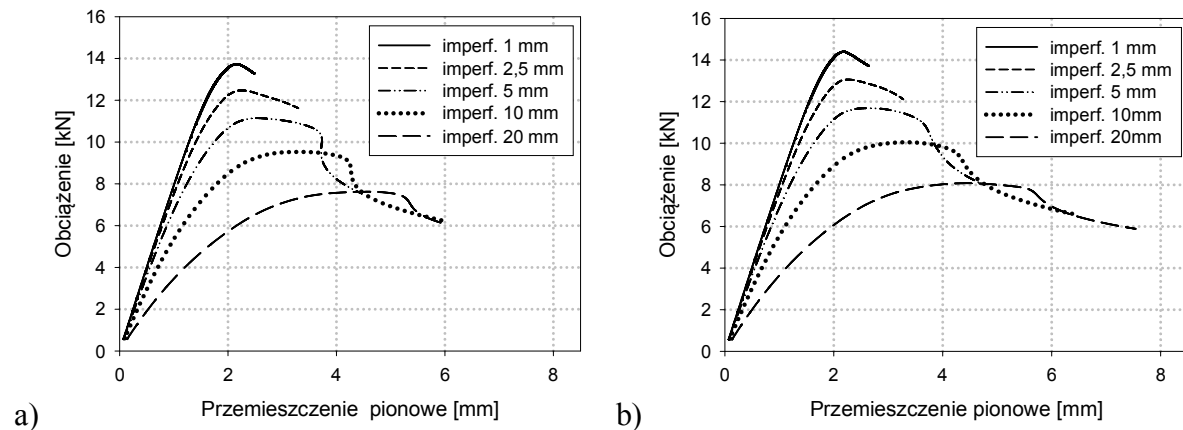
Tablica 1. Zależność P_{cr} – liczba przewiązek

Liczba przewiązek -na długości pręta	P_{cr} [kN]
Bez przew.	11,85
4 przew. dł 3cm	15,05
4 przew. dł. 6cm	15,61
8 przew. dł. 3cm	15,95

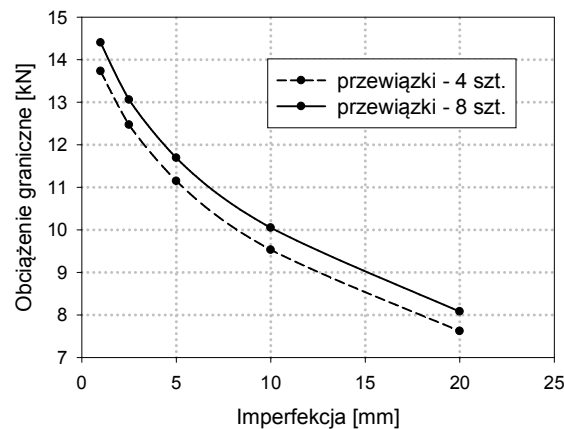


Rys. 4. Postacie wstępnej deformacji: a) postać wybożenia konstrukcji z płaszczyzny – kształt deformacji – imperfekcja I, b) deformacja konstrukcji w płaszczyźnie – imperfekcja II, c) deformacja konstrukcji z płaszczyzny oraz w płaszczyźnie - imperfekcja III

Rezultaty analiz nieliniowych dla konstrukcji z wprowadzoną postacią wstępnej deformacji wg (rys. 4a) przedstawione są na wykresach (rys. 5). W tym przypadku, wartość imperfekcji w środku rozpiętości konstrukcji zmieniano w zakresie od 1,0 do 20,0 mm. Z analiz tych wynika, że wielkość zadanej wstępnej deformacji ma duży wpływ na nośność graniczną konstrukcji. Podwojenie wielkości imperfekcji powodowało spadek wartości obciążenia granicznego w zakresie od 10-25%. Porównanie wpływu liczby przewiązek na nośność pręta złożonego przy odpowiednich wielkościach imperfekcji przedstawiono na (rys. 6). W każdym z analizowanych przypadków pręt z 8 przewiązkami przenosił większe obciążenie niż w przypadku zastosowania 4 przewiązek. Maksymalne wartości obciążeń granicznych uzyskane dla konstrukcji z imperfekcjami o wartości 1,0 mm, nie przekroczyły wartości podanych w (tab. 1).

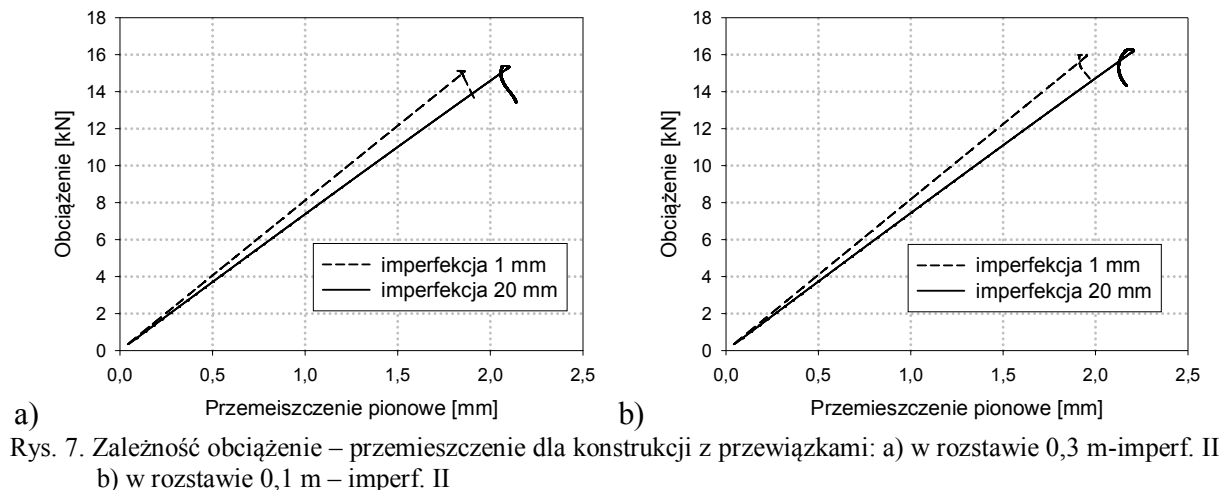


Rys. 5. Zależność obciążenie – przemieszczenie dla konstrukcji z przewiązkami:
a) w rozstawie 0,3 m - imperf. I, b) w rozstawie 0,1 m – imperf. I



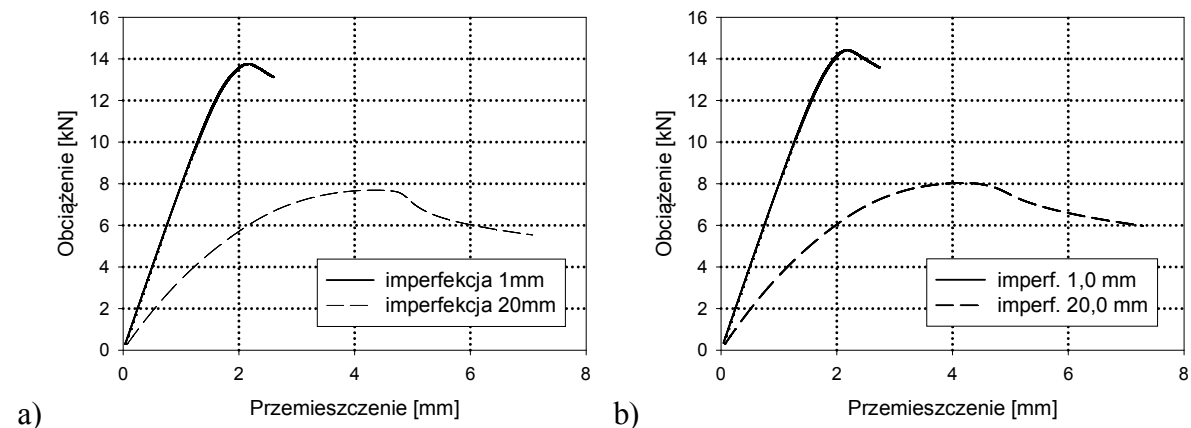
Rys. 6. Zależność obciążenie graniczne – wielkość imperf. I

Zdeformowana postać pręta z wykratowaniem przedstawiona na (rys. 4b), jest rezultatem jaki uzyskano po przeprowadzeniu liniowej analizy statycznej w przypadku obciążenia konstrukcji siłą ściskającą równą 1,0 kN. Uzyskany kształt deformacji – przemieszczenie w płaszczyźnie konstrukcji, został użyty jako druga imperfekcja przyjęta do kolejnych analiz numerycznych. Wartość maksymalnego przemieszczenia w płaszczyźnie – w środku rozpiętości konstrukcji przyjęta została jako 1,0 mm a następnie jako 20,0 mm. Uzyskane rezultaty przedstawiają wykresy umieszczone na (rys. 7).



Badania pręta z tego typu wstępną deformacją dowodzą, że wielkość imperfekcji ma niewielki wpływ na nośność graniczną. Różnica maksymalnych wartości obciążeń nie przekracza 2 %. Również w tym przypadku, pręt z przewiązkami w rozstawie 0,1 m przenosił większe obciążenia niż w przypadku zastosowania przewiązek w rozstawie 0,3 m. Warto zwrócić uwagę na fakt, że uzyskane wartości obciążeń granicznych, w przypadku zastosowania wstępnej imperfekcji II wg (rys. 4b) o wartości 1,0 mm, są większe od podanych w (tab.1) o około 0,5 %.

Analizy nieliniowe zostały przeprowadzone również dla pręta złożonego z zadaną deformacją zarówno w płaszczyźnie jak i z płaszczyzny konstrukcji. Kształt takiej imperfekcji powstaje poprzez zsumowanie deformacji z dwóch poprzednio analizowanych przypadków i przedstawiony jest na (rys. 4c) - imperfekcja III. W analizach tych wartość maksymalnego wychylenia w każdej z płaszczyzn wynosiła 1,0 mm lub 20,0 mm. Rezultaty badań przedstawiają niżej zamieszczone wykresy (rys. 8).

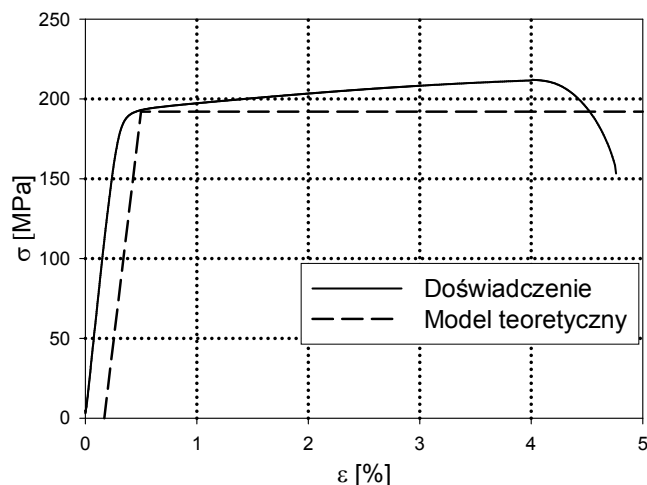


Rys. 8. Zależność obciążenie – przemieszczenie dla konstrukcji z przewiązkami:
a) w rozstawie 0,3 m - imperf. III, b) w rozstawie 0,1 m – imperf. III

W przypadku tak zadanych imperfekcji ich wielkość może powodować spadek obciążenia granicznego nawet o 75%. Zastosowanie imperfekcji III - liniowej kombinacji dwóch poprzednio analizowanych przypadków, powoduje wzrost wartości maksymalnych obciążeń o 0,2 % w stosunku do wartości przedstawionych na (rys. 5).

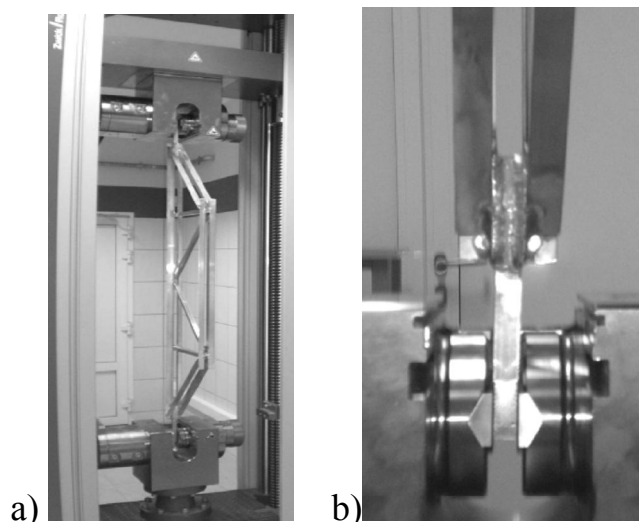
Rezultaty wszystkich opisanych wyżej analiz numerycznych powstały przy założeniu sprężysto-plastycznej charakterystyki $\sigma - \varepsilon$ badanego stopu aluminium. Założenie to przyjęto

na podstawie wyników uzyskanych z przeprowadzonych prób statycznego rozciągania analizowanego materiału. Próby rozciągania przeprowadzono na maszynie wytrzymałościowej Zwick/Roell Z400 z wykorzystaniem ekstensometru o rozdzielczości $0,02 \mu\text{m}$. Badano próbki o przekrojach prostokątnych: $2 \times 10 \text{ mm}$, $3 \times 25 \text{ mm}$ oraz $4 \times 20 \text{ mm}$. Badania przeprowadzono ze stałymi prędkościami wynoszącymi $0,5 \text{ mm/min}$ oraz $2,0 \text{ mm/min}$. Kształty wykresów uzyskanych, z prób rozciągania, były bardzo zbliżone do pokazanego na (rys. 9).



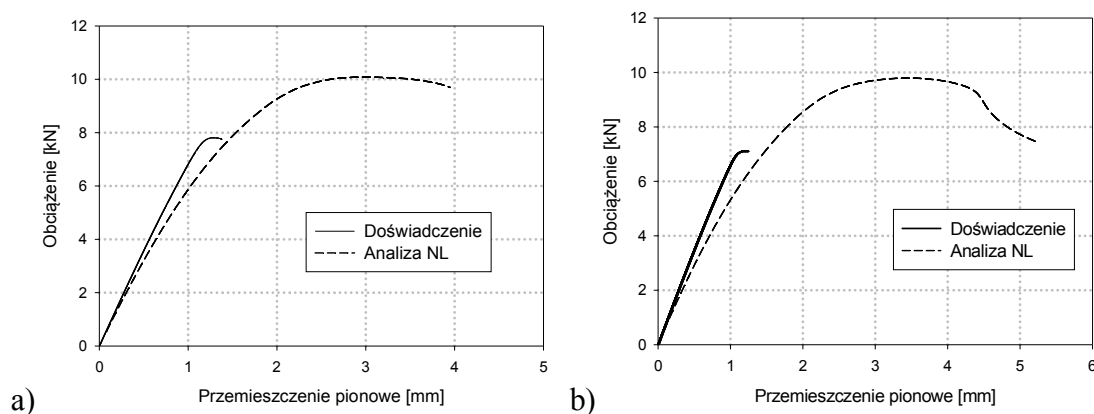
Rys. 9. Zależność naprężenie – odkształcenie. Próbka prostokątna $25 \times 3 \text{ mm}$. Prędkość badania $0,5 \text{ mm/min}$

Pręty złożone podparte wykratowaniem, które badano doświadczalnie, posiadały wstępne imperfekcje zbliżone do kształtu pokazanego na (rys. 4a). W przypadku pręta z przewiązkami w rozstawie $0,3 \text{ m}$ pomierzona wartość maksymalnego przemieszczenia w środku rozpiętości wynosiła $7,5 \text{ mm}$ natomiast w przypadku pręta z przewiązkami w rozstawie $0,1 \text{ m}$ wartość ta wynosiła $11,0 \text{ mm}$. Próby ściskania również przeprowadzono w maszynie wytrzymałościowej Zwick/Roell Z400 (rys. 10a). Badania wykonano ze stałą prędkością ściskania równą $0,2 \text{ mm/min}$.

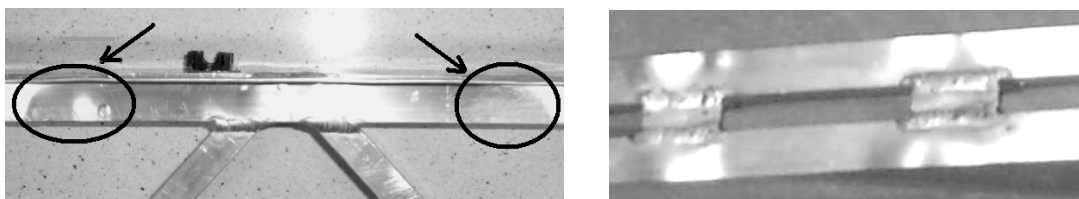


Rys. 10. Konstrukcja usytuowana w maszynie wytrzymałościowej Zwick/Roell Z400: a) widok, b) szczegół mocowania konstrukcji w skrajnej dolnej podporze

Wyniki badań doświadczalnych nie pokryły się z wynikami analiz numerycznych. Rezultaty dla poszczególnych przypadków pokazane są na (rys. 11). Przyczyną rozbieżności wyników mogły być imperfekcje lokalne, których nie ujęto w modelu numerycznym konstrukcji (rys. 12). Montaż przewiązek między gałęziami pręta złożonego wiązał się z położeniem 16 spoin w przypadku 4 przewiązek i 32 spoin w przypadku 8 przewiązek. Spawanie miało nie tylko wpływ na powstanie lokalnych imperfekcji, ale również zmieniło właściwości mechaniczne badanego stopu aluminium. Degradacja właściwości mechanicznych nie została uwzględniona w modelu numerycznym, co może mieć decydujący wpływ na dużą różnicę między uzyskanymi wartościami obciążeń maksymalnych. Na uwagę zasługują również warunki podporowe. Stwierdzono, że w momencie zaciśnięcia szczęk mocujących (rys. 10b) konstrukcja została wychylona z położenia pionowego. Wartość tego przemieszczenia równa około 2,0 mm nie została uwzględniona w analizach numerycznych. Na tej podstawie można stwierdzić, że model numeryczny powinien uwzględniać nie tylko rzeczywiste imperfekcje geometryczne ale również zmianę parametrów materiałowych powstałą na skutek procesów technologicznych.



Rys. 11. Zależność obciążenie – przemieszczenie dla konstrukcji z przewiązkami a) w rozstawie 0,3 m - imperf. I - wartość wstępnego ugięcia 7,5 mm - w środku rozpiętości, b) w rozstawie 0,1 m - imperf. I - wartość wstępnego ugięcia 11,0 mm - w środku rozpiętości



Rys. 12. Imperfekcje powstałe na ramionach kątowników w miejscach przyspawania przewiązek

4. WNIOSKI

Przeprowadzone liniowe analizy stateczności pokazują, że nośność pręta złożonego znacznie wzrasta na skutek połączenia poszczególnych gałęzi przewiązkami.

Na podstawie rezultatów z analiz nieliniowych można stwierdzić, że pręt z czterema przewiązkami, w przypadku wprowadzenia do konstrukcji imperfekcji odpowiadającej kształtem pierwszej postaci wybożenia, przeniósł obciążenie o około 8% mniejsze, niż w przypadku zastosowania ośmiu przewiązek.

Najbardziej niekorzystną imperfekcją okazało się wprowadzenie do konstrukcji deformacji z jej płaszczyzny. W tym przypadku bardzo duże znaczenie miała wartość zadanej imperfekcji.

W skrajnych przypadkach różnica nośności badanych konstrukcji wynosiła około 75%. Rezultaty badań prętów z wprowadzoną deformacją w płaszczyźnie pokazują, że wielkość tego typu imperfekcji ma niewielki wpływ na nośność. Na tej podstawie można stwierdzić, że w przypadku projektowania danego elementu konstrukcyjnego dobór odpowiedniej imperfekcji zarówno ze względu na kształt jak i wielkość może mieć decydujący wpływ na wyniki analiz numerycznych.

Wartości obciążeń granicznych uzyskanych w przypadku badań konstrukcji z imperfekcją pokazaną na (rys. 4c) były większe od tych uzyskanych dla konstrukcji z deformacją wg (rys. 4a). Celem kolejnych badań jest znalezienie najbardziej niekorzystnej imperfekcji dla danego układu konstrukcyjnego, której kształt może być odwzorowany jako suma kilku postaci wyboczenia. Podobne analizy zostały przedstawione w pracy [8].

Rezultaty badań doświadczalnych znacznie odbiegają od rezultatów analiz numerycznych. Istotnym tego powodem są pominięte w modelu numerycznym imperfekcje powstałe na skutek wmontowania przewiązek, jak również wstępna deformacja konstrukcji, która powstała w momencie montażu na stanowisku doświadczalnym. Pomiary rzeczywistych imperfekcji mogą być wykonywane przy użyciu nowoczesnych narzędzi jakimi są skanery 3D. Wykorzystanie tego typu urządzeń może znacznie ułatwić etap modelowania geometrii. W modelach numerycznych należy również uwzględnić degradację właściwości mechanicznych materiałów, która może powstać na skutek procesów wytwarzania analizowanych konstrukcji.

Piśmiennictwo

- [1] PN-90/B-03200 Konstrukcje stalowe - Obliczenia statyczne i projektowanie.
- [2] PN-EN 1993-1-1 2006 Eurocode 3: Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków.
- [3] EN 1999-1-1 (2007) - Design of aluminium structures. General structural rules
- [4] Hosseini Hashemi B., Jafari M.A.: Experimental evaluation of elastic critical load in batten columns, *Journal of Constructional Steel Research*, 65, 2 (2009) 125-131.
- [5] Krajewski M., Iwicki. P.: Badanie wpływu przewiązek na stateczność prętów złożonych, II Kongres Mechaniki Polskiej, Poznań 2011, Politechnika Poznańska wydanie elektroniczne, Bibliogr. 7 poz.- książka streszczeń
- [6] Gioncu V.: General Theory of coupled instabilities, *Thin-Walled Structures*, 19(1994) 81-127
- [7] Femap with NX Nastran. Version 10.1.1, Siemens Product Lifecycle Management Software Inc. 2009.
- [8] Lindgaard E., Lund E., Rasmussen K.: Nonlinear buckling optimization of composite structures considering „worst” shape imperfections, *International Journal of Solids and Structures*, 47 (2010) 3186-3202

LOAD BEARING CAPACITY OF AN ALUMINIUM BAR WITH BUILT-UP CROSS SECTION

Summary

The present research shows the results of experimental and numerical analyses of built-up cross section bar made of aluminium. The stability analyses and non-linear static analyses are investigated for the shell model of structure. For structures with a different number of battens, critical load and limit load are calculated. The influence of geometrical imperfection is investigated. The differences between experimental and numerical results are discussed.

Juliusz KUŚ¹
Politechnika Opolska

MOMENTY KRYTYCZNE ZWICHRZENIA STAŁOWYCH BELEK DWUTEOWYCH Z LINIOWO ZMIENNYMI WYSOKOŚCIĄ ŚRODNIKA I SZEROKOŚCIĄ PASA

STRESZCZENIE

W opracowaniu zaproponowano sposób wyznaczania momentu krytycznego zwiczenia dla stalowej belki ze zbieżnym przekrojem poprzecznym na długości. Do wyznaczenia obciążenia krytycznego zastosowano metodę Rayleigh'a – Ritz'a, wykorzystującą funkcjonal energii potencjalnej belki ze zmiennym liniowo przekrojem poprzecznym. Obliczenia wykonano programem MATHEMATICA dla różnych rozpiętości belki, dla obciążenia w postaci obciążenia równomiernie rozłożonego przyłożonego do środka ścinania, dla siły skupionej przyłożonej w środku ścinania i obciążenia momentami skupionymi na końcach. Uzyskane wyniki porównano z obliczeniami numerycznymi wykonanymi pakietem obliczeniowym ANSYS.

SŁOWA KLUCZOWE: belka stalowa, stateczność, zwiczenie, obciążenie krytyczne.

1. WPROWADZENIE

Możliwości technologiczne zakładów wytwarzających stalowe dźwigary blachownicowe, pozwalają na wykonanie elementów o zmiennych przekrojach poprzecznych na długości.

Stosowanie elementów o zbieżnych przekrojach w konstrukcjach budowlanych jest dość powszechne, z uwagi na znaczące korzyści ekonomiczne, wynikające z optymalnego wykorzystania przekrojów, stosownie do zmieniających się wartości momentów zginających.

Elementy stalowe ze zbieżnymi średnicami wykorzystywane są na rygle i słupy hal o dużych rozpiętościach, mają też zastosowanie jako belki nośne mostów. Elementy ze zbieżnymi pasami mogą być stosowane jako elementy nośne wspornikowe.

Zabezpieczenie przed zwiczeniem elementów o zmieniającym się przekroju poprzecznym, ma znaczący wpływ na ich nośność graniczną. Jeśli pręt jest niedostatecznie zabezpieczony przed zwiczeniem, to wpływ niestateczności ogólnej może obniżyć ich nośność graniczną.

Zagadnienie zwiczenia belek ze zbieżnymi przekrojami poprzecznymi na długości elementu było analizowane przez niewielu badaczy. W pracy [1] Kitipornchai i Trahair

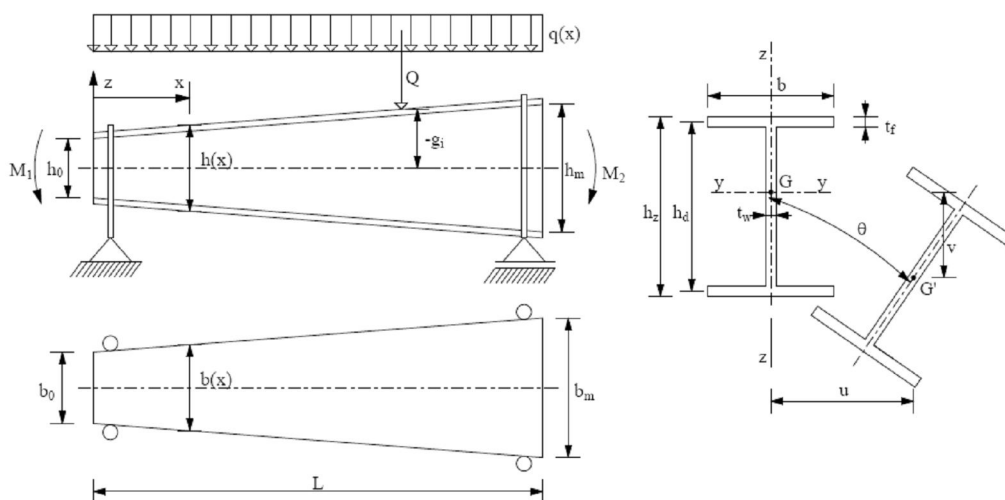
¹ j.kus@po.opole.pl

przedstawili wyniki rozważań teoretycznych i badań doświadczalnych aluminiowych belek o zbieżnych środnikach lub pasach, podpartych na końcach widelkowo. Podobne rozważania opublikowali autorzy w opracowaniu [2], dla belki podpartej widelkowo, obciążonej siłą skupioną w środku rozpiętości, dla różnych parametrów zbieżności pasów i środnika belki. Również w pracy [3] Żmuda wyprowadził przybliżone wzory na wyznaczanie obciążeń krytycznych belek ze zbieżnymi przekrojami. Aktualnie większość rozwiązań opiera się na Metodzie Elementów Skończonych. Znaczący rozwój oprogramowania do komputerowej analizy elementów konstrukcyjnych umożliwił poszukiwanie obciążeń krytycznych, inicjujących utratę stateczności, a także na weryfikację otrzymanych wyników drogą analityczną. Taką analizę można spotkać m. in. w pracach [4, 5] gdzie porównywano wyniki obliczeń analitycznych i uzyskanych programem ABAQUS.

W pracy zawarto rozwiązanie na sprężyste momenty krytyczne zwichrzenia bisymetrycznej, niestężonej belki o zbieżnym środniku i zbieżnych półkach, podpartej widelkowo, z obciążeniami poprzecznymi równomiernie rozłożonymi, siłą skupioną przyłożoną w środku rozpiętości belki, a także z obciążeniem momentami skupionymi zaczepionymi na końcach belki. Analizę przeprowadzono wykorzystując metodę Rayleigh'a – Ritz'a, a uzyskane wyniki porównano z obliczeniami numerycznymi w programie ANSYS.

2. CHARAKTERYSTYKI GEOMETRYCZNE BELKI ZE ZBIEŻNYM PRZEKROJEM POPRZECZNYM

Charakterystyki geometryczne belki ze zbieżnym przekrojem środnika i pasów (rys. 1) będą funkcjami parametrów zbieżności.



Rys. 1. Belka ze zbieżnym środnikiem i zbieżnymi pasami

Cechy geometryczne przekroju poprzecznego zmieniającego się na długości, przy założeniu stałej grubości pasów i środnika, można przedstawić za pomocą poniższych wyrażeń [3]:

$$\alpha_{TP} = \frac{h_m - h_0}{h_0} \quad (1)$$

$$\beta_{TP} = \frac{b_m - b_0}{b_0} \quad (2)$$

w których: α_{TP} – parametr zbieżności środnika, β_{TP} – parametr zbieżności pasa.

$$h(x) = h_0 \left(1 + \alpha_{TP} \frac{x}{L}\right) \quad (3)$$

$$b(x) = b_0 \left(1 + \beta_{TP} \frac{x}{L}\right) \quad (4)$$

$$A(x) = A_0 + (2b_0 t_0 \beta_{TP} + h_w t_w \alpha_{TP}) \frac{x}{L} \quad (5)$$

w których: h_0 , b_0 , A_0 – wymiary przekroju poprzecznego o minimalnej wysokości środka i szerokości pasa.

$$I_T(x) = I_{T0} + \frac{1}{3} (2b_0 t_0^3 \beta_{TP} + h_w t_w^3 \alpha_{TP}) \left(\frac{x}{L}\right) \quad (6)$$

$$I_Z(x) = I_{z0} \left[1 + 3\beta_{TP} \frac{x}{L} + 3\beta_{TP}^2 \left(\frac{x}{L}\right)^2 + \beta_{TP}^3 \left(\frac{x}{L}\right)^3 \right] \quad (7)$$

$$I_y(x) = I_{y0} \left[1 + (\beta_{TP} + 5\alpha_{TP}) \frac{x}{L} + (4\alpha_{TP}^2 + 2\alpha_{TP}\beta_{TP}) \left(\frac{x}{L}\right)^2 + (\alpha_{TP}^3 + \alpha_{TP}^2\beta_{TP}) \left(\frac{x}{L}\right)^3 \right] \quad (8)$$

$$I_{\omega}(x) = I_{\omega 0} \left[1 + (2\alpha_{TP} + \beta_{TP}) \frac{x}{L} + (\alpha_{TP}^2 + 3\beta_{TP}^2 + 6\alpha_{TP}\beta_{TP}) \left(\frac{x}{L}\right)^2 + (3\alpha_{TP}^2\beta_{TP} + 6\alpha_{TP}\beta_{TP}^2 + \beta_{TP}^3) \left(\frac{x}{L}\right)^3 + (3\alpha_{TP}^2\beta_{TP}^2 + 2\alpha_{TP}\beta_{TP}^3) \left(\frac{x}{L}\right)^4 + \alpha_{TP}^2\beta_{TP}^3 \left(\frac{x}{L}\right)^5 \right] \quad (9)$$

w których: I_{T0} , I_{z0} , I_{y0} , $I_{\omega 0}$ – charakterystyki geometryczne przekroju poprzecznego o minimalnej wysokości środka h_0 i minimalnej szerokości pasa b_0 .

3. FUNKCJONAŁ ENERGII POTENCJALNEJ W BELCE ZE ZBIEŻNYM PRZEKROJEM POPRZECZNYM

Wyrażenie określające funkcjonal energii potencjalnej w belce ze zbieżnym przekrojem poprzecznym ma postać [2]:

$$\begin{aligned} \Pi = & \frac{1}{2} \int_0^L (EI_z(x)u''^2 + EI_{\omega}(x)\theta''^2 + GI_T(x)\theta'^2) dz + \frac{1}{2} \int_0^L (EI_z(x)h(x)'\theta^2) dx + \\ & + \frac{1}{2} \int_0^L (EI_z(x)h(x)h(x)'\theta'\theta'') dx + \int_0^L (E(I_c(x) - I_t(x))(h(x)'\theta' + \frac{1}{2}(h(x)u''\theta')) dx + \\ & - \int_0^L (-M_y\theta u'' + \frac{1}{2}M_y k_y \theta^2) dx - \frac{1}{2} \int_0^L (qg\theta^2) dx \end{aligned} \quad (10)$$

gdzie: $EI_z(x)$, $GI_T(x)$, $EI_{\omega}(x)$ – sztywności: giętna, skrętna, spaczenia, u , θ – przemieszczenie boczne, kąt skręcenia, M_y – moment sił wewnętrznych, q – obciążenie poprzeczne od sił rozłożonych, g – odległość między środkiem ścinania przekroju a punktem przyłożenia obciążenia, k_y – parametr asymetrii zginania (przekroju monosymetrycznego), $I_c(x)$, $I_t(x)$ – momenty bezwładności pasa ściskanego i rozciąganego względem osi y , $h(x)$ – wysokość przekroju poprzecznego.

Do rozważań przyjęto belkę podpartą widelkowo na obu końcach. Dla takiego zamocowania warunki brzegowe określone są zależnościami:

$$\begin{aligned} u(0) = u(L) = 0 & \quad \theta(0) = \theta(L) = 0 \\ u''(0) = u''(L) = 0 & \quad \theta''(0) = \theta''(L) = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

gdzie: u, θ – przemieszczenie poziome i kąt obrotu.

4. OBCIĄŻENIE KRYTYCZNE BELKI O ZBIEŻNYM PRZEKROJU POPRZECZNYM

Do wyznaczenia obciążenia krytycznego, inicjującego zwichrzenie belki o zbieżnym przekroju poprzecznym, wykorzystano energetyczną metodę Rayleigh'a – Ritz'a. Jako funkcję Ritz'a, opisującą przemieszczenia powstające od zginania, spełniającą warunki brzegowe, przyjęto funkcję sinusoidalną:

$$\theta = \sum_{i=1}^n \theta_i \sin\left(i\pi \frac{x}{L}\right) \quad (12)$$

$$u = \sum_{i=1}^n u_i \sin\left(i\pi \frac{x}{L}\right) \quad (13)$$

gdzie: θ_i, u_i – współczynniki funkcji Ritz'a.

Funkcja momentów zginających w belce przy obciążeniu równomiernie rozłożonym będzie mieć postać:

$$m(x) = \frac{q(x)L}{2}x - \frac{q(x)}{2}x^2 \quad (14)$$

$$M_{\max} = \frac{q(x)L^2}{8} \quad (15)$$

$$\bar{M} = \frac{m(x)}{M_{\max}} M_{\text{cr}} = \frac{4(Lx - x^2)}{L^2} M_{\text{cr}} \quad (16)$$

gdzie: L – rozpiętość belki, $q(x)$ – obciążenie zewnętrzne, $m(x)$ – funkcja momentów zginających w belce, M_{\max} – maksymalny moment zginający w belce, M_{cr} – poszukiwany moment krytyczny, \bar{M} – stosunek funkcji momentu zginającego do momentu maksymalnego.

Podstawiając wyrażenia (12), (13), (16) do (10) otrzymano wyrażenie określające funkcjonal energii potencjalnej w belce o zmiennym przekroju poprzecznym. Zapis wyrażenia w formie macierzowej przedstawia wzór (17).

$$\Pi = \{u, \theta\}^t \begin{bmatrix} k_1 & \frac{k_3}{2} \\ \frac{k_3}{2} & k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ \theta \end{Bmatrix} \quad (17)$$

gdzie: Π – funkcjonal energii potencjalnej.

Wykonując różniczkowanie funkcji Ritz'a, wyrazy macierzy (17) wynoszą:

$$k_1 = \frac{1}{2} \int_0^L \left(EI_z(x) \frac{i^4 \pi^4 u_i^2 \sin^2\left(\frac{i\pi x}{L}\right)}{L^4} \right) dx \quad (18)$$

$$k_3 = \int_0^L \left(E(I_c(x) - I_t(x))(h'(x)) \frac{i^3 \pi^3 \theta_i u_i \sin^2\left(\frac{2i\pi x}{L}\right)}{2L^3} + \frac{1}{2}(h(x)) \frac{i^3 \pi^3 \theta_i u_i \sin^2\left(\frac{2i\pi x}{L}\right)}{2L^3} \right) dx + \quad (19)$$

$$+ \int_0^L \left(\bar{M} \frac{i^2 \pi^2 \theta_i u_i \sin^2\left(\frac{i\pi x}{L}\right)}{L^2} \right) dx$$

$$k_2 = \frac{1}{2} \int_0^L \left(EI_\omega(x) \frac{i^4 \pi^4 \theta_i^2 \sin^2\left(\frac{i\pi x}{L}\right)}{L^4} + GI_T(x) \frac{i^2 \pi^2 \theta_i^2 \cos^2\left(\frac{i\pi x}{L}\right)}{L^2} \right) dx +$$

$$+ \frac{1}{2} \int_0^L \left(EI_z(x) h'^2(x) \frac{i^2 \pi^2 \theta_i^2 \cos^2\left(\frac{i\pi x}{L}\right)}{L^2} \right) dx + \int_0^L \left(EI_z(x) h(x) h'(x) \frac{-i^3 \pi^3 \theta_i^2 \sin^2\left(\frac{2i\pi x}{L}\right)}{L^3} \right) dx + \quad (20)$$

$$+ \frac{1}{2} \int_0^L \left(\bar{M} k_y \frac{i^4 \pi^4 \theta_i^2 \sin^2\left(\frac{i\pi x}{L}\right)}{L^4} \right) dx + \frac{1}{2} \int_0^L \left(qg \theta_i^2 \sin^2\left(\frac{i\pi x}{L}\right) \right) dx$$

Po obliczeniu wyznacznika z macierzy współczynników wyrażenia (17), dla pierwszego przybliżenia ($i=1$), i przyrównaniu do zera, rozwiązano z uwagi na \bar{M} . Najmniejsza z wyznaczonych wartości \bar{M} stanowi obciążenie krytyczne M_{cr} inicjujące zwichrzenie belki o zbieżnym przekroju poprzecznym.

5. OBLICZENIA MOMENTU KRYTYCZNEGO ZWICHRZENIA I WERYFIKACJA MES

Wykorzystując rozwiązanie przedstawione w pracy, obliczono momenty krytyczne dla belki bisymetrycznej, podpartej widełkowo, wykonanej ze stali o module Younga równym 210 GPa i współczynnika Poisson'a równym 0,3. Do obliczeń wykorzystano program MATHEMATICA.

W celu weryfikacji poprawności przyjętych formuł obliczeniowych wykonano obliczenia w programie ANSYS. Do analizy przyjęto prętowy element skończony typu BEAM188. Jest to element dwuwęzłowy o sześciu stopniach swobody – trzech translacyjnych UX, UY, UZ, i trzech rotacyjnych ROTX, ROTY, ROTZ. Ten typ elementu skończonego może być

wykorzystywany do modelowania zagadnień liniowych i nieliniowych uwzględniających duże odkształcenia [6].

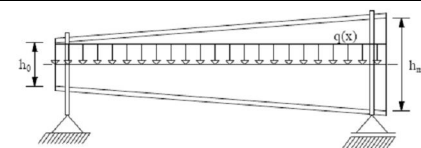
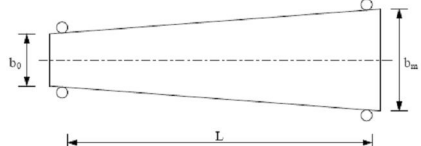
Z uwagi na fakt, że obliczenia własne opierają się na modelu pręta Własowa (z uwzględnieniem skręcania skrępowanego, bez uwzględnienia wpływu odkształceń postaciowych od zginania), a element BEAM188 opiera się na modelu pręta Timoshenki (z uwzględnieniem wpływu odkształceń postaciowych od zginania, bez uwzględnienia skręcania skrępowanego), nie można porównywać wartości momentów krytycznych bezpośrednio. Aby wartości momentu krytycznego wyznaczone w programie ANSYS można było porównać z obliczeniami własnymi, zaproponowano współczynnik korekcyjny do wyników obliczeń numerycznych programem ANSYS $k_\alpha=0,9$ dla środnika i $k_\beta=0,8$ dla pasów.

Poniżej (tab. 1) zestawiono wyniki obliczeń momentów krytycznych dla belki obciążonej obciążeniem ciągłym równomiernie rozłożonym, przyłożonym w środku ścinania belki. Różnica między wynikami została obliczona wg wzoru:

$$\Delta = \left| \frac{M_{cr}^{ID} - k_i M_{cr}^{FE}}{k_i M_{cr}^{FE}} 100\% \right| \quad (21)$$

gdzie: M_{cr}^{ID} - moment krytyczny wg obliczeń własnych, $k_i M_{cr}^{FE}$ - moment krytyczny wg ANSYS ze współczynnikiem korekcyjnym k_α lub k_β , przy podziale na 100 ES.

Tablica 1. Wyniki obliczeń momentów krytycznych dla belki z obciążeniem ciągłym równomiernie rozłożonym dla belki o wymiarach początkowych: $b_0=150$ mm, $h_0=150$ mm, $t_w=6$ mm, $t_f=10$ mm.

Schemat belki	L [m]	h_m [m]	b_m [m]	α_{TP}	β_{TP}	M_{cr}^{ID} [kNm]	$k_i M_{cr}^{FE}$ [kNm]	Δ [%]
	4,0	0,225	0,15	0,5	0	75,92	75,78	0,2
	6,0	0,225	0,15	0,5	0	44,24	44,47	0,5
	8,0	0,225	0,15	0,5	0	31,31	31,68	1,1
	4,0	0,15	0,225	0	0,5	123,20	121,60	1,3
	6,0	0,15	0,225	0	0,5	67,98	68,67	1,0
	8,0	0,15	0,225	0	0,5	46,71	47,81	2,3

Procedurę wyznaczania momentów krytycznych inicjujących utratę stateczności, wykorzystano również dla belki podpartej widełkowo, obciążonej siłą skupioną w środku rozpiętości.

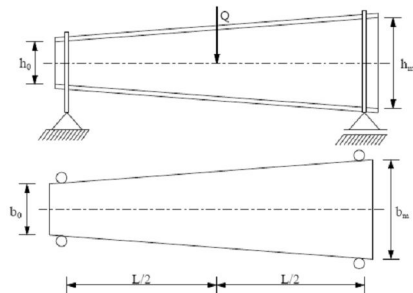
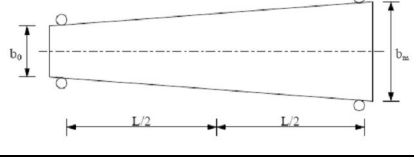
$$m(x) = \frac{Q}{2} x \quad \text{dla} \quad 0 \leq x < \frac{L}{2}, \quad (22)$$

$$M_{\max} = \frac{QL}{4} \quad (23)$$

$$\bar{M} = \frac{m(x)}{M_{\max}} M_{cr} = 2 \frac{x}{L} M_{cr} \quad (24)$$

gdzie: L – rozpiętość belki; Q – obciążenie zewnętrzne, $m(x)$ – funkcja momentów zginających w belce, M_{\max} – maksymalny moment zginający w belce, M_{cr} – poszukiwany moment krytyczny, \bar{M} – stosunek funkcji momentu zginającego do momentu maksymalnego.

Tablica 2. Wyniki obliczeń momentów krytycznych dla belki z obciążeniem siłą skupioną w środku rozpiętości dla belki o wymiarach początkowych: $b_0=150$ mm, $h_0=150$ mm, $t_w=6$ mm, $t_f=10$ mm.

Schemat belki	L [m]	h_m [m]	b_m [m]	α_{TP}	β_{TP}	M_{cr}^{1D} [kNm]	$k_i M_{cr}^{FE}$ [kNm]	Δ [%]
	4,0	0,225	0,15	0,5	0	75,92	75,78	0,2
	6,0	0,225	0,15	0,5	0	54,73	53,68	1,9
	8,0	0,225	0,15	0,5	0	38,77	38,17	1,6
	4,0	0,15	0,225	0	0,5	152,43	148,73	2,5
	6,0	0,15	0,225	0	0,5	84,11	83,88	0,3
	8,0	0,15	0,225	0	0,5	57,8	58,40	1,0

Algorytm przedstawiony powyżej zastosowano również do wyznaczenia momentów krytycznych dla belki podpartej widelkowo, obciążonej momentami zginającymi zaczepionymi na końcach belki. Podstawiając do zależności (10) funkcję momentów zginających wg wzoru (27), otrzymano momenty krytyczne dla schematu jak w tablicy 3 (tab. 3).

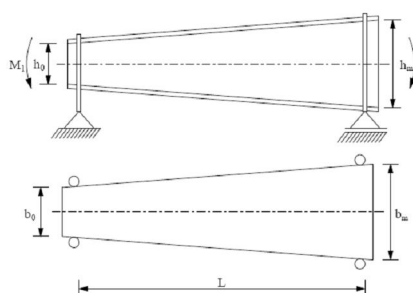
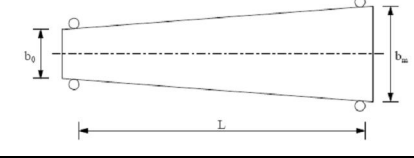
$$m(x) = \frac{\psi M - M}{L} x + M \quad (25)$$

$$M_{\max} = M \quad (26)$$

$$\bar{M} = \frac{m(x)}{M_{\max}} M_{cr} = \left((\psi - 1) \frac{x}{L} + 1 \right) M_{cr} \quad (27)$$

gdzie: L – rozpiętość belki; Q – obciążenie zewnętrzne, $m(x)$ – funkcja momentów zginających w belce, M_{\max} – maksymalny moment zginający w belce, M_{cr} – poszukiwany moment krytyczny, M – stosunek funkcji momentu zginającego do momentu maksymalnego.

 Tablica 3. Wyniki obliczeń momentów krytycznych dla belki obciążonej momentami skupionymi na podporach dla belki o wymiarach początkowych: $b_0=150$ mm, $h_0=150$ mm, $t_w=6$ mm, $t_f=10$ mm..

Schemat belki	L [m]	h_m [m]	b_m [m]	α_{TP}	β_{TP}	M_{cr}^{1D} [kNm]	$k_i M_{cr}^{FE}$ [kNm]	Δ [%]
	4,0	0,225	0,15	0,5	0	66,00	66,79	1,2
	6,0	0,225	0,15	0,5	0	38,46	39,34	2,2
	8,0	0,225	0,15	0,5	0	27,24	28,02	2,8
	4,0	0,15	0,225	0	0,5	107,10	103,52	3,4
	6,0	0,15	0,225	0	0,5	59,09	58,44	1,1
	8,0	0,15	0,225	0	0,5	40,60	40,68	0,2

6. WNIOSKI

Rozwiązanie zastosowane w tym opracowaniu umożliwia wyznaczenie momentów krytycznych inicjujących zwichrzenie belek ze zbieżnymi przekrojami, dla różnych parametrów zbieżności pasów i średnika.. Maksymalne różnice momentu krytycznego dla obciążenia ciągłego równomiernie rozłożonego, dla belki ze zbieżnym średnikiem sięgają 1,1%, a dla

zbieżnych pólek 2,3%. Dla belki obciążonej siłą skupioną, zaczepioną w środku rozpiętości, maksymalne różnice momentu krytycznego, dla belki ze zbieżnym środkiem wynoszą 1,9%, a dla zbieżnych pólek 2,5%. Największe różnice w wartościach momentów krytycznych dla belki obciążonej momentami skupionymi na podporach wynosi odpowiednio dla zbieżnego środka 2,8%, a dla zbieżnych pasów 3,4%. Uzyskanie zadowalających wyników metodą przybliżoną, dla jednego wyrazu szeregu opisującego przemieszczenia, można uzyskać jedynie przy małej zbieżności pasów i środka i w przypadku symetrycznego obciążenia zewnętrznego. Aby uzyskać dokładniejsze wyniki dla belek o bardziej zróżnicowanych schematach obciążenia i większych parametrach zbieżności pasów i środka należy poszukiwać rozwiązania dla większej liczby wyrazów szeregu. Dodatkowo należy podkreślić, że do analizy MES został przyjęty model prętowy, który ma cechy przekroju zbieżnego na długości i nie odzwierciedla w pełni płytowej pracy środka i pasów blachownicy, co może generować znaczne błędy w wynikach uzyskanych programem ANSYS. Dalszej analizie należy poddać także oszacowanie wartości współczynników korekcyjnych do obliczeń numerycznych. Można je będzie określić bardziej precyzyjnie, przy obliczeniach własnych dla większej liczby wyrazów funkcji opisujących przemieszczenia, dla różnych parametrów zbieżności środka i pasów, w zestawieniu z wynikami momentów krytycznych uzyskanych z programu komputerowego.

Piśmiennictwo

- [1] Kitipornchai S., Trahair N. S.: Buckling properties of monosymmetric I-Beams, *Journal of the Structural Division*, 106, (1980), 5, 941-957.
- [2] Bradford A.M., Cuk P.E.: Elastic buckling of tapered monosymmetric I-Beams, *Journal of Structural Engineering* 5, (1988), 977-996.
- [3] Żmuda J.: Problemy niestateczności w projektowaniu dźwigarów stalowych, Oficyna Wydawnicza Politechniki Opolskiej, Studia i monografie, Opole 2004.
- [4] Andrade A., Camotin D., P. B. Dinis.: Lateral-torsional buckling of singly symmetric web-tapered walled I-beams: 1D model vs. shell FEA, *Computers and Structures* 85, (2007), 1343–1359.
- [5] Mohri F., Brouki A., Roth J. C.: Theoretical and numerical stability analyses of unrestrained, mono-symmetric thin-walled beams, *Journal of Constructional Steel Research*, 59, (2003), 1, p. 63-90.
- [6] ANSYS. Theory reference, Wydanie elektroniczne. SAS IP., (2007), p.14-351.

CRITICAL MOMENTS OF STEEL I-BEAMS WITH LINEARLY VARIABLE WEB DEPTH AND FLANGE WIDTH

Summary

A method of determining the critical buckling moment for a steel beam with a cross-section convergent in length is presented. To determine the critical buckling load Rayleigh – Ritz method was used, based on the functional of beam potential energy, with linearly varying cross section. Calculations were performed for different beam spreads, for load as a uniformly distributed load applied to shear centre, for concentrated force applied in the middle of shear, and concentrated moments on beam ends. MATHEMATICA software was used to calculate maximum buckling moments, and the results were compared with numerical calculations made in ANSYS with correction factors.

Agnieszka ŁUKOWICZ¹
Elżbieta URBAŃSKA-GALEWSKA²
Politechnika Gdańska

WPLYW OGRANICZEŃ TECHNOLOGICZNYCH NA DOBÓR PARAMETRÓW PRZEKROJU KSZTAŁTOWNIKA GIĘTEGO

STRESZCZENIE

W zagadnieniach optymalizacji dotyczących budownictwa konstrukcji stalowych, do tej pory najczęściej stosowaną funkcją celu, była minimalizacja masy konstrukcji. Jest to jednak kryterium niewystarczające, z punktu widzenia technologii wykonania. W artykule szczegółowo przedstawiono analizę ograniczeń technologicznych, na przykładzie giętego na zimno kształtownika systemowego, którego kształt jest chroniony zgłoszeniem patentowym. Ograniczenia te wpływają w istotny sposób na koszty wytwarzania każdego kształtownika. Dopiero po uwzględnieniu wszystkich możliwych ograniczeń technologicznych można funkcję celu sformułować jako minimum masy elementu. Przedstawiono również analizę nośności różnych kształtów przekroju poprzecznego w zależności od grubości ścianki.

SŁOWA KLUCZOWE: optymalizacja, koszty wytwarzania, kształtowniki gięte na zimno, ograniczenia technologiczne

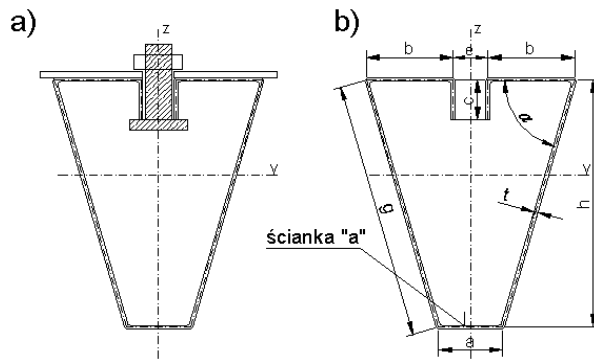
1. WPROWADZENIE

Kształtowniki gięte na zimno, z uwagi na swoje zalety, stanowią coraz powszechniej stosowany asortyment materiałowy w budowlanych konstrukcjach stalowych. Jedną z najczęściej wymienianych zalet konstrukcji z kształtowników giętych na zimno jest stosunkowo mała masa obiektu w porównaniu z konstrukcją wykonaną z kształtowników walcowanych na gorąco oraz możliwość swobodnego kształtowania przekroju poprzecznego prętów. Jednakże w dobie wysokiego poziomu uprzemysłowienia wytwarzania konstrukcji stalowych, kryterium minimalnej masy konstrukcji straciło na znaczeniu, na rzecz kryterium minimalnego kosztu produkcji. [1÷3]. Z kolei „możliwość swobodnego kształtowania przekroju poprzecznego” jest limitowana szeregiem ograniczeń wynikających z technologii produkcji. Ponadto projektowane przekroje muszą spełniać warunki normowe takie jak np.: nośność i stateczność oraz warunki wynikające z założeń projektowych.

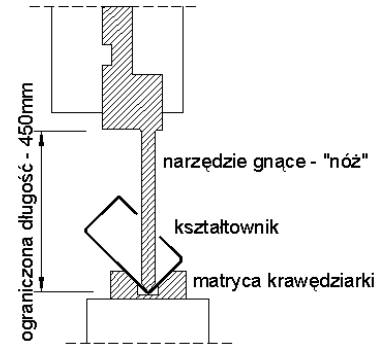
¹ agnlukow@pg.gda.pl

² ugalew@pg.gda.pl

Zagadnienie optymalnego kształtowania profilu giętego na zimno zostanie przedstawione na przykładzie nowego typu kształtownika przedstawionego na rys.1a, który jest chroniony zgłoszeniem patentowym. Jest to kształtownik o przekroju otwartym, charakteryzujący się wzdłużną szczeliną montażową, którą wytyczają zagięte krawędzie kształtownika. W szczelinie montażowej umieszczany jest specjalny łącznik systemowy, umożliwiający scalenie konstrukcji. Łącznik systemowy jest ukształtowany w sposób umożliwiający przesuwanie go wzdłuż szczeliny montażowej.



Rys.1. Kształtownik systemowy a) z łącznikiem, b) oznaczenia wymiarów



Rys. 2. Wpływ wymiarów narzędzia gnącego na wymiary przekroju poprzecznego [4]

2. SFORMUŁOWANIE PROBLEMU OPTIMALIZACJI

Omawiany kształtownik systemowy jest przeznaczony do wszelkiego typu stalowych konstrukcji budowlanych. Podjęcie jego produkcji wymaga znalezienia optymalnego kształtu przekroju poprzecznego profilu przedstawionego na rys. 1b. Wiadomo, że przeprowadzenie procesu optymalizacji znacznie wydłuża czas projektowania oraz zwiększa jego koszt i że optymalizacja jest opłacalna właśnie w przypadku seryjnie wytwarzanych konstrukcji lub jej elementów. Wówczas niewielkie procentowo oszczędności, uzyskane przy produkcji pojedynczych elementów, dają duże oszczędności globalne.

Sformułowanie problemu optymalizacji wymaga określenia funkcji celu oraz jak największej liczby ograniczeń wynikających z [4]:

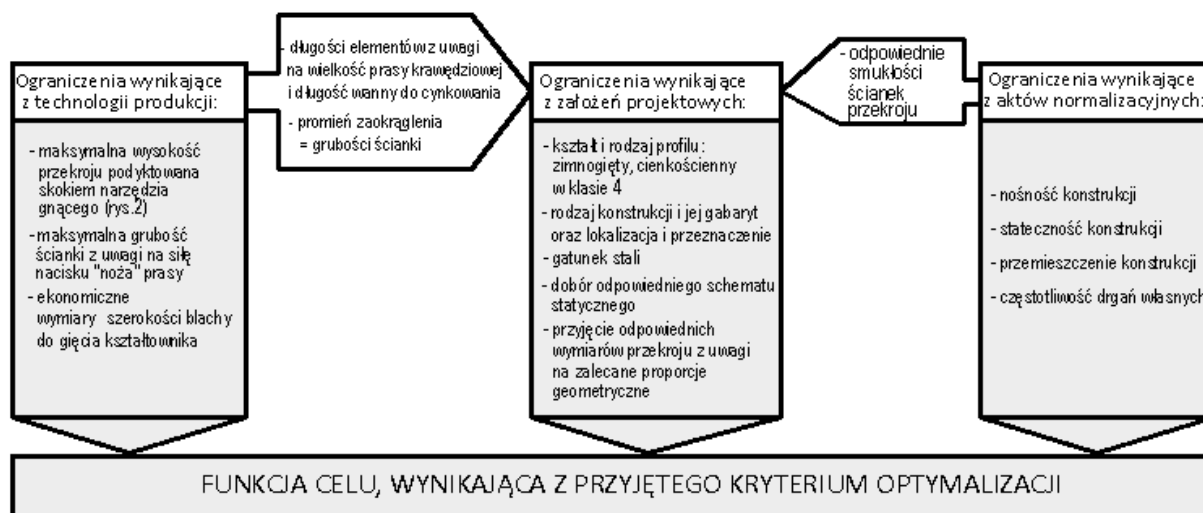
1. założeń projektowych (narzuconych przez inwestora, architekta), warunków terenowych, lokalizacji, przeznaczenia danej konstrukcji,
2. warunków nośności, stateczności i użyteczności (wynikających z aktów normalizacyjnych),
3. technologii wykonania (rodzaju i możliwości zastosowanych maszyn).

Ograniczenia wymienione w punktach 1 i 2 są oczywiste dla każdego projektanta, jednakże na szczególną uwagę zasługują ograniczenia technologiczne, które są kluczowe z punktu widzenia kosztów wytwarzania kształtowników. Punktem wyjścia jest określenie technologii produkcji kształtowników. W przypadku kształtowników produkowanych na krawędziarce, która jest tańsza od giętarki rolkowej i charakteryzuje się mniejszą wydajnością oraz mniejszymi kosztami eksploatacyjnymi, parametrami wpływającymi na wymiary przekroju poprzecznego są:

- wymiały narzędzia gnącego (matrycy),
- siła nacisku noża prasy krawędziowej,
- maksymalna szerokość blachy do gięcia kształtownika.

Maksymalna wysokość przekroju h zależy od skoku narzędzia gnącego (rys.2), a maksymalna grubość ścianki t kształtownika - od siły nacisku „noża” prasy. Ponadto suma wymiarów szerokości poszczególnych ścianek kształtownika nie może być większa od szerokości blachy, z której produkowany jest kształtownik. Z kolei wymiar szerokości blachy

jest powiązany z wymiarem narzędzia gnącego (skok noża). Zastosowanie szerszego arkusza blachy wymaga zmiany oprzyrządowania prasy krawędziowej w celu uzyskania przekrojów o większej wysokości h . Powyższe ograniczenie wynika również z uwarunkowań ekonomicznych, tzn. minimalizacji odpadów blachy z jej szerokości. Wymiary prasy krawędziowej będą limitowały również maksymalną długość produkowanych kształtowników do 6 m. Wzajemne powiązania pomiędzy ograniczeniami i założeniami projektowymi przedstawiono na rys.3 [4].



Rys.3. Identyfikacja ograniczeń wpływających na optymalny kształt przekroju elementu giętego [4]

W skład wektora zmiennych projektowych wchodzi wymiary poszczególnych ścianek, jak również kąt α , pochylenia środników przekroju przedstawionego na rys.4a oraz obciążenie konstrukcji F .

$$\vec{x} = [a, b, c, e, g, t, \alpha, F] \quad (1)$$

Na zmienne projektowe nałożony jest cały szereg ograniczeń wynikających z wyżej wymienionych wymagań normowych, technologicznych, eksploatacyjnych, itp. Dopiero po ich zidentyfikowaniu można określić cel optymalizacji geometrii przekroju poprzecznego. Przez kształtownik o optymalnym przekroju poprzecznym rozumiemy taki kształtownik, który przy minimalnych wymiarach (masie) będzie charakteryzował się najlepszymi parametrami wytrzymałościowymi, a więc i maksymalną nośnością.

W analizowanym przypadku określono następujące zakresy zmienności wymiarów przekroju poprzecznego przedstawionego na rys.1a, wynikające z ograniczeń technologicznych:

- suma szerokości poszczególnych ścianek przekroju poprzecznego (warunek wykorzystania całej szerokości blachy):
 $1400 \text{ mm} \leq O_p = a + 2(b + c + g) \leq 1450 \text{ mm}$,
- wysokość kształtownika (warunek wysokości narzędzia gnącego): $h \leq 450 \text{ mm}$,
- wymiary szczeliny montażowej (warunek wynikający z technologii gięcia oraz wymiarów łącznika systemowego): $50 \text{ mm} \leq c \leq 70 \text{ mm}$, $50 \text{ mm} \leq e \leq 70 \text{ mm}$,
- szerokość pasa dolnego (warunek wynikający z technologii gięcia): $a \geq 60 \text{ mm}$,
- maksymalna grubość blachy (warunek wynikający z siły nacisku noża prasy):
 $t \leq 6 \text{ mm}$.

Na podstawie warunków normowych [5], dla przekroju z jednozągięciami usztywnieniami brzegowymi, określone zostały następujące ograniczenia: $b/t \leq 60$, $c/t \leq 50$

i $0,2 \leq c/b \leq 0,6$. Ponadto norma [5], dla przekrojów z dwoma nieusztynionymi środnikami, obciążonych siłą skupioną wprowadza takie ograniczenia jak: $r/t \leq 10$, $g=h/\sin\alpha$, $h/t \leq 200\sin\alpha$.

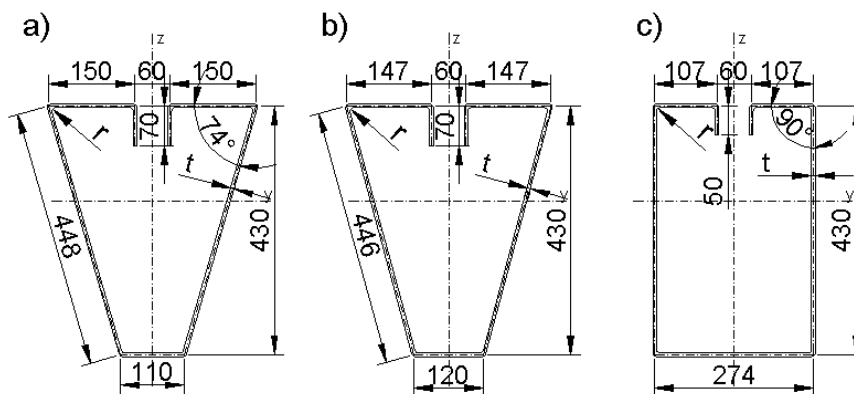
Przyjęte powyżej ograniczenia technologiczne, uwzględniające aspekty ekonomiczne procesu produkcji kształtownika, pozwalają na to, aby kryterium optymalizacji sformułować jako funkcję minimalnej masy: $f_1(x) = \min A$, gdzie A jest powierzchnią przekroju poprzecznego. Ograniczenia normowe dotyczące stanu granicznego nośności elementów konstrukcyjnych można ogólnie zapisać w postaci:

$$\eta_i = f\left(\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd}}, \frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd}}, \frac{V_{Ed}}{V_{w,Rd}}, \frac{F_{Ed}}{R_{w,Rd}}\right) \leq 1, \quad (2)$$

natomiast ograniczenia dotyczące stanu granicznego użytkowalności jako: $w \leq w_{\max}$.

3. ANALIZA NOŚNOŚCI

Przed podjęciem decyzji o opracowaniu algorytmu optymalizacyjnego dla przedmiotowego kształtownika przeprowadzono analizę wpływu kształtu przekroju poprzecznego na jego nośność. Wykonano obliczenia dla 3 kształtów przekrojów poprzecznych (rys. 4 a, b, c), które charakteryzowały się stałą wysokością przekroju ($h = 430$ mm) oraz taką samą sumą szerokości poszczególnych ścianek $O_p = 1446$ mm. Z normowych warunków dotyczących smukłości ścianek usztynień brzegowych „b/t” i „c/t” określono minimalną grubość ścianki $t = 2$ mm dla przekroju prostokątnego i $t = 3$ mm dla przekrojów trapezowych. Przyjęto promień gięcia $r = t$.

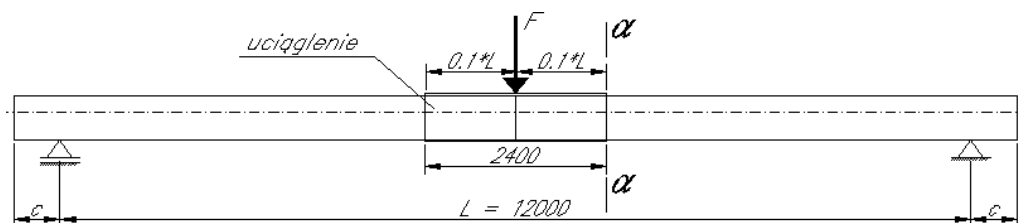


Rys. 4. Analizowane przekroje kształtownika systemowego: a) trapezowy I, b) trapezowy II, c) prostokątny

Dla analizowanych przekrojów określono maksymalną wartość obciążenia siłą skupioną F , przyłożoną w środku rozpiętości 12-to metrowego przęsła belki wolnopodpartej z przewieszieniami na obu podporach (rys. 5). Z uwagi na konieczność wykonania styku montażowego w środku rozpiętości belki, zapewniającego ciągłość elementu, zaprojektowano uciąglenie przekroju, w postaci tzw. mufy, czyli elementu o przekroju zamkniętym, nasuwanego na kształtownik podstawowy. Długość uciąglenia przyjęto równą 2,4 m, czyli 0,1 długości przęsła, po każdej stronie styku. Obliczenia przeprowadzono dla grubości blachy zmieniającej się co 1 mm, od 3 do 6 mm oraz dla dwóch przypadków oddziaływania obciążenia F .

Ustawienie kształtownika, z uwagi na sposób jego wykorzystania, przyjęto jak na rys 1, czyli szczeliną montażową do góry (pozwoli to na łączenie z innymi elementami). Przy takim ustawieniu kształtownika, w przypadku oddziaływania siły F skierowanej w dół, ścianka „a” jest rozciągana, a ścianki „b” ściskane, a więc narażone na lokalną utratę stateczności.

W przeciwnym przypadku (siła F skierowana w górę), ścianka „a” jest ściskana (narażona na lokalną utratę stateczności), a ścianki „b” rozciągane. Ponadto przyjęto, że analizowana belka będzie konstrukcyjnie zabezpieczona przed zwichrzeniem oraz przed skręcaniem.



Rys.5. Schemat analizowanego elementu konstrukcyjnego

Maksymalną wartość siły F wyznaczono z następujących warunków nośności:

1. nośność środka obciążonego siłą skupioną ($F_{Ed,1}$):
2. nośność przekroju zginanego i ścinanego ($F_{Ed,2}$):

W miejscu oddziaływania siły skupionej $F_{Ed,1}$, analizowany przekrój jest wzmocniony, opisaną w poprzednim punkcie artykułu, „mufą” montażową. Dopuszczalną wartość siły $F_{Ed,1}$ wyznaczono z warunku nośności środka, którym w tym przypadku są dwie ścianki „g”, obciążone siłą skupioną z uwagi na oddziaływanie reakcji podporowej. Wartość siły $F_{Ed,1}$ określono na podstawie zależności:

$$F_{Ed,1} \leq R_{w,Rd} \quad (3)$$

gdzie: $R_{w,Rd}$ – nośność poprzeczna środka, wg [5]:

$$R_{w,Rd} = \alpha t^2 \sqrt{f_{yb} E} (1 - 0,1 \sqrt{r/t}) [0,5 + \sqrt{0,02 l_a / t}] (2,4 + (\varphi / 90)^2) / \gamma_{M1}, \quad (4)$$

l_a – efektywna długość strefy docisku dla odpowiedniej kategorii przypadku obliczeniowego,
 α – współczynnik dla odpowiedniej kategorii warunków podparcia.

Przy założeniu, że reakcja podporowa jest przyłożona w odległości $c \leq 1,5 h_w = 1,5 \cdot 430 = 645$ mm (Kategoria 1), $l_a = 10$ mm i $\alpha = 0,057$, natomiast dla $c > 1,5 \cdot h_w = 645$ mm (Kategoria 2), $l_a = 10$ mm, a $\alpha = 0,115$. Z powyższych warunków wyraźnie widać, że dla małej odległości krańca elementu od podpory ($c \leq 1,5 \cdot h_w$), nośność przekroju maleje dwukrotnie. Tak więc w przypadku braku usztywnienia środników na podporze, korzystniejsze są belki z większą wartością c ($c > 1,5 \cdot h_w$).

Dopuszczalną wartość siły $F_{Ed,2}$ wyznaczono z warunku nośności przekroju α - α na zginanie ze ścinaniem. Nośność przekroju zginanego o ściankach smukłych, narażonych na utratę stateczności miejscowej lub dystorsyjnej, zgodnie z [5] określona jest zależnością:

$$M_{c,Rd} = W_{eff} f_{y,b} / \gamma_{M0} \quad (5)$$

gdzie W_{eff} – wskaźnik wytrzymałości przekroju współpracującego.

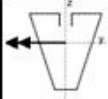
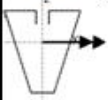
Obliczeniowa nośność przekroju ścinanego określono z zależności:

$$V_{b,Rd} = \frac{\frac{h_w}{\sin \alpha} t \cdot f_{bv}}{\gamma_{M0}} \quad (6)$$

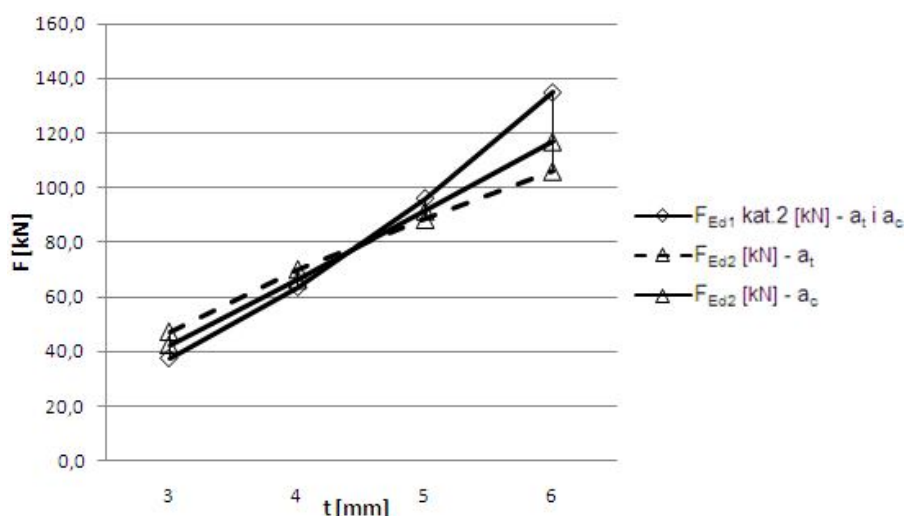
gdzie f_{bv} – wytrzymałość wyboczeniowa przy ścinaniu według [5]

Wyniki obliczeń wartości sił $F_{Ed,1}$ i $F_{Ed,2}$ oraz $V_{b,Rd}$ przedstawiono w Tabl. 1. Z uwagi na fakt, że wartości siły $F_{Ed,2}$ są znacznie mniejsze od $0,5 V_{b,Rd}$, pominięto wpływ ścinania na zginanie.

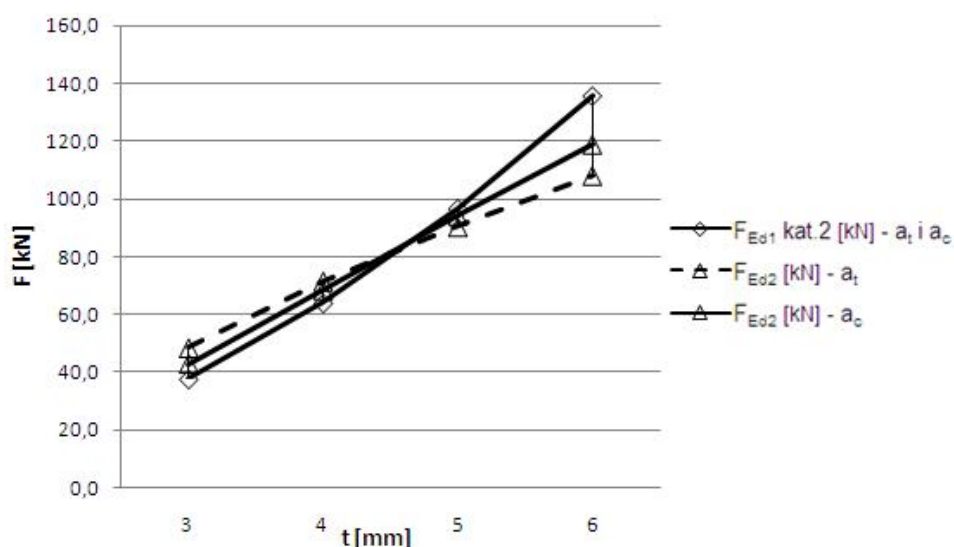
Tablica 1. Nośności analizowanych przekrojów z uwagi na zginanie, ścinanie i oddziaływanie siły skupionej na podporze

	RODZAJ PRZEKROJU I OBCIĄŻENIA											
	TRAPEZOWY I - ŚCIANKA "a" ROZCIĄGANA				TRAPEZOWY II - ŚCIANKA "a" ROZCIĄGANA				PROSTOKĄTNY - ŚCIANKA "a" ROZCIĄGANA			
GRUBOŚĆ ŚCIANKI	F_{Ed1} [kN] kat.1	F_{Ed1} [kN] kat.2	F_{Ed2} [kN]	$V_{b,Rd}$ [kN]	F_{Ed1} [kN] kat.1	F_{Ed1} [kN] kat.2	F_{Ed2} [kN]	$V_{b,Rd}$ [kN]	F_{Ed1} [kN] kat.1	F_{Ed1} [kN] kat.2	F_{Ed2} [kN]	$V_{b,Rd}$ [kN]
6	66,9	134,9	106,0	862,0	67,3	135,7	108,0	862,0	74,0	149,0	121,0	862,0
5	47,6	96,1	88,3	599,0	47,9	96,7	90,3	599,0	52,7	106,3	101,0	599,0
4	31,5	63,6	70,0	336,0	31,7	64,0	71,5	338,0	34,9	70,4	74,0	350,0
3	18,6	37,5	47,1	216,0	18,7	37,7	48,4	142,0	20,5	41,5	43,9	148,0
2	NIESPEŁNIONY WARYNEK NORMOWY DOTYCZĄCY GEOMETRII $b/t > 60$								9,8	19,8	24,5	43,7
	RODZAJ PRZEKROJU I OBCIĄŻENIA											
	TRAPEZOWY I - ŚCIANKA "a" ŚCISKANA				TRAPEZOWY II - ŚCIANKA "a" ŚCISKANA				PROSTOKĄTNY - ŚCIANKA "a" ŚCISKANA			
GRUBOŚĆ ŚCIANKI	F_{Ed1} [kN] kat.1	F_{Ed1} [kN] kat.2	F_{Ed2} [kN]	$V_{b,Rd}$ [kN]	F_{Ed1} [kN] kat.1	F_{Ed1} [kN] kat.2	F_{Ed2} [kN]	$V_{b,Rd}$ [kN]	F_{Ed1} [kN] kat.1	F_{Ed1} [kN] kat.2	F_{Ed2} [kN]	$V_{b,Rd}$ [kN]
6	66,9	134,9	117,0	862,0	67,3	135,7	119,0	862,0	74,0	149,0	142,0	862,0
5	47,6	96,1	91,5	599,0	47,9	96,7	94,3	599,0	52,7	106,0	111,0	599,0
4	31,5	63,6	66,2	336,0	31,7	64,0	68,4	338,0	34,9	70,4	79,2	350,0
3	18,6	37,5	42,2	142,0	18,7	37,7	42,8	142,0	20,5	41,5	47,9	148,0
2	NIESPEŁNIONY WARYNEK NORMOWY DOTYCZĄCY GEOMETRII $b/t > 60$								9,8	19,8	23,3	43,7

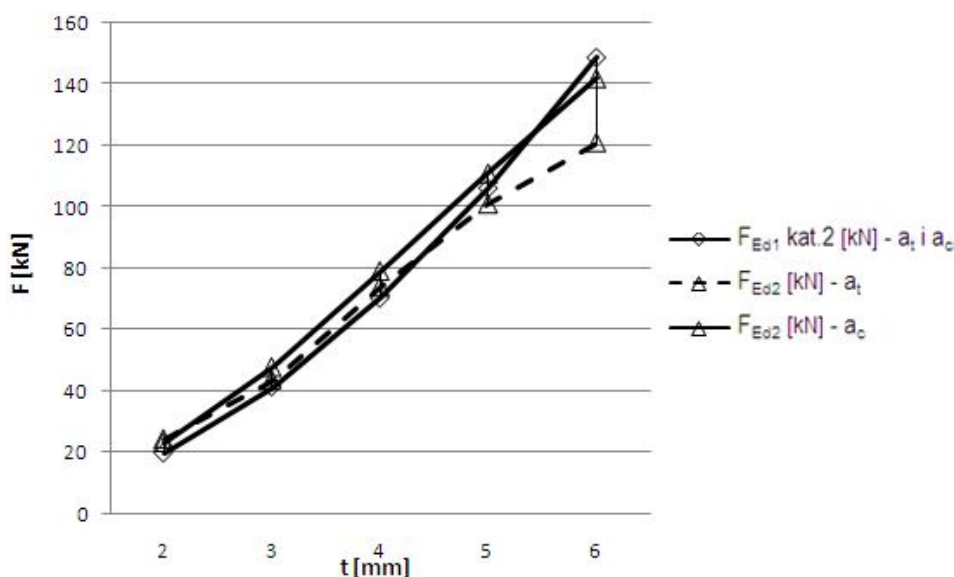
W dalszej analizie pominięto przypadek oceny nośności przekroju kształtownika dla 1 kategorii warunków podparcia (jako nieefektywne rozwiązanie konstrukcyjne) oraz nośności na ścinanie. Na wykresach na rys. 6, 7 i 8 przedstawiono zależności nośności środnika obciążonego siłą skupioną F_{Ed1} (kat. 2) oraz nośności przekroju zginanego F_{Ed2} (dla dwóch kierunków działania momentu zginającego) od grubości ścianki, dla trzech analizowanych przekrojów. Wartość nośności F_{Ed1} oczywiście nie zależy od kierunku działania momentu zginającego i w obu przypadkach, jej wartości są identyczne.



Rys. 6 Zależność nośności przekroju trapezowego T1 od grubości ścianki („ a_t ” – ścianka „a” rozciągana, „ a_c ” – ścianka „a” ściskana)



Rys. 7 Zależność nośności przekroju trapezowego T2 od grubości ścianki („ a_t ” – ścianka „ a ” rozciągana, „ a_c ” – ścianka „ a ” ściskana)



Rys. 8 Zależność nośności przekroju prostokątnego od grubości ścianki („ a_t ” – ścianka „ a ” rozciągana, „ a_c ” – ścianka „ a ” ściskana)

Analiza wykresów pozwala zauważyć wpływ kierunku działania siły F na nośność kształtownika. W każdym z analizowanych przekrojów, większe nośności przekroju uzyskuje się dla ściskanej ścianki „ a ”, nawet gdy jest ona klasy 4 (przekrój prostokątny). Ponadto, we wszystkich przypadkach, dla ścianki grubości 5 i 6 mm, o nośności przekroju decyduje nośność na zginanie z rozciąganą ścianką „ a ”, a dla ścianek o grubości 2, 3 i 4 mm – nośność środników obciążonych siłą skupioną (na podporach).

Analiza wyników obliczeń wskazuje, że w przypadku elementu, który jest tylko zginany i ścinany, optymalnym przekrojem jest przekrój prostokątny (przy obu kierunkach działania siły F). Dalsze analizy wykazały, że w przekrojach jednocześnie zginanych i ściskanych, lepsze wyniki daje kształt trapezowy.

4. WNIOSKI

Optymalizacja przekroju kształownika systemowego ze względu na minimum masy elementu jest dopuszczalna tylko i wyłącznie w przypadku uwzględnienia wszystkich możliwych ograniczeń technologicznych, które mają istotny wpływ na zakres zmienności poszczególnych wymiarów elementu. Przesłanki technologiczne są ściśle powiązane z kosztami produkcji.

Przeprowadzona szczegółowa analiza ograniczeń technologicznych oraz wstępne obliczenia nośności kilku przekrojów poprzecznych kształownika systemowego wykazały celowość dalszych badań nad optymalizacją kształtu przekroju poprzecznego. Do rozwiązania tego zadania planuje się zastosowanie algorytmów genetycznych.

Piśmiennictwo:

- [1] Farkas J.: Impacts on the developments of an optimum design system for welded structures. Metal Structures. Design, Fabrication, Economy. Millpress Rotterdam Netherlands 2003. Proceedings of the International Conference on Metal Structures – ICMS-2003, Miskolc, Hungary, s. 3-7, April 3-5, 2003.
- [2] Steenhuis M., Weynand K., Gresnigt A. M.: Strategies for economic design of unbraced frames. Journal of Constructional Steel Research, Vol. 46, No.1-3, s. 88-89, 1998.
- [3] Urbańska-Galewska E.: O potrzebie uwzględniania wymagań technologicznych w projektowaniu konstrukcji stalowych. Inżynieria i Budownictwo, nr 12, s. 445-447, 1990.
- [4] Urbańska-Galewska E., Łukowicz A.: O możliwościach optymalizacji konstrukcji stalowych. Nowoczesne Hale, nr nr 4, s. 26 – 30, 2011.
- [5] PN-EN 1993-1-3 Projektowanie konstrukcji stalowych. Reguły uzupełniające dla konstrukcji z kształowników i blach profilowanych na zimno.

INFLUENCE OF TECHNOLOGICAL CONSTRAINTS ON GEOMETRY OF COLD FORMED SECTION

Summary

Generally, the main goal of steel structure optimization is to minimize the weight of the structure. However, this solution turned out to be insufficient as the costs of the technology used significantly affects production costs. The paper presents an analysis of the constraints of technology on an example of a cold-formed section, which is protected by the patent application. The discussed technological constraints have a relevant influence on the costs of production of profiles and only by taking them into consideration it is possible to adopt an objective function as the minimum weight of the element. Apart from the technology issues, the article presents an analysis of load capacity of various cross sectional shapes, depending on their thickness.

Andrzej MACHOWSKI
Krzysztof KUCHTA¹
Politechnika Krakowska

ROZBIEŻNOŚCI FORMUŁ NOŚNOŚCI SŁUPÓW W PN-EN 1993-1-1 I PN-90/B-03200 DLA PRZEKROJÓW DWUTEOWYCH SZEROKOSTOPOWYCH

STRESZCZENIE

Porównano formuły nośności wg ostatniej normy polskiej i eurokodu dla słupów stalowych o przekrojach dwuteowych szerokostopowych oraz warunkach podparcia i obciążenia odpowiednich dla szkieletów wielokondygnacyjnych. Formuły interakcyjne nośności przekrojów według normy polskiej okazały się ostrożniejsze od odpowiednich formuł eurokodu. Natomiast formuły stateczności prętów według normy polskiej są w części przypadków mniej ostrożne od europejskich.

SŁOWA KLUCZOWE: szkielety stalowe, słupy, formuły nośności.

1. WSTĘP

Po wprowadzeniu do praktyki projektowej eurokodów można postawić pytanie: czy konstrukcje budowlane zaprojektowane poprawnie według poprzednich norm polskich pozostają bezpieczne w świetle nowych przepisów? Przykład porównania stopnia wykorzystania nośności „s” według ostatnich norm polskich i według eurokodów dla prętów 24.-kondygnacyjnej ramy przestrzennej istniejącego szkieletu stalowego przedstawiono w pracy [1]. Maksymalne wartości: $s = 0,811$ – według eurokodów i $s^* = 0,835$ – według norm polskich otrzymano w przekrojach słupów leżących na krawędzi rygli dolnej kondygnacji.

Głębsza, aniżeli obliczanie przykładów, analiza jakościowa i ilościowa norm projektowania, opartych na półprobabilistycznej „metodzie współczynników częściowych”, wymaga obecnie przyjęcia koncepcji eurokodu PN-EN 1990 [2] – obejmującego podstawy projektowania konstrukcji budowlanych. Przy podejściu zgodnym z [2]: częściowe współczynniki bezpieczeństwa (nośności i oddziaływań), współczynniki konwersji i redukcji – a także kryteria stanu granicznego (formuły nośności) powinny być przyjęte, z uwzględnieniem danych statystycznych w taki sposób, aby zachować wymaganą w [2] wartość docelowego wskaźnika niezawodności β_u .

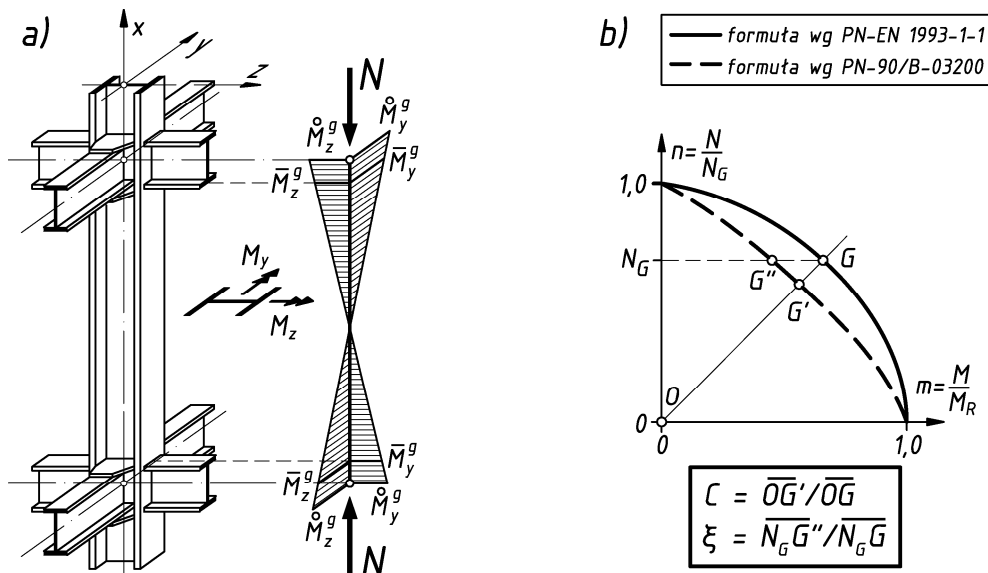
Odpowiadające wspomnianej koncepcji badania prowadzone są w Politechnice Krakowskiej w ramach projektu badawczego współfinansowanego przez Unię Europejską *).

¹ kkuchta@pk.edu.pl

W referacie ograniczono się do krótkiego przedstawienia wybranych fragmentów analizy porównawczej formuł nośności słupów szkieletów stalowych.

2. KONCEPCJA ANALIZY PORÓWNAWCZEJ FORMUŁ

Rozpatrujemy formuły nośności przekroju lub pręta zapisane za pomocą zmiennych bezwymiarowych: $n = N/N_{Rd}$, $m_y = M_y/M_{y,Rd}$, $m_z = M_z/M_{z,Rd}$ (rys. 1b), gdzie: N , M_y i M_z oznaczają moduły siły osiowej i odpowiednich momentów zginających, zaś: N_{Rd} , $M_{y,Rd}$ i $M_{z,Rd}$ – odpowiadające im nośności obliczeniowe przekroju. Dla dowolnego punktu „G” powierzchni granicznej wg [3] liniowej ścieżki dojścia OG i odpowiadającego jej punktu G’ na powierzchni granicznej wg [4] określamy współczynnik porównawczy C (rys. 1b). Interesująca może być również ścieżka sekwencyjna ON_GG i odpowiadający jej współczynnik redukcji momentu granicznego ξ (rys. 1b). Ścieżka ta odpowiada z grubsza sytuacji, gdy moment zginający w słupie szkieletu budynku wielokondygnacyjnego pochodzi w dużym stopniu od obciążenia poziomego wiatrem i narasta dopiero po zrealizowaniu się siły osiowej w słupie – pochodzącej głównie od obciążeń pionowych.



Rys. 1. Oznaczenia sił przekrojowych (a), określenie względnej oceny nośności (b)

3. FORMUŁY NOŚNOŚCI PRZEKROJU

Normowe formuły interakcyjne nośności plastycznej przekrojów prętów stanowią uproszczenia formuł dokładnych teorii plastyczności (przedstawionych np. w [5]).

Formuły nośności przekrojów dwuteowych klasy 1 i 2, prętów ściskanych i zginanych, według eurokodu [3] (linie ciągłe) oraz ostatniej normy polskiej [4] (linie przerywane) porównano na rys. 2, 3 i 4, podając wartości skrajne: C' i C'' określonego zgodnie z rys. 1b stosunku długości odcinka OG' dla formuły wg [4] do długości odcinków OG dla skrajnych wartości parametru „a” wg eurokodu.

Stosując w dalszym ciągu oznaczenia wg eurokodu, porównano na rys. 2 formułę (6.36) wg [3] (interakcja N - M_y)

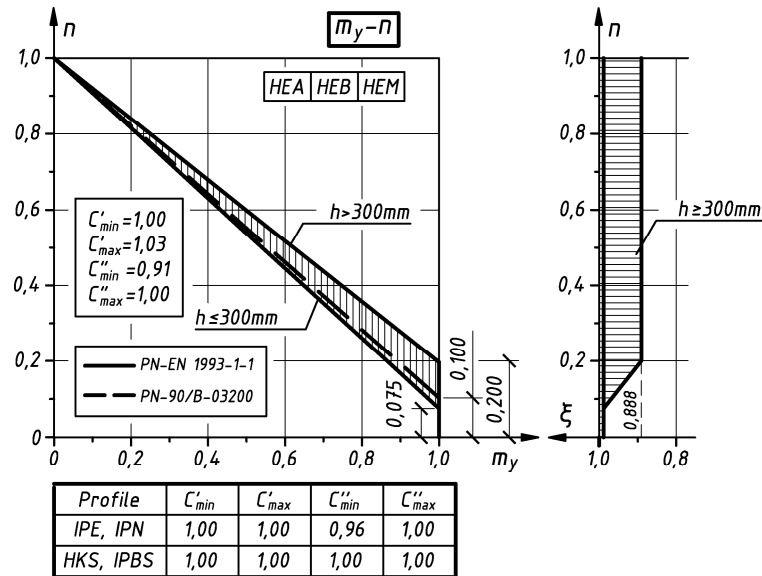
$$m_y = M_{y,Ed} / M_{pl,y,Rd} = (1 - n) / (1 - 0,5a) \leq 1, \quad (1)$$

gdzie: $a = (A - 2bt_f) / A \leq 0,5$; ($a = 0,15 \div 0,40$ dla rozpatrywanych przekrojów dwuteowych);

z formułą wg tabl. Z4-1 w normie polskiej [4], w zapisie bezwymiarowym

$$m_y = (1 - n)/(1 - c) \leq 1, \quad (2)$$

gdzie: $c = 0,1$ – dla przekrojów szerokostopowych i $c = 0,18$ dla pozostałych.



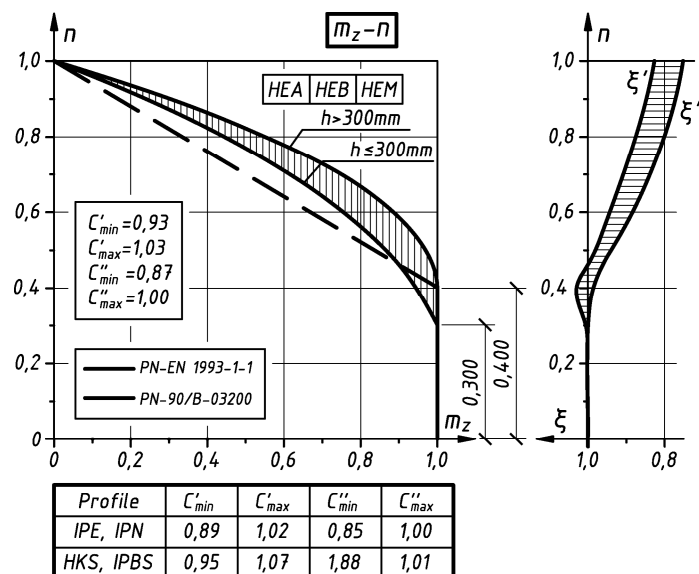
Rys. 2. Porównanie zależności interakcyjnych n - m_y

Formułą interakcji N - M_z (6.38) wg [3] przybierającą w zapisie bezwymiarowym postać

$$m_z = M_{z,Ed} / M_{pl,z,Rd} = 1 - (n - a^2) / (1 - a)^2 \leq 1, \quad (3)$$

porównano na rys.3 z odpowiednią formułą bezwymiarową wynikającą z tabl. Z4-1 normy polskiej [4]

$$m_z = (1 - n) / 0,6 = (5/3)(1 - n) \leq 1. \quad (4)$$



Rys. 3. Porównanie zależności interakcyjnych n - m_z

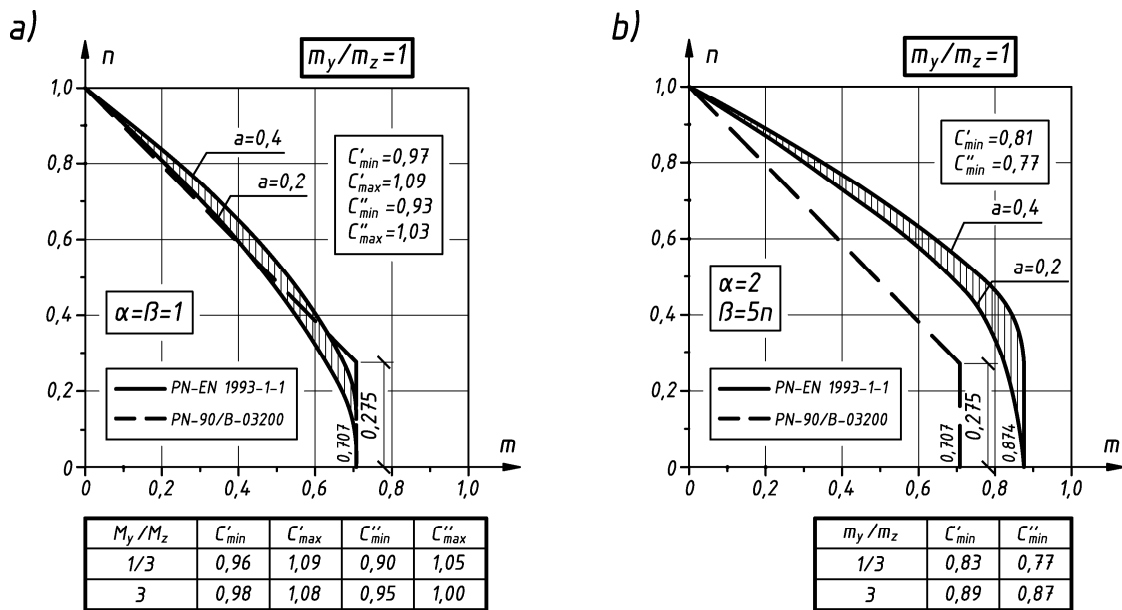
Dla przypadku interakcji siły osiowej z dwoma momentami N - M_y - M_z przedstawiono na rys. 4, w zapisie bezwymiarowym (n - m_y - m_z), gdzie m oznacza bezwymiarowy moment na płaszczyźnie (m_y , m_z), formułę (6.41) wg eurokodu [3]

$$\left(M_{y,Ed}/M_{N,y,Rd}\right)^\alpha + \left(M_{z,Ed}/M_{N,z,Rd}\right)^\beta \leq 1, \quad (5)$$

gdzie: $M_{N,y,Rd}$ i $M_{N,z,Rd}$ – momenty graniczne przekroju zredukowane ze względu na siłę osiową – odpowiednio do (1) i (3), $\alpha = \beta = 1$ (rys. 4a) albo $\alpha = 2$ i $\beta = 5n$ (rys. 4b).

Zaleceniom normy polskiej [4] (tabl. Z4-1) odpowiadają powierzchnie graniczne (rys.4) wynikające z kryterium

$$n + 0,85m_y + 0,6m_z \leq 1 \quad \text{i} \quad m_y + m_z \leq 1. \quad (6)$$



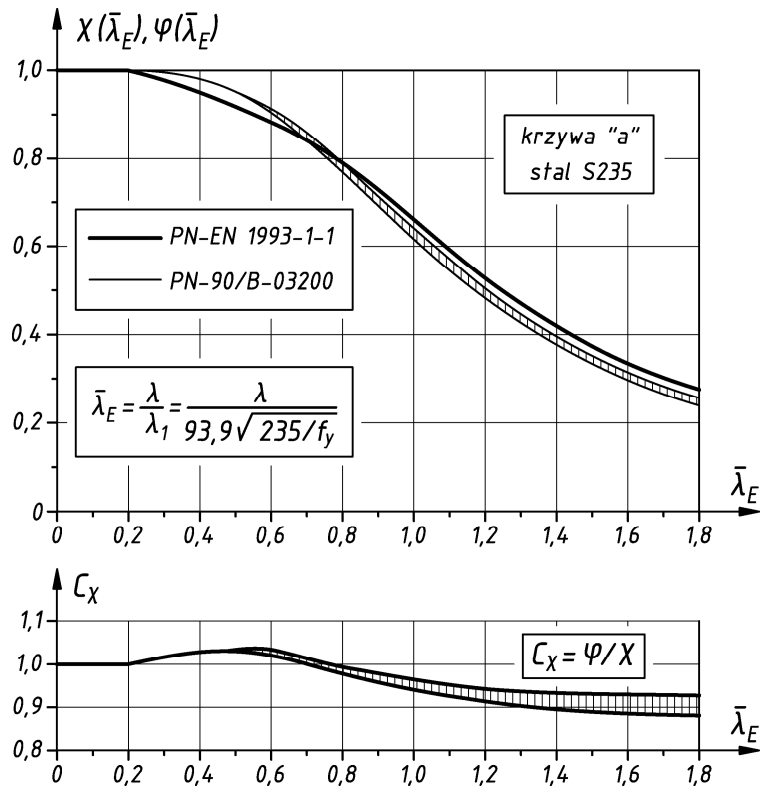
Rys. 4. Porównanie zależności interakcyjnych n - m_y - m_z dla $m_y/m_z = 1/3$; 1; 3.

4. FORMUŁY STATECZNOŚCI PRĘTA

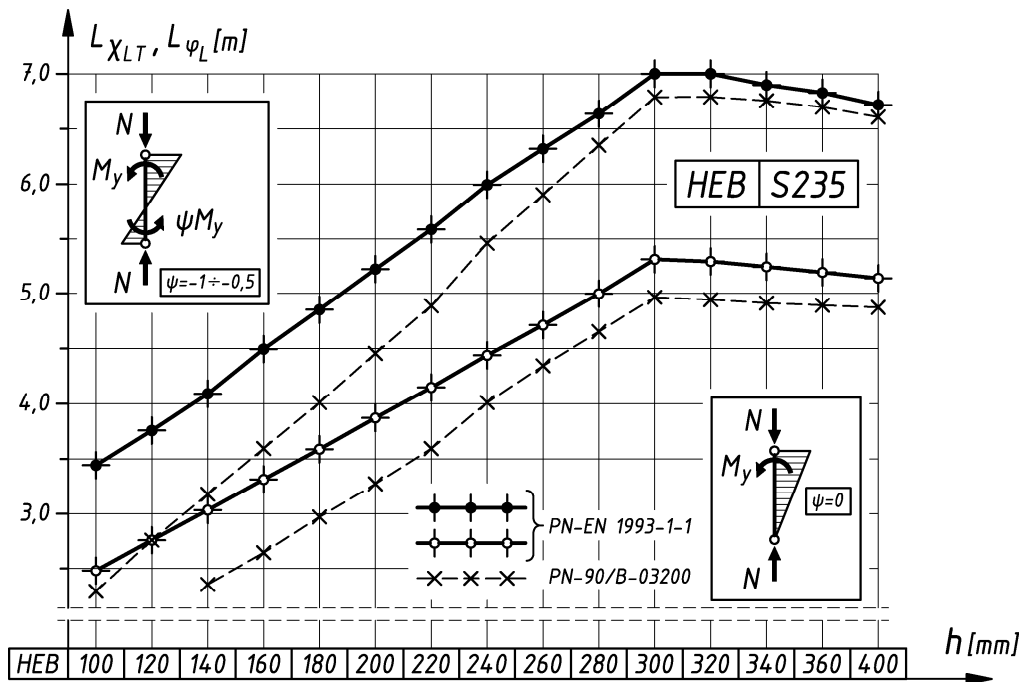
Rozpatrując w pierwszej kolejności ściskanie osiowe porównujemy współczynniki wybożenia $\chi(\bar{\lambda}_E)$ wg [3] i $\varphi(\bar{\lambda}_E)$ wg [4] – zapisane w zależności od smukłości względnej „europejskiej” $\bar{\lambda}_E$ (rys. 5).

Przedstawiona na rys.5 zależność $\varphi/\chi = C_\chi(\bar{\lambda}_E)$ jest bardzo zbliżona do zależności otrzymanej dla krzywej wybożeniowej „b”, a także dla stali S355. Natomiast dla krzywej wybożeniowej „c” otrzymano: $C_\chi \approx 1,00$ – dla $\bar{\lambda}_E < \sim 0,7$ oraz $C_\chi \approx 0,95$ – dla $\bar{\lambda}_E > \sim 0,7$.

Długości maksymalne $L_{\chi LT}$, $L_{\varphi L}$, prętów niewrażliwych na zwichrzenie ($\chi_{LT} = 1$), odpowiednio dla formuł na współczynnik zwichrzenia wg [3] i [4], przedstawiono dla przekrojów HEB na rys.6. Jeszcze korzystniejsze (większe) wartości $L_{\chi LT}$, $L_{\varphi L}$ otrzymuje się dla przekrojów HEM oraz spawanych HKS. Wobec otrzymanych wartości długości maksymalnych w typowych przypadkach słupów szkieletów wielokondygnacyjnych można przyjąć $\chi_{LT} = \varphi_L = 1$



Rys. 5. Porównanie współczynników wybożenia χ i φ (dla krzywej wybożeniowej „a” i stali S235)



Rys. 6. Długości maksymalne $L_{\chi_{LT}}, L_{\varphi_L}$, prętów niewrażliwych na zwichrzenie o przekroju HEB i wysokości h – wykonanych ze stali S235

ograniczając się w dalszym ciągu do analizy formuł stateczności słupów o jednolitej postaci:

$$n/X_y + K_{yy}m_y + K_{yz}m_z \leq 1, \tag{7}$$

$$n/X_z + K_{zy}m_y + K_{zz}m_z \leq 1. \tag{8}$$

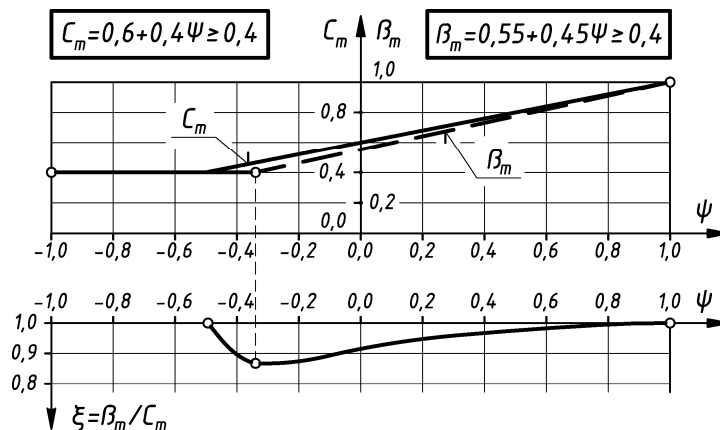
Bezwymiarowe siły przekrojowe: n , m_y i m_z w (7) i (8) są odniesione do nośności obliczeniowych: $N_{Rd} = A f_y / \gamma_{M1}$, $M_{y,Rd} = W_{y,pl} f_y / \gamma_{M1}$, $M_{z,Rd} = W_{z,pl} f_y / \gamma_{M1}$ ($\gamma_{M1} = 1,0$). Współczynniki wybozeniowe X_y i X_z przyjmują wartości χ_y i χ_z – wg eurokodu [3] albo φ_y i φ_z wg normy polskiej [4].

Tablica 1. Współczynniki formuł stateczności (7) i (8)

PN-EN 1993-1-1	$k_{yy} = C_{my} [1 + (\bar{\lambda}_y - 0,2)n / \chi_y] \leq C_{my} (1 + 0,8n / \chi_y)$	
	$k_{yy} = C_{mz} [1 + (2\bar{\lambda}_z - 0,6)n / \chi_z] \leq C_{mz} (1 + 1,4n / \chi_z)$	
	$k_{yz} = 0,6k_{zz}$	$k_{zy} = 0,6k_{yy}$
PN-90/B-03200	$\kappa_{yy} = \beta_y / (1 - n\varphi_y \bar{\lambda}_y^2)$	$\kappa_{zz} = \beta_z / (1 - n\varphi_z \bar{\lambda}_z^2)$
	$\kappa_{yz} = \beta_z$	$\kappa_{zy} = \beta_y$

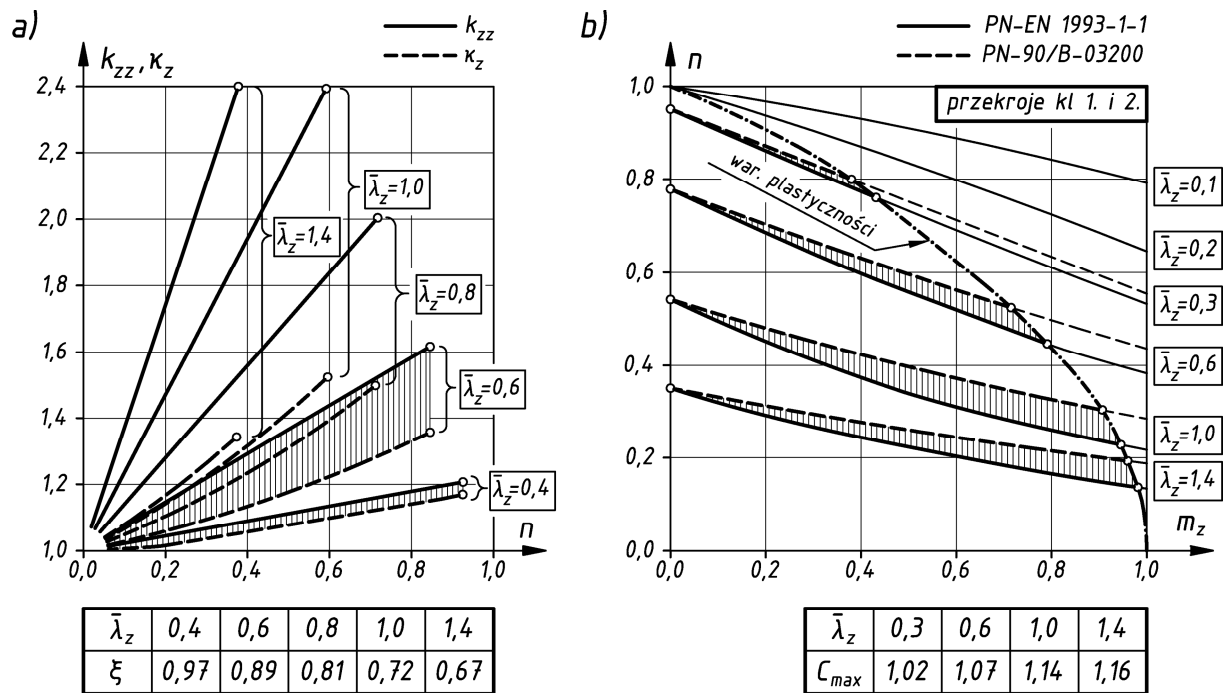
Współczynniki K w (7) i (8) przyjmują wartości wg tablicy 1, tj. k według tablicy B.1 w eurokodzie [3] (tzw. „metoda 2”) albo wartości κ odpowiadające normie polskiej [4]. Formuły (7) i (8) z podstawieniem w miejsce K współczynników κ wg tabl. 1 są równoważne formule (58) wg normy polskiej [4] – jeśli zamiast poprawki addytywnej Δ_i wg [4] przyjmie się bardzo do niej zbliżoną poprawkę wg normy niemieckiej [8] (por. [6, 7, 8, 9]).

Zapis jednolity wg (7) i (8), bez poprawki addytywnej, umożliwia analizę rozbieżności formuł stateczności przez porównywanie występujących w nich współczynników. Dla stosunku współczynników $\xi = \beta_m / C_m$ mamy zgodnie z rys. 7: $\xi = 1$ – dla najczęściej występujących (w słupach szkieletu wielokondygnacyjnego) wartości stosunku momentów przywęzłowych (por. rys. 6) $-1 \leq \psi \leq -0,5$; $\xi = 0,92$ dla $\psi = 0$ oraz $\xi_{\min} = 0,86$ – dla $\psi = -1/3$.



Rys. 7. Współczynniki momentu efektywnego C_m i β_m

W przedstawionych na rys. 8 przykładowych zależnościach dla krzywej wybozeniowej „c” oraz $C_m = \beta_m = 0,4$ i interakcji n - m_z w pręcie o przekroju dwuteowym szerokostopowym klasy 1. lub 2., otrzymano wartości współczynników (por. tabl. 1) $\kappa_{zz}(n) \leq k_{zz}(n)$ (rys. 8a) i w rezultacie formuły z eurokodu [3] okazały się (wobec $C_{\max} > 1$) ostrożniejsze od formuł z normy polskiej [4] (rys. 8b).



Rys. 8. Współczynniki $k_{zz}(n)$ i $\kappa_{zz}(n)$ dla formuł wg tabl.1(a) i krzywe interakcyjne nośności słupa dla $C_m = \beta_m = 0,4$ (b) – dla przekrojów dwuteowych szerokostopowych kl. 1. i 2.

Rozpatrując przypadki: innych krzywych wyoboczeniowych, innych wartości C_m i β_m , a także interakcji $n-m_y$ oraz $n-m_y-m_z$ otrzymano wartości C z przedziału $0,9 \div 1,2$. Wartości te należałoby obniżyć stosując mnożniki $\zeta_y \cong 0,95$ albo $\zeta_z \cong 0,83$ – w związku z przyjęciem w eurokodzie [3] „pełnych” wskaźników plastycznych zginania przekroju a nie „średnich” jak w normie polskiej [4] oraz wobec występowania skrajnych wartości C właśnie dla dużych momentów (rys. 8b). Analizując formuły normowe dla przekrojów klas 3. i 4. Otrzymywano wartości $C \cong 0,95 \div 1,05$.

5. UWAGI I WNIOSKI

Porównano formuły nośności wg ostatniej normy polskiej[4] i eurokodu [3] dla słupów stalowych o bisymetrycznych szerokostopowych przekrojach dwuteowych oraz warunkach podparcia i obciążenia odpowiednich dla szkieletów wielokondygnacyjnych (rys. 1a). Przy uwzględnieniu pełnej rezerwy plastycznej przekroju pręta zginanego jak w [3], a nie połowy rezerwy jak w [4], formuły interakcyjne nośności przekroju wg [4] okazują się ostrożniejsze aniżeli formuły wg eurokodu [3] (jeżeli ponadto przyjmuje się $\gamma_{M0} = 1$ oraz wartości nominalne f_y wg [3] i R_{emin} wg [4]). Uwzględnienie pełnej rezerwy plastycznej przekroju także w formułach stateczności wg [4] powoduje, że niekorzystne (w niektórych przypadkach) odchylenie względne od formuł europejskich zmniejsza się do wartości kilkuprocentowych.

Podobna do przedstawionej analiza formuł nośności lecz dla słupów o przekrojach, warunkach podparcia i obciążeniach występujących w szkieletach hal zostanie uwzględniona w obszerniejszej publikacji. Odrębnej publikacji wymagają ponadto zagadnienia współczynników występujących w normowej metodzie półprobabilistycznej.

- *) Badania naukowe wykonano w ramach realizacji Projektu „Innowacyjne środki i efektywne metody poprawy bezpieczeństwa i trwałości obiektów budowlanych i infrastruktury transportowej w strategii zrównoważonego rozwoju” współfinansowanego przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Rozwoju Regionalnego w ramach Programu Operacyjnego Innowacyjna Gospodarka.

Piśmiennictwo

- [1] Machowski A., Mendera Z., Żołytniak A.: Efekty zastosowania eurokodów w obliczeniach szkieletu stalowego budynku. Czasopismo Techniczne, nr 4-B/2010, str. 57÷73.
- [2] PN-EN 1990:2004. Eurokod: Podstawy projektowania konstrukcji.
- [3] PN-EN 1993-1-1:2006. Eurokod 3. Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków.
- [4] PN-90/B-03200. Konstrukcje stalowe. Obliczenia statyczne i projektowanie.
- [5] Mrázik A., Škaloud M., Tochaček M.: Navrhování ocelových konstrukcí podle teorie plasticity. Praha, SNTL, 1980.
- [6] Machowski A.: Analiza normowych formuł nośności słupów stalowych w szkieletach wielokondygnacyjnych. Inżynieria i Budownictwo, nr 11/1995, s. 588÷593.
- [7] Boissonnade N., Greiner R., Jaspart J.P., Lindner J.: Rules for Member Stability in EN 1993-1-1. Background documentation and design guidelines. Brussels, ECCS Technical Committee 8 – Stability, 2006.
- [8] DIN 18800 Teil 2: Stahlbauten, Stabilitätsfälle. Knicken von Stäben und Stabwerken, DIN 1988.
- [9] Roik K., Kuhlman U.: Beitrag zur Bemessung von Stäben für zweiachsige Biegung mit Druckkraft. Stahlbau, No. 9/1985, p. 271÷280.

COLUMNS LOAD-CAPACITY FORMULAE DISCREPANCES IN PN-EN 1993-1-1 AND PN-90/B-03200 FOR DOUBLE-TEE WIDE-FLANGE CROSS- SECTIONS

Summary

Load-capacity formulae according to the previous Polish standard and Eurocode were compared for bars with double-tee wide-flange cross-sections and support and load conditions as in the case of multi-story frame columns. Cross-section load-capacity interaction formulae from the Polish standard appears more conservative than the Eurocode formulae. However, the Polish column stability interaction formulae appear in some cases less conservative than the Eurocode formulae.

Mariusz MAŚLAK¹
Politechnika Krakowska
Małgorzata SNELA²
Politechnika Lubelska

TEMPERATURA KRYTYCZNA RAMY STALOWEJ Z MALEJĄCĄ W POŻARZE SZTYWNOŚCIĄ WĘZŁÓW

STRESZCZENIE

W pracy na przykładzie numerycznym zaprezentowano sposób szacowania temperatury krytycznej ramy stalowej pozostającej pod wpływem pożaru rozwiniętego. Temperatura ta może być kojarzona z osiągnięciem przez ustrój nośny stanu granicznego nośności w rozważanej wyjątkowej sytuacji obliczeniowej. Porównano dwie metody obliczeń: pierwszą – opartą o klasyczną statykę pierwszego rzędu, z wykorzystaniem koncepcji długości wyboczeniowej, i drugą, uwzględniającą efekty drugiego rzędu poprzez prostą amplifikację przyłożonego do konstrukcji obciążenia poziomego. Szczególną uwagę zwrócono na ilościową ocenę wpływu jaki na odporność ogniową ustroju ma sztywność węzłów, malejąca ze wzrostem temperatury elementów. Uwzględnianie tego rodzaju redukcji nie jest wprawdzie wymagane przez normę PN-EN 1993-1-2, prowadzi jednak, zwłaszcza w przypadku analizy pierwszego rzędu, do uzyskania znacznie bardziej restrykcyjnych oszacowań poszukiwanej temperatury.

SŁOWA KLUCZOWE: rama stalowa, temperatura krytyczna, pożar rozwinięty, odporność ogniowa, węzeł, sztywność, podatność.

1. WPROWADZENIE

Temperatura krytyczna stanowi obiektywną miarę bezpieczeństwa ustroju nośnego budowli na wypadek opanowania go przez pożar rozwinięty, cechujący się wyrównaną temperaturą gazów spalinowych w strefie pożarowej. Można ją w sposób jednoznaczny powiązać z rozpatrywaną konstrukcją, zastanymi warunkami podparcia czy poziomem obciążenia zewnętrznego. Jeżeli znana jest charakterystyka pożaru potencjalnie zagrażającego analizowanemu obiektowi, to da się również określić czas, przez który zapewnione będzie bezpieczne przenoszenie przyłożonych do niego obciążeń zewnętrznych wraz z dodatkowymi siłami wewnętrznymi generowanymi w elementach na skutek ograniczenia swobody realizacji odkształceń termicznych, czyli tak zwaną odporność ogniową. Wiarygodne wyznaczenie wartości poszukiwanej temperatury wymaga przeprowadzenia odrębnej analizy statyczno –

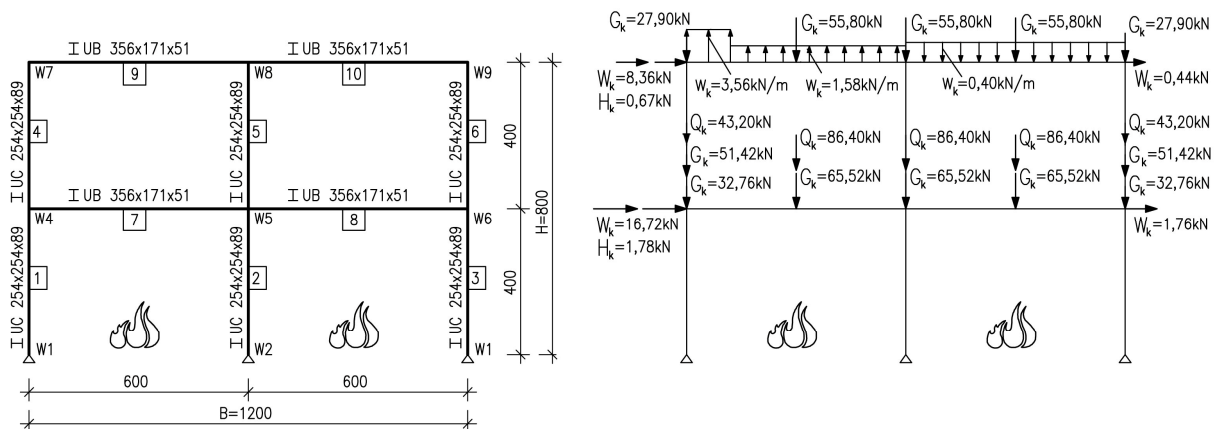
¹ mmaslak@pk.edu.pl

² ma.snela@gmail.com

wytrzymałościowej, uwzględniającej między innymi redukcję podstawowych właściwości stali, redystrybucję sił wewnętrznych, zmiany podatności węzłów oraz zależność od temperatury różnego rodzaju współczynników niestateczności [1]. Stosuje się przy tym zasady kombinacji działań odniesione do wyjątkowej sytuacji projektowej [2]. W niniejszej pracy autorzy pragną zwrócić uwagę na potrzebę uwzględniania w takich obliczeniach faktu narastającej z rozwojem pożaru podatności węzłów. Wprawdzie w przepisach normy PN-EN 1993-1-2 [3] zezwala się aby węzły, które przed rozgorzeniem pożaru modelowano jako nominalnie sztywne, były traktowane w taki sam sposób w modelu konstrukcji odniesionym do sytuacji pożarowej, to jednak trzeba bardzo wyraźnie podkreślić, że takie uproszczenie często prowadzi do zawyżonych oszacowań temperatury krytycznej, a przez to do przeszacowania realnego poziomu bezpieczeństwa. Z drugiej strony warto zaznaczyć, że ilościowa ocena tego wpływu nie jest jednoznaczna. Zależy bowiem silnie od przyjętego algorytmu obliczeń. Powyższe konstatacje zostaną szczegółowo zilustrowane przy pomocy przykładu numerycznego, rozważanego w dalszej części referatu.

2. OPIS ANALIZOWANEJ RAMY

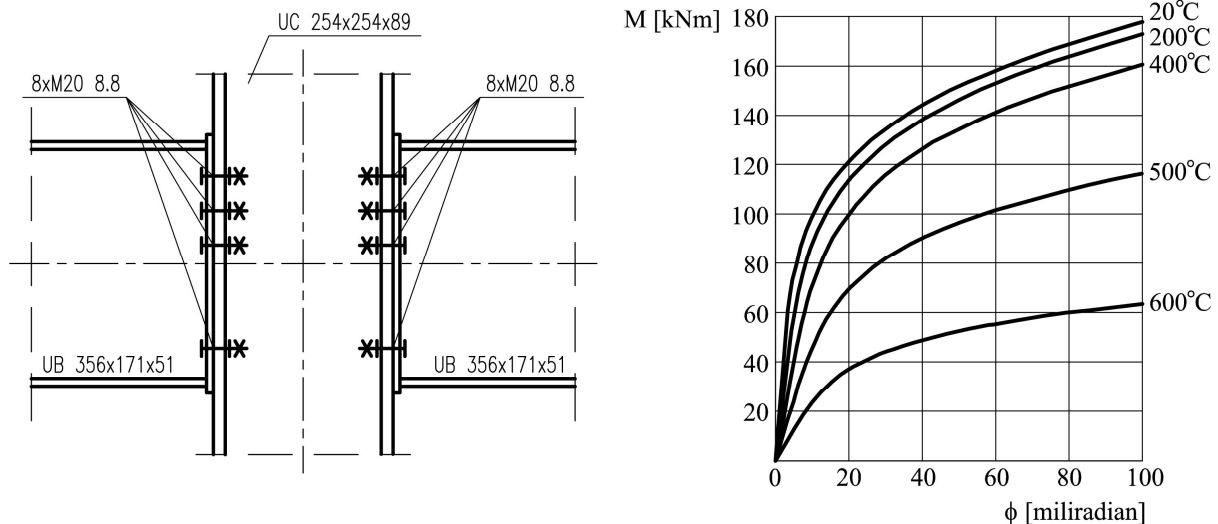
Analizie poddano zachowanie się w pożarze dwukondygnacyjnej, dwunawowej stalowej rami przechyłowej, o wymiarach pokazanych na rys. 1. Na rysunku tym zaznaczono również kształtowniki zastosowane na rygle (dwuteowniki UB356x171x51) i słupy (dwuteowniki UC254x254x89). Rozstaw ram w kierunku podłużnym wynosi 6,0 m. Ramę wykonano ze stali o charakterystycznej granicy plastyczności $f_y = 412$ MPa. Po prawej stronie rysunku zaprezentowano zestawienie przyłożonych do rami obciążeń zewnętrznych o wartościach charakterystycznych.



Rys. 1 Schemat rozpatrywanej rami (z lewej) i zestawienie obciążeń zewnętrznych (z prawej).

Rama jest przegubowo podparta w fundamencie. Wszystkie węzły rygiel – słup mają jednakową konstrukcję. Przeanalizowano je w dwóch wariantach. W pierwszym wariantcie potraktowano je jako węzły nominalnie sztywne przez cały czas pożaru. Alternatywnie, w celach porównawczych, przyjęto, że są to węzły podatne o konstrukcji jak na rys. 2. Wybór ten został podyktowany dostępnością do uzyskanej eksperymentalnie charakterystyki węzła, reprezentowanej przez zbiór krzywych $M - \Theta_a - \phi$ (moment – temperatura elementu – obrót) [4]. W tym miejscu należy zauważyć, że jakkolwiek dysponujemy już stosunkowo bogatą biblioteką charakterystyk $M - \phi$ wyspecyfikowanych dla poszczególnych rodzajów węzłów, to ich pełny opis, połączony z ujawnieniem zależności tego rodzaju krzywych od temperatury stali, można odnieść jedynie do rezultatów pojedynczych i słabo zweryfikowanych badań [5]. Analiza

statyczna prowadzona była przy użyciu programu *Robot Structural Analysis 2010*. Uwzględniono zależność od temperatury granicy plastyczności i modułu sprężystości podłużnej stali, według zależności: $f_{y,\Theta} = k_{y,\Theta} f_y$ i $E_{a,\Theta} = k_{E,\Theta} E_a$, gdzie $k_{y,\Theta}$ i $k_{E,\Theta}$ są odpowiednimi współczynnikami redukcyjnymi, wyspecyfikowanymi w normie PN-EN 1993-1-2 [3].



Rys. 2. Schemat dwustronnego węzła rygiel-słup w wersji rozpatrywanej jako węzeł podatny (z lewej) i jego charakterystyka moment – temperatura elementu – obrót, otrzymana na podstawie badań szczegółowo prezentowanych w pracy [4] (z prawej).

3. METODY ANALIZY

Przyjęto, że pożar rozgorzał w obu nawach na parterze rozpatrywanego budynku, co wiąże się z nagrzewaniem na skutek bezpośredniej ekspozycji ogniowej dolnych słupów i dolnych rygli ustroju nośnego (rys. 1). Zakłada się, że górne słupy i górne rygle są doskonale izolowane przed wpływem ognia i nie są nagrzewane. Sam pożar modelowany jest przez narastającą w czasie jego trwania temperaturę wskazanych powyżej elementów nośnych, równomiernie rozłożoną w ich przekrojach poprzecznych, przy zachowaniu stałego poziomu przyłożonych do konstrukcji obciążeń zewnętrznych. Szczegółowa analiza statyczna wykazała, że miarodajną, wyjątkową kombinacją działań jest kombinacja: *ciężar własny charakterystyczny + obciążenia stałe charakterystyczne + obciążenia użytkowe charakterystyczne $\times 0,7$ + obciążenia wiatrem charakterystyczne $\times 0,2$ + obciążenia temperaturą $\times 1,0$* . Oznacza to, że poziome siły zastępcze, modelujące imperfekcję przechyłową, wyznaczone są w zależności od sumy obciążeń pionowych specyfikowanych zgodnie z powyższą regułą kombinacyjną. Przyjęto dwa alternatywne podejścia obliczeniowe:

- *analiza pierwszego rzędu z wykorzystaniem koncepcji długości wyboczeniowej* - dla przypadku wyboczenia w płaszczyźnie ramy wyznacza się obciążenie krytyczne $N_{cr,y}$ znajdując wcześniej mnożnik λ_{cr} (w odniesieniu do słupa - dla pierwszej przechyłowej postaci drgań własnych, w odniesieniu do rygla - dla pierwszej symetrycznej postaci drgań własnych); dla przypadku wyboczenia z płaszczyzny ramy wyznacza się obciążenie krytyczne $N_{cr,z}$ przy założeniu że długość wyboczeniowa elementu z płaszczyzny ramy jest równa jego długości teoretycznej (podparcia przegubowo nieprzesuwne); następnie określa się smukłości względne $\bar{\lambda}_y$ i $\bar{\lambda}_z$, a stąd współczynniki wyboczeniowe χ_y i χ_z ; niezależnie wyznacza się współczynnik zwiczerzeniowy χ_{LT} ,

- *uproszczona analiza drugiego rzędu* – sprawdzono czy rama jest wrażliwa na efekty drugiego rzędu ($\alpha_{cr} < 10$), wyznaczono współczynniki amplifikacji η_{amp} dla sił poziomych, niezależnie w poziomie dolnego i górnego rygla; następnie dla tak amplifikowanego układu obciążeń znaleziono wartości momentów zginających i sił podłużnych; siły krytyczne $N_{cr,y}$ oraz $N_{cr,z}$ wyliczono przy założeniu, że długości wyboczeniowe elementów, zarówno w płaszczyźnie ramy poprzecznej jak i w kierunku prostopadłym do tej płaszczyzny, są równe ich długościom teoretycznym; dalszy tok postępowania – jak wyżej.

Elementami ustroju nośnego miarodajnymi dla ustalenia temperatury krytycznej konstrukcji są słup parteru oznaczony na rys. 1 symbolem „3” oraz rygiel „8” wspierający strop pierwszej kondygnacji. Są to elementy zginane i ściskane, zatem, zgodnie z zaleceniami normy PN-EN 1993-1-2 [3], poszukiwaną wartość temperatury $\Theta_{a,cr}$ będzie determinować spełnienie ostrzejszego z cytowanych niżej warunków granicznych (wielkości oznaczone przez autorów niniejszego opracowania dodatkowym, górnym indeksem Θ zależą od rozpatrywanej temperatury stali):

$$\rho_1 = \rho(\Theta_{a,cr}) = \frac{N_{fi,Ed}^{\Theta}}{\chi_{min,fi}^{\Theta} A k_{y,\Theta} \frac{f_y}{\gamma_{M,fi}}} + \frac{k_y^{\Theta} M_{y,fi,Ed}^{\Theta}}{W_y k_{y,\Theta} \frac{f_y}{\gamma_{M,fi}}} = 1 \quad (1)$$

$$\rho_2 = \rho(\Theta_{a,cr}) = \frac{N_{fi,Ed}^{\Theta}}{\chi_{z,fi}^{\Theta} A k_{y,\Theta} \frac{f_y}{\gamma_{M,fi}}} + \frac{k_{LT}^{\Theta} M_{y,fi,Ed}^{\Theta}}{\chi_{LT,fi}^{\Theta} W_y k_{y,\Theta} \frac{f_y}{\gamma_{M,fi}}} = 1 \quad (2)$$

Jak widać, wielkość ρ_1 związana jest z interakcją zginania w płaszczyźnie ramy (bez możliwości zwichrzenia) oraz ściskania z potencjalnym wyboczeniem „na kierunku słabszym” (może to być zarówno wyboczenie względem osi y , z uwagi na dużą długość wyboczeniową, jak i wyboczenie względem osi z , skojarzonej z mniejszym promieniem bezwładności). Z kolei wielkość ρ_2 stanowi efekt współdziałania zginania w płaszczyźnie ramy, zagrożonego zwichrzeniem, oraz ściskania z potencjalnym wyboczeniem względem osi z . Zwróćmy uwagę, że od temperatury stali zależą nie tylko współczynniki globalnej niestateczności elementów (χ_y , χ_z , χ_{LT}) ale również czynniki skutkujące nieliniową postacią krzywej interakcji $M - N$ (w szczególności k_y i k_{LT}). Podstawowe znaczenie ma jednak w tym przypadku sprężysta redystrybucja momentów zginających i pozostałych sił wewnętrznych związana między innymi ze zmianami podatności węzłów.

4. WYNIKI UZYSKANE PRZY ZASTOSOWANIU ANALIZY PIERWSZEGO RZĘDU

Analizę stateczności rozpatrywanej ramy w pożarze przeprowadzono osobno dla sytuacji projektowej, w której założono że wszystkie węzły rygiel – słup przez cały czas ekspozycji ogniowej są nominalnie sztywne, oraz porównawczo, dla modelu uwzględniającego ich realną sztywność, malejącą ze wzrostem temperatury stali. Uzyskane wyniki zebrano w tabelach 1 i 2 dla słupa numer „3” oraz w tabelach 3 i 4 dla rygla numer „8”. Tabele 1 i 3 dotyczą przypadku ze sztywnymi węzłami natomiast tabele 2 i 4 odnoszą się

do węzłów podatnych. Wyniki te pozwoliły na oszacowanie temperatury krytycznej elementów ustroju nośnego na przecięciu odpowiednich relacji $\rho_1 = \rho_1(\theta_a)$ oraz $\rho_2 = \rho_2(\theta_a)$ z granicznym poziomem 1,0. Oszacowania te pokazano na rysunkach 3 i 4 (odpowiednio w odniesieniu do słupa numer „3” i rygla numer „8”). W przypadku, gdy przecięcie to miało miejsce powyżej temperatury 600 °C stosowano predykcję wyników przy pomocy interpolacji wielomianowej.

Tabela 1: Wyniki odniesione do słupa numer „3”, uzyskane przy zastosowaniu analizy pierwszego rzędu dla ramy z węzłami rygiel – słup nominalnie sztywnymi przez cały czas pożaru.

θ_a [°C]	N [kN]	M_y [kNm]	λ_{cr}	$N_{cr,y}$ [kN]	$\bar{\lambda}_y$	χ_y	$N_{cr,z}$ [kN]	χ_z	χ_{LT}	ρ_1	ρ_2
20	226,7	44,1	11,17	2533,1	1,36	0,35	5842,3	0,56	0,65	0,23	0,21
100	220,5	77,2	11,15	2458,2	1,38	0,34	5842,3	0,56	0,65	0,30	0,30
200	214,2	110,3	10,01	2145,1	1,47	0,31	5258,1	0,53	0,62	0,38	0,41
300	209,5	135,1	8,89	1862,0	1,58	0,28	4673,8	0,50	0,60	0,46	0,50
400	206,4	151,6	7,77	1603,2	1,70	0,25	4089,6	0,47	0,57	0,52	0,58
500	204,8	159,8	6,65	1362,8	1,63	0,27	3505,4	0,49	0,59	0,68	0,73
600	213,8	112,7	3,45	737,2	1,72	0,24	1811,1	0,45	0,55	1,03	0,91

Tabela 2: Wyniki odniesione do słupa numer „3”, uzyskane przy zastosowaniu analizy pierwszego rzędu dla ramy z podatnymi węzłami rygiel – słup, przy podatności rosnącej ze wzrostem temperatury stali.

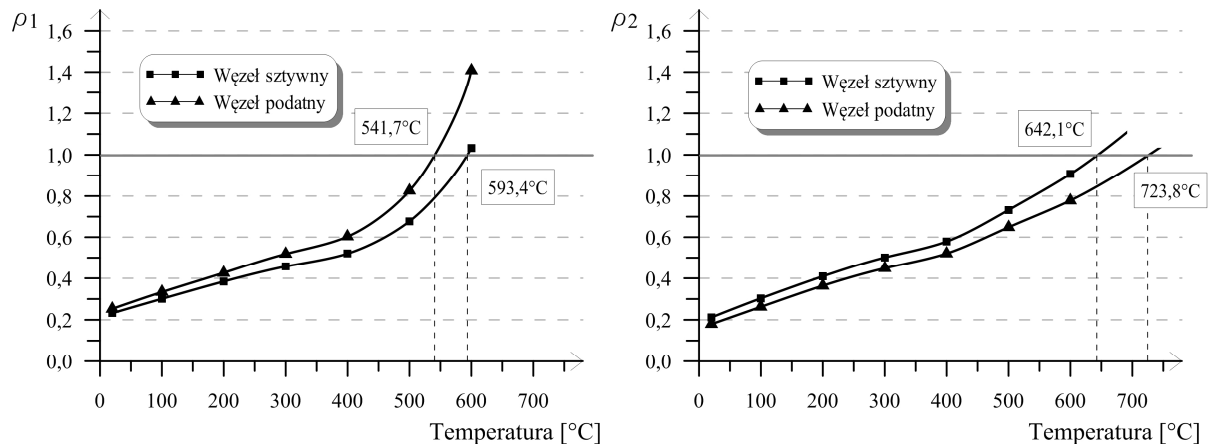
θ_a [°C]	N [kN]	M_y [kNm]	λ_{cr}	$N_{cr,y}$ [kN]	$\bar{\lambda}_y$	χ_y	$N_{cr,z}$ [kN]	χ_z	χ_{LT}	ρ_1	ρ_2
20	217,3	33,7	7,72	1677,5	1,67	0,26	5842,3	0,56	0,65	0,25	0,18
100	211,9	63,7	6,94	1469,9	1,78	0,23	5842,3	0,56	0,65	0,33	0,26
200	208,3	95,4	6,17	1286,1	1,95	0,21	5258,1	0,53	0,62	0,43	0,36
300	205,5	118,2	5,23	1074,3	2,14	0,18	4673,8	0,50	0,60	0,52	0,45
400	203,9	133,7	4,48	914,1	2,37	0,16	4089,6	0,47	0,57	0,60	0,52
500	203,1	138,2	3,26	662,4	2,23	0,15	3505,4	0,49	0,59	0,83	0,65
600	206,2	92,2	1,58	325,5	2,41	0,12	1811,1	0,46	0,55	1,41	0,78

Tabela 3: Wyniki odniesione do rygla numer „8”, uzyskane przy zastosowaniu analizy pierwszego rzędu dla ramy z węzłami rygiel – słup nominalnie sztywnymi przez cały czas pożaru.

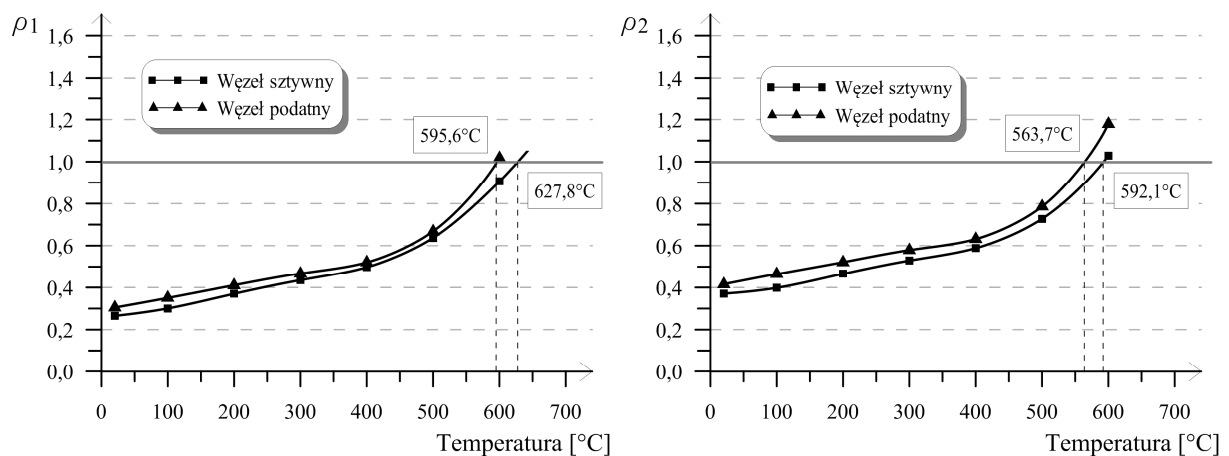
θ_a [°C]	N [kN]	M_y [kNm]	λ_{cr}	$N_{cr,y}$ [kN]	$\bar{\lambda}_y$	χ_y	$N_{cr,z}$ [kN]	χ_z	χ_{LT}	ρ_1	ρ_2
20	-5,1	94,1	74,37	376,1	2,67	0,12	517,7	0,15	0,70	0,27	0,37
100	17,7	94,9	70,01	1242,6	1,47	0,31	517,7	0,15	0,70	0,30	0,40
200	40,6	95,7	58,56	2375,2	1,06	0,47	465,9	0,14	0,69	0,37	0,47
300	57,7	96,3	48,65	2804,9	0,98	0,52	414,1	0,13	0,66	0,44	0,53
400	69,1	96,7	40,39	2789,2	0,98	0,51	362,4	0,11	0,64	0,50	0,59
500	74,7	96,9	33,65	2514,2	0,91	0,55	310,6	0,12	0,66	0,64	0,73
600	42,3	95,8	20,04	848,0	1,22	0,40	160,5	0,11	0,63	0,91	1,03

Tabela 4: Wyniki odniesione do rygla numer „8”, uzyskane przy zastosowaniu analizy pierwszego rzędu dla ramy z podatnymi węzłami rygiel – słup, przy podatności rosnącej ze wzrostem temperatury stali.

θ_a [°C]	N [kN]	M_y [kNm]	λ_{cr}	$N_{cr,y}$ [kN]	$\bar{\lambda}_y$	χ_y	$N_{cr,z}$ [kN]	χ_z	χ_{LT}	ρ_1	ρ_2
20	-1,0	100,4	64,28	61,8	6,58	0,02	517,7	0,15	0,70	0,30	0,42
100	19,4	101,9	61,20	1187,9	1,50	0,30	517,7	0,15	0,70	0,35	0,46
200	38,9	102,3	53,37	2074,0	1,14	0,44	465,9	0,14	0,69	0,41	0,52
300	53,0	102,9	45,82	2427,3	1,05	0,48	414,1	0,13	0,66	0,47	0,58
400	62,4	103,2	38,91	2426,4	1,05	0,48	362,4	0,11	0,64	0,52	0,63
500	65,5	104,4	32,56	2131,0	0,99	0,51	310,6	0,12	0,66	0,67	0,79
600	39,4	105,0	17,72	698,3	1,34	0,35	160,5	0,11	0,63	1,02	1,18



Rys. 3. Oszacowanie temperatury krytycznej słupa numer „3” przy zastosowaniu teorii pierwszego rzędu.



Rys. 4. Oszacowanie temperatury krytycznej ryglu numer „8” przy zastosowaniu teorii pierwszego rzędu.

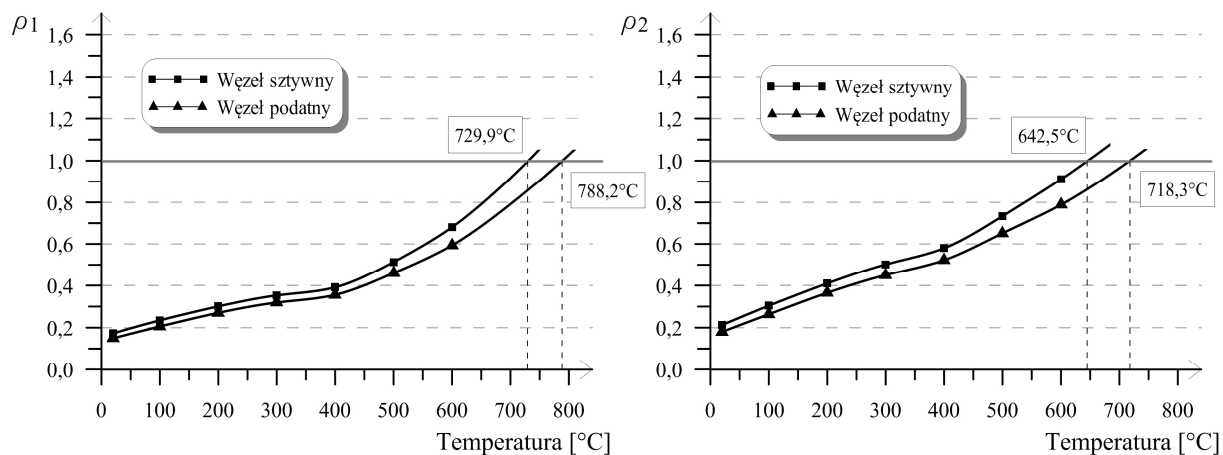
5. WYNIKI UZYSKANE PO AMPLIFIKACJI SIŁ POZIOMYCH

Jeśli stosować się ściśle do przepisów normowych, to należy uwzględnić ewentualną wrażliwość rozpatrywanej ramy na efekty drugiego rzędu i w przypadku jej potwierdzenia przeprowadzić co najmniej amplifikację sił poziomych. Przy takim podejściu nie określa się długości wybozeniowej elementów ramy, przyjmując bez obliczeń, że jest ona równa ich długości teoretycznej.

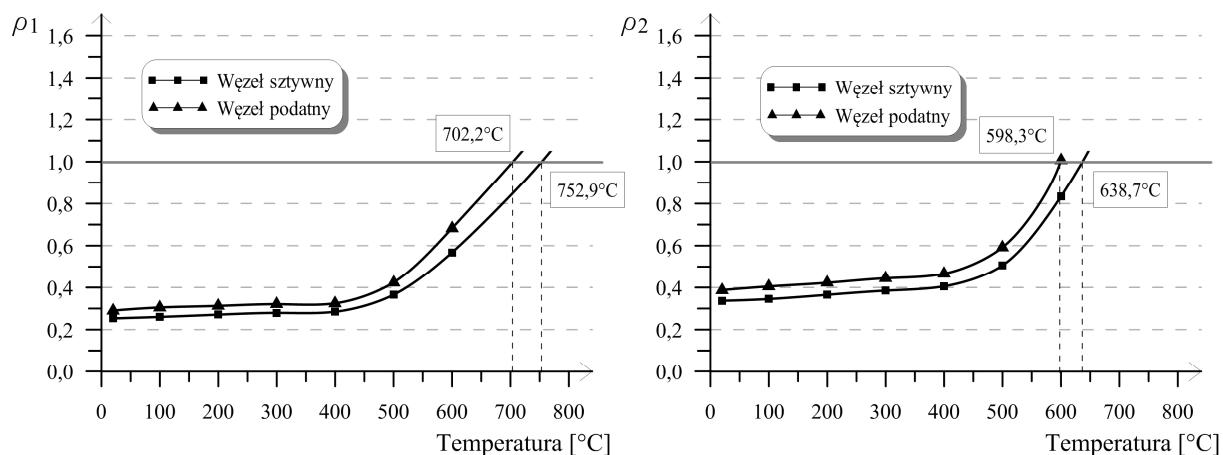
Tabela 5. Współczynniki wrażliwości na efekty drugiego rzędu i współczynniki amplifikacji dla ramy rozpatrywanej w przykładzie.

$\theta_a [^\circ C]$	Węzły nominalnie sztywne przez cały czas trwania pożaru		Węzły podatne o sztywności malejącej ze wzrostem temperatury stali	
	α_{cr} (na górze/na dole)	η_{amp} (na górze/na dole)	α_{cr} (na górze/na dole)	η_{amp} (na górze/na dole)
20	178,21/43,03	1,01/1,02	73,25/28,32	1,01/1,04
100	178,21/43,03	1,01/1,02	59,00/25,00	1,02/1,04
200	160,05/38,72	1,01/1,03	51,91/22,21	1,02/1,05
300	141,69/34,44	1,01/1,03	41,75/18,61	1,02/1,06
400	124,36/30,10	1,01/1,03	35,28/15,96	1,03/1,07
500	106,70/25,82	1,01/1,04	23,26/11,60	1,04/1,09
600	55,05/13,34	1,02/1,08	11,70/5,89	1,09/1,20

Zauważmy jednak, że w odniesieniu do ramy rozpatrywanej w przykładzie wrażliwość tego typu występuje dopiero wtedy gdy elementy dolnej kondygnacji osiągną temperaturę około 600°C , mniej więcej równą temperaturze krytycznej (wtedy $5,89 < 10$ - patrz tabela 5), i to jedynie w przypadku uwzględnienia realnej podatności węzłów. Nie zachodzi zatem w zasadzie konieczność przeprowadzania tego typu obliczeń, niemniej jednak wykonano je w celach porównawczych. Uzyskane wyniki zaprezentowano na rysunku 5 na przykładzie słupa numer „3” i na rys. 6 w odniesieniu do ryglu numer „8”.



Rys. 5. Oszacowanie temperatury krytycznej słupa numer „3” przy zastosowaniu amplifikacji sił poziomych.



Rys. 6. Oszacowanie temperatury krytycznej ryglu numer „8” przy zastosowaniu amplifikacji sił poziomych.

6. WNIOSKI

Przeprowadzona analiza pozwala na podkreślenie kilku istotnych zależności:

- Wykorzystanie modelu obliczeniowego z węzłami nominalnie sztywnymi przez cały czas pożaru, przy zastosowaniu statyki pierwszego rzędu, dało oszacowanie temperatury krytycznej na poziomie $592,1^{\circ}\text{C}$. Miarodajny w tym względzie jest zatem rygiel numer „8”. Uwzględnienie realnej podatności węzłów prowadzi jednak do zupełnie innego wniosku. W tym przypadku temperatura krytyczna wynosi jedynie $541,7^{\circ}\text{C}$ a oszacowanie to odnosi się do słupa numer „3”. Taki poziom temperatury zostanie osiągnięty w pożarze znacznie wcześniej, co oznacza że odporność ogniowa ramy, wyznaczona bez analizy sztywności węzłów, a co za tym idzie preliminowany poziom bezpieczeństwa, były wyraźnie przeszacowane.

- Zastosowanie do analizy uproszczonej teorii drugiego rzędu opartej na amplifikacji przyłożonych do konstrukcji sił poziomych daje oszacowania temperatury krytycznej mniej restrykcyjne w stosunku do tych, które wynikały z wykorzystania klasycznej statyki pierwszego rzędu. W prezentowanym przykładzie są to odpowiednio $638,7^{\circ}\text{C}$ w przypadku węzłów nominalnie sztywnych i $598,3^{\circ}\text{C}$ po uwzględnieniu podatności węzłów. Miarodajnym w obu sytuacjach jest rygiel numer „8”. Rezultat ten wynika z faktu nie uwzględniania w tego typu obliczeniach znaczącej redukcji nośności na ściskanie wynikającej z założenia dużej długości wybozeniowej elementu przy analizie wybożenia w płaszczyźnie ramy,
- W analizie pierwszego rzędu uwzględnienie realnej podatności węzłów w pożarze daje na ogół bardziej ostrożne oszacowania temperatury krytycznej w stosunku do tych, które wynikają z przyjęcia pełnej i niezależnej od temperatury stali sztywności węzłów. Wyjątkiem jest tu sytuacja pokazana na rys. 3 po prawej stronie. Przy szacowaniu wielkości ρ_2 na podstawie równania (2) bierze się bowiem pod uwagę interakcję zginania i ściskania z wybożeniem z płaszczyzny ramy, a na tym kierunku długość wybozeniowa elementu jest równa długości teoretycznej.
- W przypadku zastosowania obliczeń z amplifikacją sił poziomych sytuacja jest bardziej złożona. Uwzględnienie realnej podatności węzłów w pożarze daje mniej restrykcyjne oszacowania temperatury krytycznej w odniesieniu do słupa (rys. 5) ale za to bardziej restrykcyjne w stosunku do rygla (rys. 6). W tego typu podejściu nie ma bowiem specyfikacji długości wybozeniowej słupa w płaszczyźnie ramy, decydującej o odporności ogniowej ustroju w teorii pierwszego rzędu.

Piśmiennictwo

- [1] Maślak M.: Trwałość pożarowa stalowych konstrukcji prętowych, Monografia 370, Seria „Inżynieria Lądowa”, Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej, Kraków, 2008,
- [2] PN-EN 1990 Eurokod: Podstawy projektowania konstrukcji.
- [3] PN-EN 1993-1-2 Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-2: Reguły ogólne. Obliczanie konstrukcji na wypadek pożaru.
- [4] Al-Jabri K.S., Burgess I.W., Lennon T., Plank R.J.: Moment-rotation-temperature curves for semi-rigid joints, *Journal of Constructional Steel Research*, 61, 2005, str. 281-303,
- [5] Maślak M., Litwin M.: Podatność stalowego węzła belka – słup w temperaturze pożarowej, *Inżynieria i Budownictwo*, 8/2010, str. 441-445.

CRITICAL TEMPERATURE OF STEEL FRAME WITH JOINT STIFFNESS DECREASING IN FIRE

Summary

Two different calculation techniques, useful for the evaluation of critical temperature of steel sway frame under fire conditions, have been compared and discussed on the presented numerical example. The first one relates to the classical first order analysis with specification of member buckling lengths, whereas the second one to another approach connected with amplification of horizontal actions applied to the structure. Special attention is paid to quantitative assessment of the influence of real joint stiffness, decreasing with member temperature growth, on conclusive frame fire resistance. The obtained results depend on the adopted evaluation methodology. They are shown in detail in diagrams included in the paper.

Monika MATUSZKIEWICZ¹
Politechnika Koszalińska

WYBRANE PROBLEMY OBCIĄŻENIA OBLODZENIEM MASZTÓW Z ODCIĄGAMI

STRESZCZENIE

W pracy, na przykładzie pewnego masztu o trzonie rurowym, przeanalizowano wpływ oblodzenia na wyężenie konstrukcji masztu. Uwzględniono zarówno przypadek centralnie symetrycznego, jak i niesymetrycznego oblodzenia masztu. Model oblodzenia masztu przyjęto na podstawie międzynarodowej normy ISO 12494 [1], ponieważ model ten bardziej precyzyjnie odwzorowuje rzeczywiste obciążenie oblodzeniem, niż dotychczasowa polska norma [2]. Na podstawie uzyskanych wyników analizy sformułowano pewne uwagi i wnioski praktyczne.

SŁOWA KLUCZOWE: maszt z odcciągami, trzon rurowy, obciążenie oblodzeniem

1. WSTĘP

Wpływ obciążenia oblodzeniem na wyężenie konstrukcji w stosunku do innych obciążeń działających na konstrukcję masztu z odcciągami rośnie zarówno z wysokością konstrukcji, jak i ze wzrostem smukłości trzonu masztu i wzrostem liczby odcciągów. Oblodzenie z jednej strony zwiększa znacząco obciążenia pionowe masztu, a z drugiej strony, przez zwiększenie powierzchni na którą działa wiatr, zwiększa też poziome oddziaływanie wiatru na konstrukcję. Na oblodzenie elementów konstrukcji ma wpływ wiele czynników, wśród których do najważniejszych można zaliczyć warunki meteorologiczne i ukształtowanie terenu. Decydują one nie tylko o grubości warstwy oblodzenia, ale też o gęstości lodu, jego rozmieszczeniu i kształcie. W naturze na masztach z odcciągami oblodzenie niemal nigdy nie występuje centralnie symetrycznie. Tradycyjnie przyjmuje się jednak taki model oblodzenia, ponieważ dla stosunkowo niedużych odkładów lodu na elementach takie modelowanie obciążenia jest po bezpiecznej stronie. Zgodnie z [3], niesymetryczne oblodzenie masztu należy uwzględnić w uzasadnionych przypadkach, w których może ono wywołać dodatkowe zginanie trzonu masztu. Może to być istotne w sytuacjach, gdy:

- trzon masztu ma niedużą sztywność,
- nośność trzonu jest wykorzystana w dużym stopniu dla przypadków uwzględniających oblodzenie centralnie symetryczne,
- w odcciągach są małe siły wstępnego napięcia.

¹ m.mat@wbiis.tu.koszalin.pl

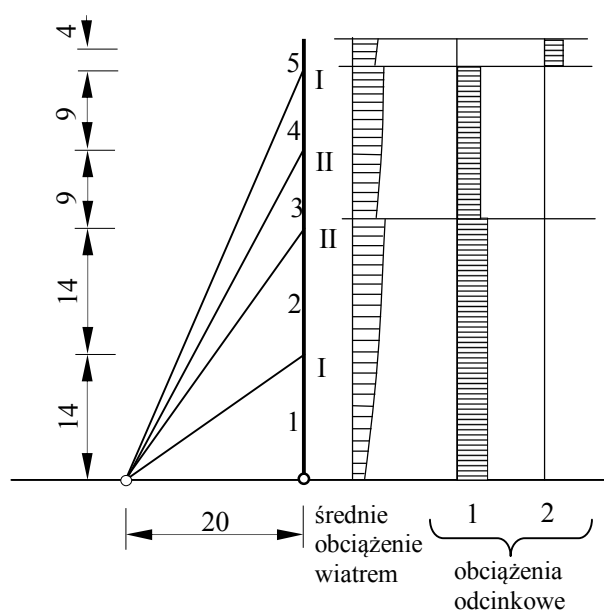
Wydaje się więc, że dobrym przykładem, na którym wpływ oblodzenia zarówno centralnie symetrycznego, jak i niesymetrycznego można sprawdzić, mogą tu być, ze względu na specyficzną budowę, maszty o trzonie rurowym, przeznaczone do pomiarów prędkości i kierunku wiatru.

2. ANALIZA PORÓWNAWCZA

W pracy, do przeprowadzenia analizy porównawczej, wybrano konstrukcję masztu zaprojektowaną na maksymalnie 2 strefę oblodzenia dla terenu Polski według [2], o dużym stopniu wykorzystania nośności przekroju i niewielkich siłach wstępnego napięcia odciągów. W obliczeniach przyjęto lokalizację masztu na terenach podgórskich, na wysokości 350 m n.p.m., terenie kategorii II (niska roślinność), w 1 strefie obciążenia wiatrem zgodnie z [4]. Ze względu na to, że w odniesieniu do terenu Polski nie ma opracowanych informacji dotyczących przyjęcia konkretnych klas oblodzenia, zdefiniowanych zgodnie z międzynarodową normą [1], nawiązano się do niemieckich stref oblodzenia, dla których takie informacje są opracowane. Przyjęto więc, zgodnie z [5], że dla terenów podgórskich do wysokości 400 m n.p.m. należy założyć klasę oblodzenia ICR2, ponieważ ze względu na warunki tworzenia się lodu, na tych terenach jest dużo bardziej prawdopodobne wystąpienie oblodzenia w postaci szadzi, niż szkliwa. Przyjęcie takiego modelu oblodzenia było bardziej niekorzystne w stosunku do tradycyjnie przyjmowanego modelu oblodzenia dla terenu Polski, ponieważ zgodnie z [1], na wszystkich elementach konstrukcji masztu po stronie nawietrznej szadź tworzy wydłużony, wrzecionowaty kształt, co znacznie zwiększa powierzchnię oblodzonej konstrukcji poddanej działaniu wiatru, którą należy uwzględnić w obliczeniach (por. [6]).

2.1. Charakterystyka masztu

Trzon masztu wysokości 50 m zaprojektowano o przekroju rurowym ze stali o granicy plastyczności $f_y = 235$ MPa. Maszt ma cztery poziomy mocowania odciągów na wysokościach: 14, 28, 37 i 46 m. Na odciaży zastosowano liny splotkowe o konstrukcji T6x19 średnicy 10 mm i minimalnej sile zrywającej 63,3 kN. Przyjęte wartości sił wstępnego napięcia wszystkich odciągów, ze względu na sposób montażu, wynoszą 2 kN.



Rys. 1. Schemat masztu (wymiały w metrach) i modele obciążenia wiatrem zgodnie z [3]

Rurowy trzon masztu składa się z trzech odcinków rur o różnych średnicach:

- pierwszy odcinek (30 m) z rury $\varnothing 219,1/ 6,3$ mm,
- drugi odcinek (16 m) z rury $\varnothing 168,3/ 5,0$ mm,
- trzeci odcinek (4 m) z rury $\varnothing 103,0/ 3,6$ mm.

Geometrię masztu pokazano na rys. 1.

2.2. Obliczenia statyczno-wytrzymałościowe

Obliczenia statyczne masztu według [3] przeprowadzono uwzględniając każdorazowo ciężar własny konstrukcji, z nadatkiem 10 % na połączenia i wyposażenie oraz obciążenia klimatyczne dla trzech różnych kombinacji obciążeń:

- kombinacja A – obciążenie maksymalne wiatrem

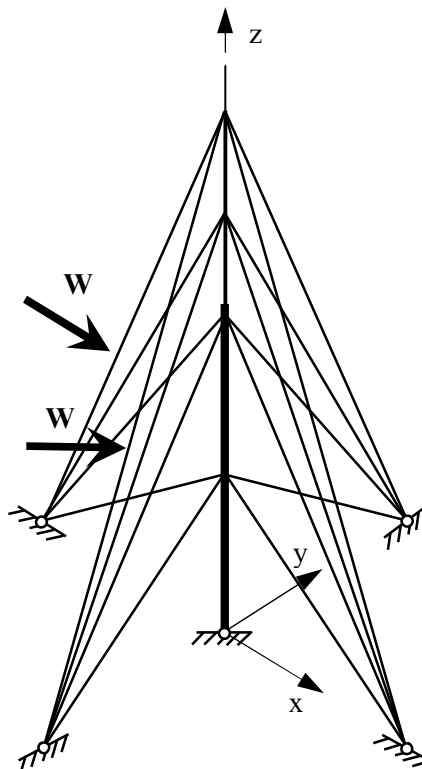
$$\gamma_G G_k + \gamma_W Q_{k,W}, \quad (1)$$

- kombinacja B – dominujące obciążenie wiatrem + towarzyszące obciążenie oblodzeniem

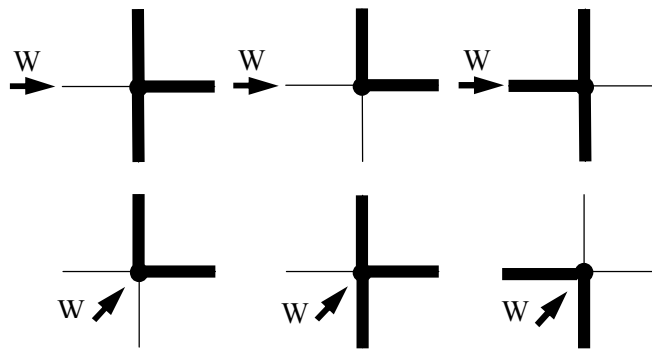
$$\gamma_G G_k + \gamma_W k Q_{k,W} + \gamma_{ice} \psi_{ice} Q_{k,ice}, \quad (2)$$

- kombinacja C – dominujące obciążenie oblodzeniem + towarzyszące obciążenie wiatrem

$$\gamma_G G_k + \gamma_{ice} Q_{k,ice} + \gamma_W \psi_W k Q_{k,W}. \quad (3)$$



Rys. 2. Kierunki obciążenia wiatrem masztu



Rys. 3. Kierunki obciążenia wiatrem na niesymetrycznie oblodzoną konstrukcję masztu

W tabl. 2, w celach porównawczych, zestawiono uzyskane wartości sił wewnętrznych w przęsłach trzonu masztu dla kombinacji obciążeń bez oblodzenia i z oblodzeniem centralnie symetrycznym, a w tabl. 3 - największe wartości sił w odciągach masztu dla tych kombinacji.

Tablica 2. Siły wewnętrzne w przęsłach masztu

Przęsło masztu	Kierunek wiatru	Wartości sił wewnętrznych w trzonie masztu dla poszczególnych kombinacji obciążeń (kN, kNm)								
		A			B			C		
		N	M _y	M _z	N	M _y	M _z	N	M _y	M _z
I	W1	72,1	5,48	0	162,7	2,79	0	107,2	1,11	0
	W2	75,1	3,43	3,43	165,3	1,32	1,32	109,6	0,68	0,68
II	W1	63,2	5,49	0	149,3	3,13	0	95,8	1,07	0
	W2	63,9	3,43	3,43	150,2	2,35	2,35	97,6	0,88	0,88
III	W1	42,7	1,71	0	114,5	4,33	0	71,1	1,95	0
	W2	43,0	1,24	1,24	112,5	1,75	1,75	71,9	1,23	1,23
IV	W1	23,6	1,73	0	66,6	4,09	0	40,2	1,60	0
	W2	23,7	1,24	1,24	64,7	2,05	2,05	40,5	1,14	1,14
V	W1	0,2	1,35	0	0,2	0,82	0	0,3	0,41	0
	W2	0,2	0,96	0,96	0,2	0,58	0,58	0,3	0,29	0,29

Ze względu na ograniczoną objętość pracy pominięto w niej wartości sił wewnętrznych w elementach konstrukcji masztu w przypadku niesymetrycznego obciążenia oblodzeniem.

Dla każdej analizowanej sytuacji obliczeniowej sprawdzono warunek nośności trzonu masztu zgodnie z [10] (por. [9]):

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M_{y,Ed}}{M_{y,Rd}} + \frac{M_{z,Ed}}{M_{z,Rd}} \leq 1, \quad (4)$$

gdzie N_{Rd} , $M_{y,Rd}$, $M_{z,Rd}$ – wartości obliczeniowe nośności według [10], a N_{Ed} , $M_{y,Ed}$, $M_{z,Ed}$ – obliczeniowa siła podłużna i obliczeniowe momenty zginające, oraz warunki stateczności jak dla rurowego pręta ściskanego i zginanego zgodnie z [10], przy założeniu długości wybocze-niowych przęseł masztu równych ich rozpiętości (por. [9]):

$$\frac{n}{\chi_i} + \left[(k_{ii} m_i)^2 + (C_{mj} m_j)^2 \right]^{1/2} \leq 1 \quad (i, j = y, z), \quad (5)$$

w którym : χ_i - współczynnik wyboczenia, k – wg tablicy B.1 normy [10] – jak w przypadku przekrojów rurowych prostokątnych, n – względna siła podłużna, $n = N_{Ed} / N_{cRd}$, m – względny moment zginający, $m_y = M_{y,Ed} / M_{y,Rd}$, $m_z = M_{z,Ed} / M_{z,Rd}$.

Tablica 3. Siły w odciągach

Poziom zamocowania odciągu	Kierunek wiatru	Maksymalna siła w odciągu dla poszczególnych kombinacji obciążeń (kN)		
		A	B	C
I	W1	4,7	6,1	4,4
	W2	5,9	6,6	4,6
II	W1	8,3	11,1	7,1
	W2	7,3	12,5	7,7
III	W1	9,0	18,9	10,7
	W2	7,8	17,6	10,6
IV	W1	9,9	30,3	14,9
	W2	8,5	23,2	13,8

Nośność odciągów sprawdzono, zgodnie z [11], według wzoru

$$\frac{F_{Ed}}{F_{Rd}} \leq 1, \quad (6)$$

w którym: F_{Ed} – wartość obliczeniowa siły podłużnej w odciągu,
 F_{Rd} – wartość obliczeniowa nośności przy rozciągnięciu (por. [9]).

W przypadku kombinacji A, dla najbardziej wyiężonych odciągów, wykorzystanie nośności wyniosło 32 %, w przypadku masztu oblodzonego centralnie symetrycznie (sytuacje S01 i S02) dla kombinacji B – 97 %, a dla kombinacji C - 48 %. Generalnie, dla sytuacji z niesymetrycznym oblodzeniem, nie stwierdzono zwiększenia wyiężenia odciągów w porównaniu z sytuacjami oblodzenia centralnie symetrycznego.

W tabl. 4 zestawiono procentowe wykorzystanie warunków nośności i stateczności w poszczególnych przęsełach trzonu masztu. Podano wyniki dla kombinacji A, kombinacji B w sytuacjach oblodzenia centralnie symetrycznego, oraz w kombinacji B – dla najbardziej niekorzystnych sytuacji oblodzenia niesymetrycznego. Kombinację C pominięto ze względu na uzyskanie mniej niekorzystnych wartości sił wewnętrznych w trzonie masztu.

Tablica 4. Stopień wykorzystania nośności w [%]w przęsłach trzonu masztu

Przęsło trzonu masztu	Kombinacja					
	A		B centralnie symetr.		B niesymetr.	
	war. nośności	war. stateczności	war. nośności	war. stateczności	war. nośności	war. stateczności
1	21	49	22	91	24 (S11)	90 (S11)
2	20	45	24	85	25 (S10,S11, S13)	83 (S11)
3	17	35	37	99	48 (S11)	1,01 (S11)
4	14	23	28	64	55 (S14)	61 (S14)

3. UWAGI I WNIOSKI KOŃCOWE

Na podstawie przeprowadzonej analizy wpływu oblodzenia na wykorzystanie nośności masztu o rurowym trzonie można stwierdzić, że na wyłączenie zarówno trzonu, jak i odciągów mają największy wpływ kombinacje oblodzonej konstrukcji, z decydującym obciążeniem wiatrem. Stopień wykorzystania nośności odciągów konstrukcji nieoblodzonej w stosunku do oblodzonej symetrycznie zwiększył się z 32 % do 97 %. Oblodzenie niesymetryczne w przypadku odciągów było generalnie mniej niekorzystne od oblodzenia centralnie symetrycznego. W przypadku trzonu masztu dla oblodzonej konstrukcji wzrosło znacznie procentowe wykorzystanie warunków stateczności w stosunku do konstrukcji nie oblodzonej. Wzrost ten wyniósł od 40 % dla przęsła 2 do 64 % dla przęsła 3. Wykorzystanie warunków nośności wzrosło znacznie dla przęseł, w których zmniejszył się przekrój trzonu masztu – maksymalnie o 20 % dla oblodzenia centralnie symetrycznego, w porównaniu z masztem nie oblodzonym, a o następne aż 27 % dla oblodzenia niesymetrycznego. Wykorzystanie warunków stateczności przy oblodzeniu niesymetrycznym, w stosunku do centralnie symetrycznego zmieniło się nieznacznie – o kilka procent, ponieważ mimo wzrostu wartości momentów zginających w trzonie, zmalała siła osiowa.

Należy przypuszczać, że przy większej wysokości masztu i wyższej klasie oblodzenia, wpływ dodatkowego zginania trzonu masztu od niesymetrycznego oblodzenia będzie bardziej znaczący, ale wzrośnie też dramatycznie nakład pracy związany z obliczeniami uwzględniającymi obciążenie niesymetryczne (wyższy maszt = większa liczba odciągów = więcej przypadków odcinkowych obciążeń wiatrem). Wydaje się jednak, że wystarczająco ostrożnym podejściem, przy stosunkowo niedużym oblodzeniu, jakie może występować na terenie Polski, będzie proponowane w [9] projektowanie konstrukcji masztu, w którym oprócz warunków nośności sprawdza się także stateczność trzonu przyjmując długości wybočeníowe przęseł równe ich rozpiętości.

Piśmiennictwo

- [1] ISO 12494: Atmosphering icing of structures.
- [2] PN-87/B-02013 Obciążenia budowli. Obciążenia zmienne środowiskowe. Obciążenie oblodzeniem.
- [3] PN-EN 1993-3-1. Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 3-1: Wieże, maszty i kominy. Wieże i maszty.
- [4] PN-EN 1991-1-4. Eurokod 1: Oddziaływania na konstrukcje. Część 1-4: Oddziaływania ogólne. Oddziaływania wiatru.
- [5] DIN 1055-5 Einwirkungen auf Tragwerke – Teil 5: Schnee- und Eislasten.
- [6] Matuszkiewicz M.: Obciążenie oblodzeniem konstrukcji masztów. Inżynieria i Budownictwo, nr 3/2012, s. 135-139.
- [7] Pałkowski Sz.: Konstrukcje stalowe. Wybrane zagadnienia obliczania i projektowania. Warszawa, PWN, 2009.
- [8] Peil U., Nölle H.: Zur Auswirkung von Beanspruchung abgespannter Maste. Bauingenieur, nr 68 (1993), s. 237-245.
- [9] Matuszkiewicz M.: Obliczanie masztów o trzonach rurowych według Eurokodu 3. Inżynieria i Budownictwo, nr 11/2011, s. 589-593.
- [10] PN-EN 1993-1-1. Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków.
- [11] PN-EN 1993-1-11. Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-11: Konstrukcje ciągnowe.

SELECTED PROBLEMS CONCERNING ICE LOAD OF GUYED MASTS

Summary

In the paper, using a tubular mast as an example, the influence of centrally symmetric icing and non-central symmetric icing, in comparison with a non-iced mast ice, on mast structure resistance was analysed. A mast icing model has been adopted in accordance with International Standard ISO 12494 [1], because this model reproduces the real ice loads more accurately than the current Polish standard [2]. On the basis of the obtained results some practical conclusions have been drawn.

Maciej PIEKARSKI¹
Politechnika Rzeszowska

KSZTAŁTOWANIE KONSTRUKCYJNE STROPÓW RUSZTOWYCH STALOWYCH ORAZ ZESPOLONYCH STALOWO-BETONOWYCH

STRESZCZENIE

Ruszty jako ustroje podlegające zginaniu w dwóch prostopadłych kierunkach dobrze wypełniają rolę konstrukcji wsporczych stropów z punktu widzenia minimalizacji ich ciężaru własnego oraz wysokości konstrukcyjnej. Szczególnie korzystnymi właściwościami charakteryzują się ruszty z belek krótkich wzajemnie podpierających się. Znikoma popularność stropów rusztowych, zwłaszcza stalowych oraz zespolonych, wynika w głównej mierze z trudności w konstruowaniu połączeń belek, które z natury rzeczy powinny być połączeniami sztywnymi. W artykule przeanalizowano możliwości kształtowania konstrukcyjnego stropów rusztowych, biorąc pod uwagę różne technologie opisane w literaturze w odniesieniu do stalowych oraz zespolonych stropów belkowych. Wyprowadzono wnioski stanowiące podstawę do przeprowadzenia dokładniejszych analiz statyczno-wytrzymałościowych.

SŁOWA KLUCZOWE: stropy stalowe, stropy zespolone, stropy rusztowe, ruszty, połączenia belek

1. WPROWADZENIE

Istotnymi elementami budynków wielokondygnacyjnych są stropy międzypiętrowe. Oprócz elementarnej funkcji tj. wyodrębnienia z przestrzeni budynku poszczególnych kondygnacji, ich zadaniami są: przekazywanie obciążenia użytkowego rozmieszczonego na kondygnacjach na pionowe elementy nośne, zaś za ich pośrednictwem na fundamenty i grunt, a także przekazywanie obciążeń poziomych na elementy pionowe. Pożądane jest, aby w celu redukcji kosztów budowy, stropy charakteryzowały się niskim ciężarem własnym, ze względu na obniżenie kosztów eksploatacyjnych - niską wysokością konstrukcyjną, skutkującą obniżeniem całkowitej kubatury budynku, zaś ze względu na udział w przenoszeniu obciążeń poziomych – dużą sztywnością. Efektywność stropów rozumiana jako zdolność do zaspokojenia w/w postulatów zależy od zastosowanych materiałów i doboru systemu konstrukcyjnego.

Biorąc pod uwagę aspekt materiałowy, najbardziej efektywne są stropy zespolone stalowo-betonowe. Włączenie płyty betonowej do współpracy z belką prowadzi do obniżenia

¹ mgpiekar@prz.edu.pl

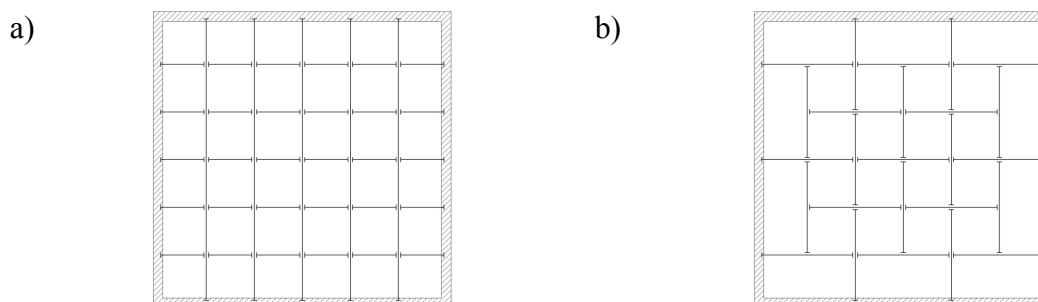
wysokości belki, a przez to - całkowitej wysokości konstrukcyjnej stropu. W pracy [1] zebrano wyniki wykazujące, że zespolenie belki stalowej z płytą betonową o grubości 15 cm zwiększa nośność belki 2-3 krotnie, natomiast sztywność belki aż 2,5 – 4,5 razy.

Jeżeli chodzi o dobór systemu konstrukcyjnego, potencjalnie możliwego do zastosowania wydaje się, że najbardziej korzystny jest ruszt ze względu na jego dwukierunkową pracę statyczną, a tym samym generowanie momentów zginających o mniejszych wartościach niż w ustrojach pracujących jednokierunkowo. Wg wyników przedstawionych w pracy [2] wartości momentów zginających w belkach rusztów są do 35% mniejsze od wartości momentów generowanych przez to samo obciążenie w ustrojach jednokierunkowych o identycznym rozstawie belek, natomiast redukcja momentów zginających w płycie podpartej wymienionymi ustrojami sięga 65%. Oczywiście większa jest sumaryczna długość belek w konstrukcji, jednak korzyści z punktu widzenia minimalizacji wysokości konstrukcyjnej stropu są wymierne. Zastosowanie rusztów w budynkach o szkieletowej konstrukcji ścian skutkuje generowaniem jednakowych sił osiowych w słupach rozmieszczonych na całym obwodzie budynku, a ponadto ułatwia przenoszenie na te słupy obciążeń poziomych, bez względu na kierunek ich działania. Stropy rusztowe tworzą wraz z konstrukcją umieszczoną na obrysie budynku przestrzenny układ stężający, który pozostawia pełną swobodę kształtowania kondygnacji.

Mimo wymienionych zalet, rozpowszechnienie rusztów jako konstrukcji wsporczych stropów jest jak do tej pory znikome. Wynika to w przeważającej mierze z trudności w kształtowaniu połączeń belek, które z natury rzeczy powinny być połączeniami sztywnymi. W literaturze opisywane są ruszty betonowe [3]. Znane są również opisy rozwiązań konstrukcyjnych dla rusztów drewnianych [4] [5]. W dostępnym autorowi piśmiennictwie brak jest natomiast wyraźnych odniesień do rusztów stalowych oraz zespolonych stalowo-betonowych.

2. KONSTRUOWANIE RUSZTÓW Z BELEK KRÓTKICH

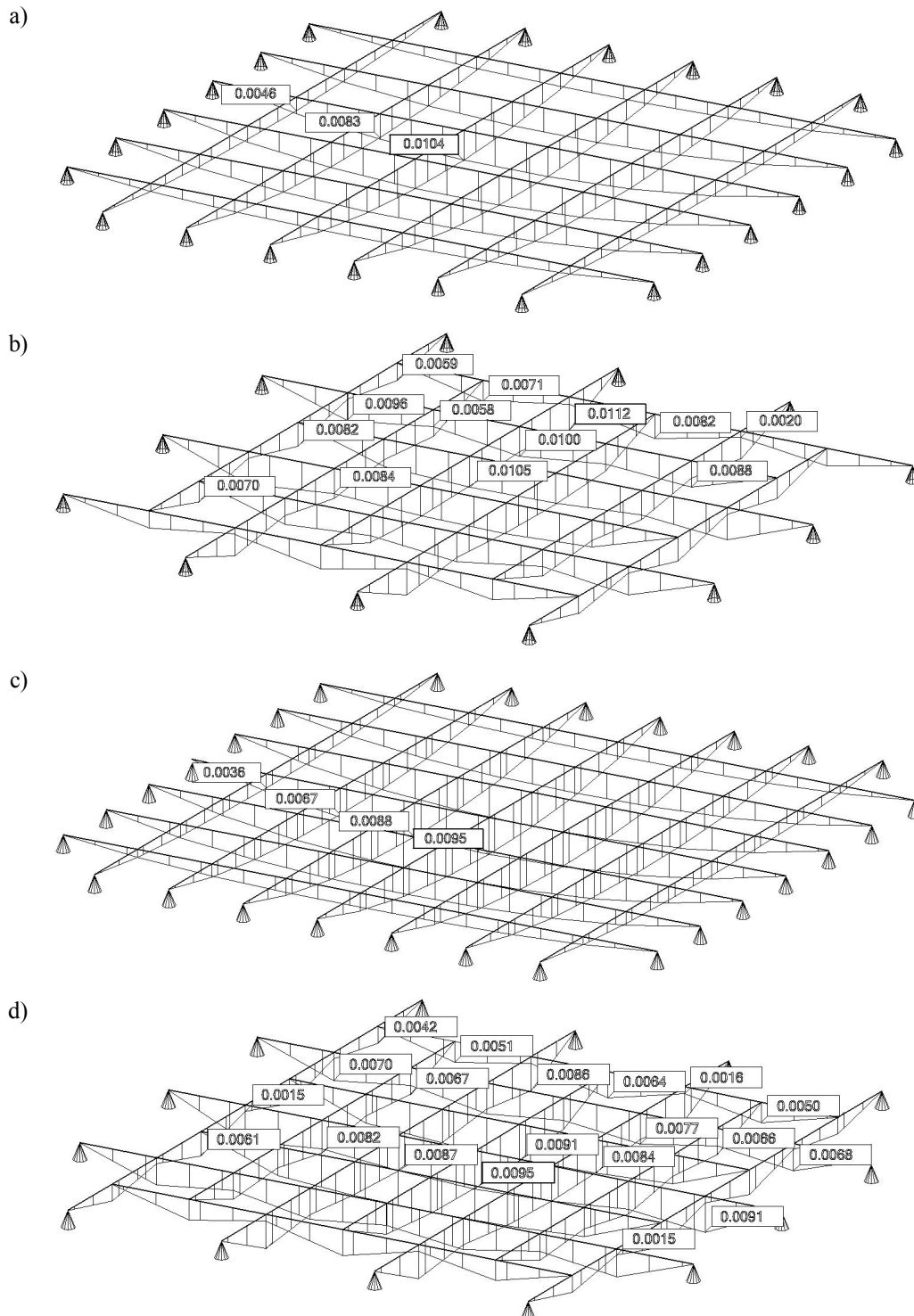
W klasyczny sposób ruszty konstruowane są z belek długich połączonych belkami krótkimi (Rys. 1a). W ten sposób konstruowane były dawniej drewniane stropy kasetonowe, w istocie nie będące rusztami, ponieważ belki krótkie pełniły w nich wyłącznie funkcję architektoniczną. W pracy [2] zaprezentowano koncepcję konstruowania rusztów z belek o tylko jednej długości, mniejszej od rozpiętości całego rusztu (Rys. 1b). Przedstawiona idea nie jest nowa lecz wzorowana na rozwiązaniach znanych z opisów patentowych [6] i [7]. Innowacją jest propozycja rozrzedzenia rozstawów belek w strefach przypodporowych, pozwalająca na ograniczenie łącznej długości belek, co przy założeniu jednakowych przekrojów wszystkich belek, prowadzi do ewidentnego obniżenia zużycia materiału konstrukcyjnego.



Rys. 1. Schematy rusztów: a) o konstrukcji klasycznej, b) skonstruowanego wyłącznie z belek krótkich.

W pracy [2] wykazano w oparciu o analizę momentów zginających, jako miarodajnych dla zginanego ustroju o dużej rozpiętości, że oszczędność materiału uzyskuje się kiedy wymiar oczka siatki w ruszcie kwadratowym jest co najmniej sześciokrotnie mniejszy od rozpiętości rusztu. W rusztach, w których stosunek rozstawu belek do rozpiętości rusztu równy jest 1:7 różnica

maksymalnych wartości momentów wynosi ok. 7% na niekorzyść rusztów z belek krótkich, natomiast różnica w długości belek – 14% na korzyść tych rusztów (Rys. 2a,b). Przy stosunku 1:8, wartości momentów zginających są równe, bez względu na to konstrukcję rusztu. Długość całkowita belek w ruszcie z belek krótkich jest jednak mniejsza o 12.5%.



Rys. 2. Momenty zginające w rusztach od obciążenia powierzchniowego o wartości jednostkowej oddziaływującego na podpartą nimi kwadratową płytę o jednostkowym wymiarze boku: a) w ruszcie klasycznym o stosunku rozstawu belek do rozpiętości rusztu 1:7, b) w ruszcie z belek krótkich, o stosunku rozstawu belek do rozpiętości rusztu 1:7, c) w ruszcie klasycznym o stosunku rozstawu belek do rozpiętości rusztu 1:8, d) w ruszcie z belek krótkich, o stosunku rozstawu belek do rozpiętości rusztu 1:8.

Funkcjonalną zaletą rusztów z belek krótkich jest względna łatwość ich konstruowania w przestrzeniach trudno dostępnych oraz w warunkach wykluczających zastosowanie ciężkiego sprzętu budowlanego. Rozrzedzenie rozstawów belek w strefie przypodporowej umożliwia ponadto bezproblemową lokalizację w tej strefie urządzeń komunikacji pionowej. Wadą takich rusztów jest konieczność stosowania tymczasowego podparcia na czas montażu rusztu.

Ogólna liczba węzłów w ruszcie jest, bez względu na wybór któregośkolwiek z zaprezentowanych wyżej schematów, taka sama z tą różnicą, że w niektórych węzłach rusztów z belek krótkich belki podrzędne dołączone są do belek nadrzędnych jednostronnie. Te węzły powinny być wykonane jako przegubowe, w celu wyeliminowania w konstrukcji skręcania.

3. KONSTRUOWANIE STROPÓW RUSZTOWYCH

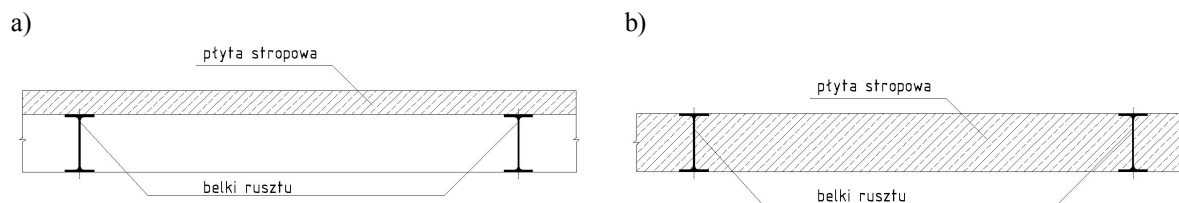
Warunkami, niezbędnymi do traktowania konstrukcji belkowej jako rusztu, są zastosowanie sztywnych połączeń belek oraz ich jednakowa wysokość konstrukcyjna. W literaturze [8][9][10][11] zagadnienie kształtowania węzłów sztywnych w konstrukcjach stalowych i zespolonych rozpatrywane jest jedynie w odniesieniu do połączeń belka-słup oraz belka-podciąg. W obu przypadkach momenty węzłowe mają znak ujemny, odwrotnie niż w węzłach rusztów, w których znak momentów zginających jest dodatni (Rys. 2a-d). Należy zwrócić uwagę na to, że o ile można rozważać kształtowanie węzłów przenoszących moment ujemny jako podatnych, ponieważ prowadzi to do wyrównania wartości momentów dodatnich i ujemnych w belce, to w rusztach podatność węzłów powodowałaby wzrost maksymalnych wartości momentów zginających, przez co jest całkowicie nieracjonalna. Kształtowanie węzłów sztywnych w rusztach ma zatem najwięcej podobieństw do kształtowania styków w belkach.

Analizę możliwości konstruowania rusztów oparto na założeniu, że belki wykonane są z profili o przekroju dwuteowym, gwarantujących największą łatwość kształtowania połączeń.

3.1 Stropy na rusztach z belek stalowych nie współpracujących z płytą stropową

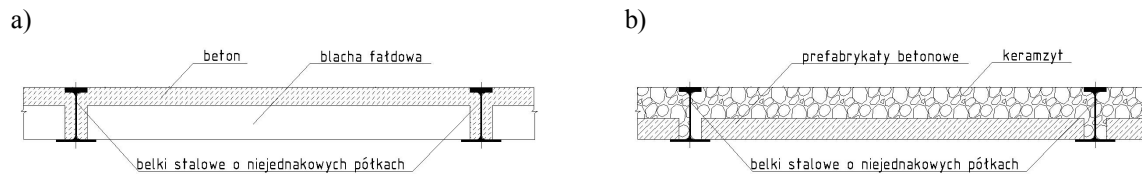
Stropy, w których płyta stropowa nie współpracuje w przenoszeniu sił wewnętrznych z podpierającą ją konstrukcją wsporczą, mogą być konstruowane na dwa sposoby:

- w ten sposób, że płyta stropowa oparta jest na górnych powierzchniach belek, tzn. wysokość konstrukcyjna stropu równa jest sumie wysokości belek i grubości płyty (Rys. 3a) lub
- w ten sposób, że płyta stropowa wypełnia przestrzeń pomiędzy belkami (Rys. 3b).



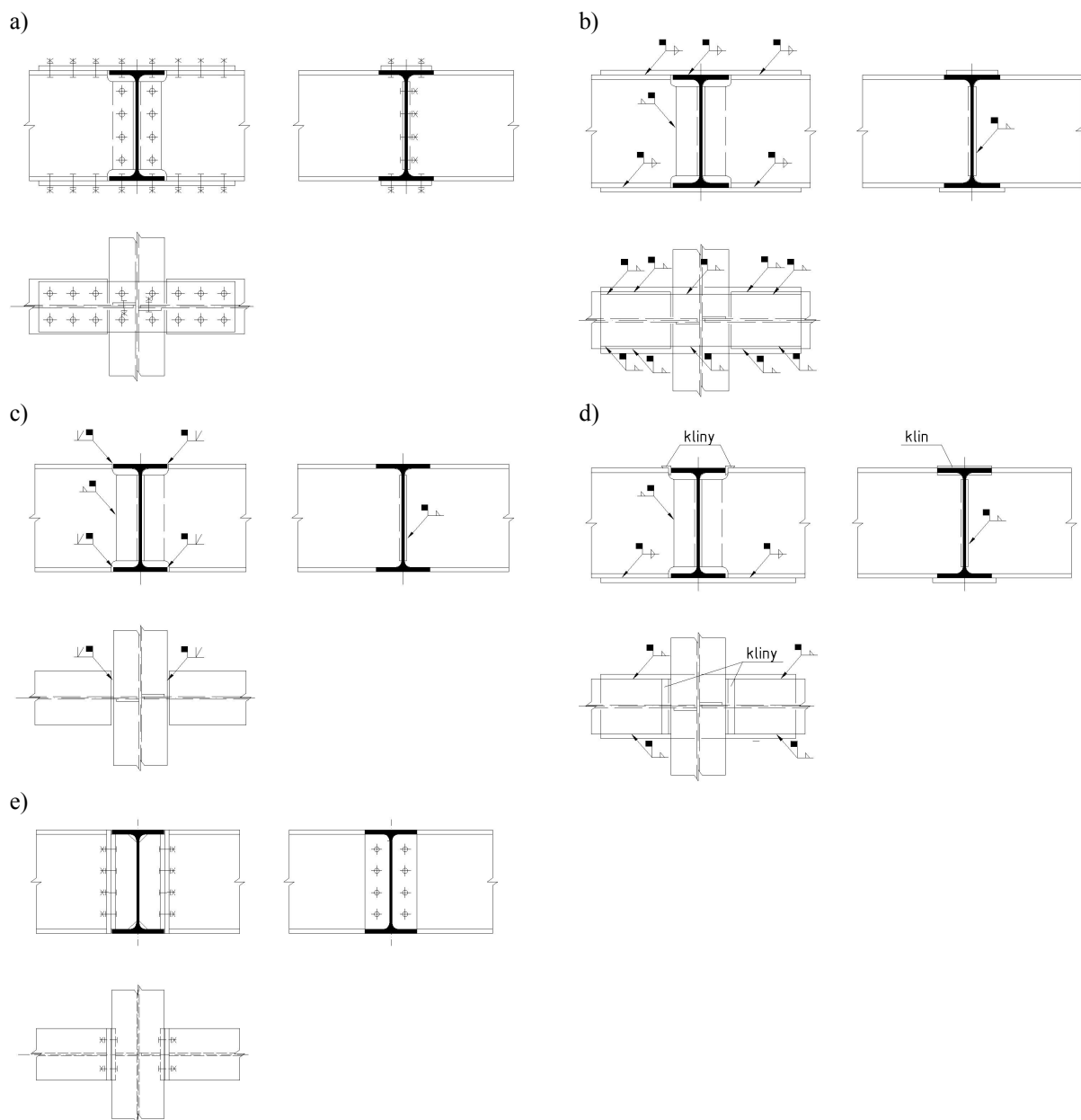
Rys. 3. Strop rusztowy: a) z płytą opartą na belkach, b) z płytą wypełniającą przestrzeń pomiędzy belkami.

Pierwsze z wymienionych rozwiązań skutkuje większą wysokością konstrukcyjną stropu, ale za to jego mniejszym ciężarem, ponieważ w rozwiązaniu drugim płyta stropowa jest z natury rzeczy grubsza. O ile na górnych półkach belek tak samo możliwe jest wykonanie płyty monolitycznej jak i z prefabrykatów, to ułożenie prefabrykatów na dolnych półkach belek może być utrudnione. Sposobem na redukcję ciężaru płyty ułożonej na półkach dolnych jest wylanie jej na wkładkach z blachy faldowej (Rys. 4a) lub zastosowanie wypełnienia lekkim materiałem izolacyjnym np. keramzytem (Rys. 4b). Ułożenie prefabrykatów na półkach dolnych jest możliwe w tzw. technologii *slim floor* [12] tj. dzięki zastosowaniu profili o niejednakowych półkach (Rys. 4a,b).



Rys. 4. Strop typu *slim floor*: a) z płytą betonową na deskowaniu z blachy fałdowej, b) z płytą z prefabrykatów betonowych i wypełnieniem z keramzytu

Odmienne usytuowanie płyty stropowej nie implikuje różnic w kształtowaniu połączeń belek ponieważ w obu przypadkach siły wewnętrzne są przenoszone tylko przez profil stalowy. Przyjmuje się, że w belkach o przekroju dwuteowym naprężenia ściskające oraz rozciągające pochodzące od zginania przenoszone są odpowiednio przez górną oraz dolną półkę profilu, natomiast naprężenia ścinające pochodzące od siły poprzecznej - przez środek.



Rys. 5. Połączenia belek stalowych: a) śrubowe, b) spawane z zastosowaniem nakładek, c) za pomocą spoin czołowych, d) z wykorzystaniem klinów przenoszących naprężenia ściskające, e) śrubowe doczołowe.

Ze względu na konstrukcję połączeń belek, można rozważać następujące rozwiązania:

- połączenie śrubowe, w którym do przeniesienia sił ściskających i rozciągających w półkach górnej i dolnej zastosowane zostaną zewnętrzne nakładki na te półki (Rys. 5a),
- połączenie spawane z nakładkami usytuowanymi analogicznie jw. (Rys. 5b),
- połączenie spawane bez nakładek, w którym siły w półkach przenoszone są przez spoiny czołowe (Rys. 5c) oraz
- połączenie, w którym siła ściskająca w półce górnej przenoszona jest za pośrednictwem stalowych klinów, wykonanych np. z kątowników w celu zapobieżenia ich ewentualnemu wypadnięciu, zaś siła rozciągająca w półce dolnej, w jeden ze sposobów opisanych powyżej (Rys. 5d),
- doczołowe połączenie śrubowe (Rys. 5e).

Wszystkie połączenia, w których jakiegokolwiek elementy wystają ponad górną powierzchnię belek, utrudniają ułożenie prefabrykatów betonowych lub mocowanie blachy fałdowej stanowiącej tzw. tracone deskowanie. Jeżeli chodzi o prefabrykaty, to problem można rozwiązać projektując w nich specjalne wyżłobienia.

3.2 Stropy na rusztach z belek stalowych zespolonych z płytą betonową

Zapewnienie współpracy żelbetowej płyty stropowej z belkami rusztu, oprócz oczywistej korzyści jaką jest zwiększenie nośności i sztywności belek, ułatwia konstruowanie węzłów. Po pierwsze, jeżeli naprężenia ściskające w belce zespolonej przenoszone są w całości przez płytę, to z uwagi na jej ciągłość, będzie się tak działo również w obrębie węzła. Wystarczy zatem, że połączenie górnych półek w profilach stalowych zostanie zaprojektowane na przeniesienie naprężeń jedynie od obciążenia ciężarem własnym belek oraz obciążenia montażowego. Po drugie, ewentualne nakładki na półce górnej nie przeszkadzają w konstrukcji płyty stropowej, jeżeli jest to płyta monolityczna na tradycyjnym deskowaniu.

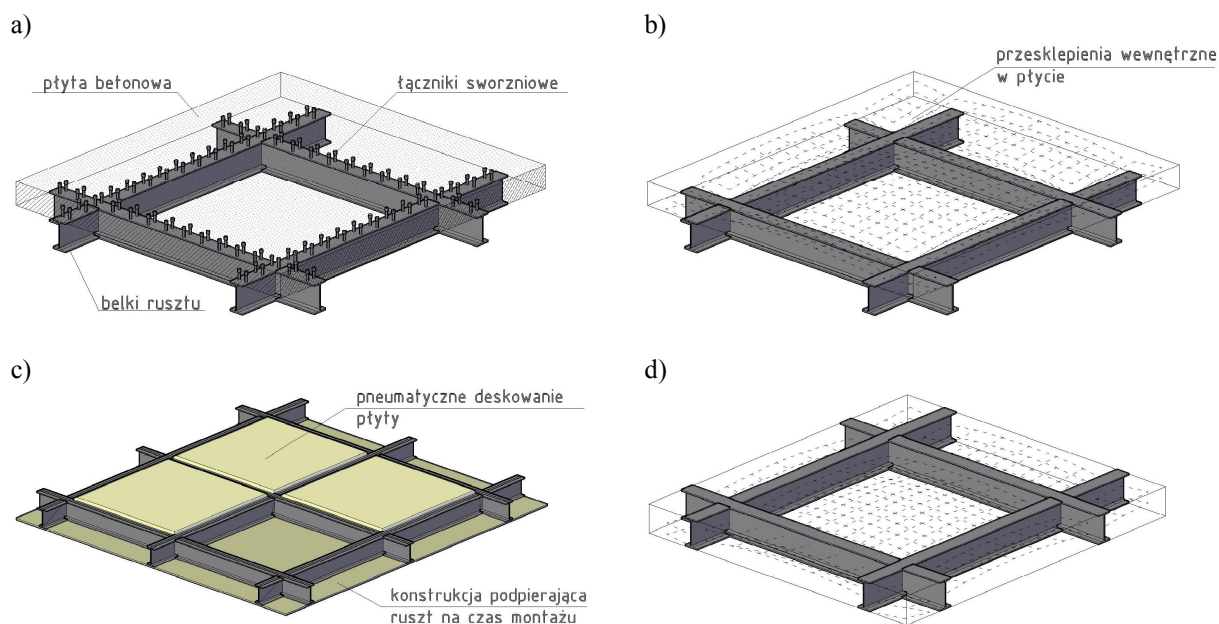
Zespolone płyty stropowe są z reguły traktowane jako elementy zginane i projektowane w ten sposób, że naprężenia ściskające przenoszone są przez beton, natomiast naprężenia rozciągające przez stalowe zbrojenie płyty żelbetowej lub blachę fałdową stanowiącą tzw. tracone deskowanie płyty zespolonej. W pracy [13] opisano technologię konstruowania mostów zespolonych, w których belki stalowe współpracują z betonową płytą pomostu pozbawioną całkowicie zbrojenia. Po wieloletnim programie badań technologia ta została opatentowana [14] oraz wdrożona w kilku obiektach mostowych zrealizowanych w Kanadzie. Otrzymane wyniki są zadowalające.

Powodzenie w przenoszeniu obciążeń przez płyty betonowe wynika z faktu, że w istocie nie pracują one jak elementy zginane lecz ściskane. Naprężenia ściskające są przenoszone przez wewnętrzne przesklepienia powstające w płycie, a zatem wobec braku rozciągania, płyty narażone są na zniszczenie przede wszystkim przez siły ścinające, pochodzące od obciążenia skupionego. Spękania powodowane skurczem betonu dają się wyeliminować dzięki dodaniu do mieszanki betonowej siewki włókna polipropylenowego.

Przeprowadzone badania wykazały, że tworzenie się przesklepień w płycie jest uwarunkowane jej unieruchomieniem zarówno w kierunku podłużnym jak i poprzecznym oraz znaczną grubością płyty. Unieruchomienie w kierunku podłużnym jest zapewnione przez, typowe dla belek zespolonych, scalenie betonu ze stalowym przekrojem belki za pomocą łączników sworzniowych, natomiast unieruchomienie w kierunku poprzecznym osiągnięto przez połączenie górnych pasów belek stalowymi płaskownikami, rozmieszczonymi w odpowiednich odstępach. Co do grubości płyty, kanadyjskie przepisy zalecają, aby była ona nie mniejsza od 1/15 rozstawu belek.

Adaptacja w/w technologii w stropach rusztowych wydaje się być szczególnie uzasadniona, ponieważ układ belek w naturalny sposób powinien sprzyjać unieruchomieniu

plyty betonowej, która może zostać zespolona z belkami stalowymi za pomocą łączników w dwóch kierunkach (Rys. 6a). Można się spodziewać, że kształt przesklepień będzie odpowiadał układowi belek, tzn. będą one ograniczone wycinkami powierzchni synklastycznych (Rys. 6b). Potencjalną korzyścią jest ograniczenie zużycia stali, natomiast niedogodnością konieczność stosowania deskowania, wtórnego obok tymczasowego podparcia rusztu na czas jego montażu. Można rozważyć zastosowanie w roli deskowania nadmuchiwanym komór o odpowiednich wymiarach, umieszczanych w polach rusztu na konstrukcji tymczasowo go podpierającej (Rys. 6c). Można również rozważyć usytuowanie płyty betonowej pomiędzy belkami rusztu, które w naturalny sposób zapewnią jej unieruchomienie (Rys. 6d). Byłoby to rozwiązanie optymalne, ponieważ jak już wspomniano, grubość płyty niezbrojonej powinna być znaczna. Koncepcja ta wymaga gruntownego sprawdzenia na drodze symulacji komputerowej oraz badań modelowych.



Rys. 6. Stropy rusztowe z belek stalowych zespolonych z płytą betonową: a) zespolenie płyty betonowej z belkami rusztu za pomocą łączników sworzniowych, b) powstawanie przesklepień w betonowej płycie stropowej, c) zastosowanie w roli deskowania nadmuchiwanym komór układanych na konstrukcji podpierającej ruszt, d) ruszt z płytą umieszczoną pomiędzy belkami rusztu.

4 PODSUMOWANIE

Artykuł wskazuje na możliwość uzyskania znacznych oszczędności w zużyciu materiału konstrukcyjnego w stropach rusztowych, w stosunku do stropów tradycyjnych, uzasadnioną następującymi przesłankami;

- w belkach rusztów będących ustrojami dwukierunkowo zginanymi generowane są w warunkach identycznego obciążenia mniejsze momenty zginające niż w ustrojach pracujących jednokierunkowo, podobnie jak w podpartych tymi rusztami płytach stropowych,
- konstrukcja rusztów z belek krótkich umożliwia osiągnięcie dodatkowych oszczędności wynikających z redukcji całkowitej długości belek w stosunku do rusztów klasycznych, przy zachowaniu takiego samego ich przekroju poprzecznego,
- zespolenie stalowych belek rusztu z płytą żelbetową pozwala zredukować ilość stali zużytej do konstrukcji rusztu, zaś zespolenie belek rusztu z płytą betonową – wyeliminować zużycie stali zbrojeniowej w płycie.

Można zaryzykować zatem następujące stwierdzenie: ruszty jako konstrukcje wsporcze

stropów międzypiętrowych są ustrojami szczególnie racjonalnymi w sytuacjach, w których równie istotne są ograniczenie wysokości konstrukcyjnej stropu jak i maksymalizacja jego rozpiętości. Ze względu na dwukierunkową pracę statyczną ruszty mogą być porównywane z kratownicami powierzchniowymi i konkurować z nimi w pewnym stopniu pod względem rozpiętości, a z całą pewnością wygrywać pod względem wysokości konstrukcyjnej.

Piśmiennictwo

- [1] Kozłowski A., Kuś St.: Przykłady wykonanych stropów zespolonych stalowo-betonowych, *Inżynieria i Budownictwo*, 6/1999, str. 324-326.
- [2] Piekarski M.: Ruszty z belek krótkich podpierających się wzajemnie, *Inżynieria i Budownictwo*, 9/2011, str. 470-473.
- [3] Kobiak J., Stachurski W.: *Konstrukcje żelbetowe*, tom 1, Arkady, Warszawa 1995.
- [4] Mielczarek Z.: *Budownictwo drewniane*. Arkady, Warszawa 1994.
- [5] Mielczarek Z., Śliwka K.: O rozwiązaniach drewnianych rusztów belkowych. „*Inżynieria i Budownictwo*”, nr 5/2011, str. 253-255.
- [6] Gessner M., Munchen L.: *Aus Fertigteilen zusammengesetzte Tragerplatte für Decken oder Dächer*, Opis patentowy DE888000, 1953.
- [7] Siegriszt L.: *Lattice-work containing prefabricated beams*, Opis patentowy DE3132477, 1981.
- [8] PN-EN 1993-1-8 Eurokod 3: *Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-8: Projektowanie węzłów*.
- [9] Bródka J., Kozłowski A. (red.): *Projektowanie i obliczanie połączeń i węzłów konstrukcji stalowych*, tom 2, Polskie Wydawnictwo Techniczne, Rzeszów 2009.
- [10] Bródka J., Kozłowski A.: *Stalowe budynki szkieletowe*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, Rzeszów 2003.
- [11] Bródka J., Broniewicz M.: *Projektowanie konstrukcji stalowych według Eurokodów*, Polskie Wydawnictwo Techniczne, Rzeszów 2010.
- [12] Slim floor. *Innowacyjny pomysł na stropy*, ArcerolMittal - materiał reklamowy.
- [13] Jarominiak A.: *Mosty zespolone z belek stalowych i betonowych płyt pomostów*, *Inżynieria i Budownictwo*, 1/1999, str. 10-12.
- [14] Jaeger L.G., Mufti A.A., Bakht B.: *Load supporting structure*, Opis patentowy US5339475, 1994.

STRUCTURAL SHAPING OF STEEL AND STEEL-CONCRETE COMPOSITE GRILLAGE FLOORS

Summary

Grillages as structural systems which bend in two orthogonal directions are quite satisfactory in the role of slab floors structures from the point of view of minimization of their own weight and structural height. The reciprocal grillages are characterized by particularly beneficial properties. Scarce popularity of grillage floors, especially steel and composite, results, to a great extent, from the problem in constructing connections of beams which should be naturally stiff connections. In the article, possibilities of structural shaping joints of grillages have been analysed, taking into consideration different technologies of steel and composite floors, described in literature with reference to beam floors. Conclusions constituting the basis of more thorough static-endurance analyses for designing have been deduced.

Zdzisław PISAREK¹
Politechnika Rzeszowska

BADANIA DOŚWIADCZALNE KRÓĆCÓW TEOWYCH Z CZTEREMA ŚRUBAMI

STRESZCZENIE

Większość doczołowych połączeń śrubowych posiada w strefie rozciąganej tylko dwie śruby w szeregu. W przypadku belek krępych nośność takich połączeń jest niewystarczająca do przeniesienia węzłowego momentu zginającego. W takim przypadku stosowne są węzły z czterema śrubami w szeregu. Procedury obliczeniowe przedstawione w normie Eurokod 3 [1], oparte na metodzie składnikowej, odnoszą się do połączeń z dwoma śrubami w szeregu. Metoda składnikowa modeluje strefę rozciąganą za pomocą króćców teowych. W referacie przedstawiono wyniki badań króćców teowych z czterema śrubami. Porównano również wyniki badań z proponowanym modelem analitycznym do określania nośności i sztywności takich króćców.

SŁOWA KLUCZOWE: połączenia doczołowe, badania doświadczalne, króćce teowe

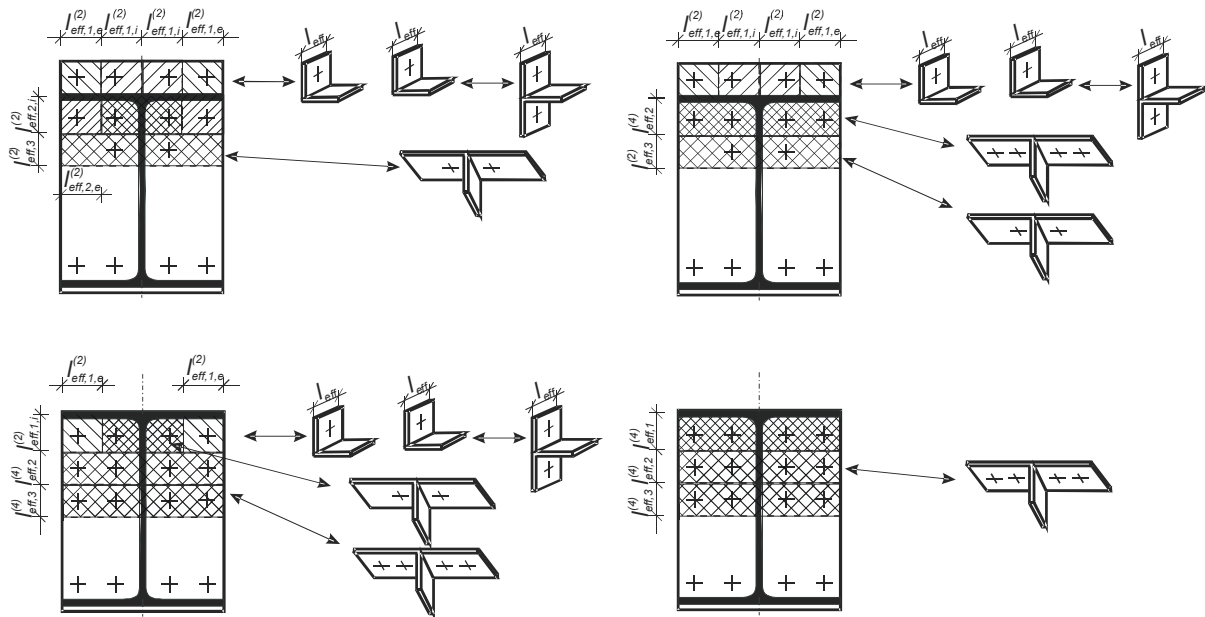
1. WPROWADZENIE

Stalowe konstrukcje ramowe, ze względu na ich zalety, są często stosowne w budownictwie. Przy przyjęciu układu konstrukcyjnego takiego budynku w postaci ramy niestężonej, jako węzły przyjmuje się śrubowe połączenia doczołowe. Aby zwiększyć nośność połączenia, a zarazem sztywność konstrukcji, projektanci stosują trójkątne dystansowe żebra usztywniające (skosy). Stosowanie takich żeber nie zawsze jest możliwe, na przykład ze względów architektonicznych czy użytkowych. W takim wypadku stosuje się dodatkowe szeregi śrub poniżej rozciąganej półki belki. Kolejne szeregi mają jednak mniejsze ramie sił, przez co ich efektywność spada. Aby nie zmniejszać ramienia sił wewnętrznych, a uzyskać połączenie zdolne do przeniesienia znacznych momentów zginających, zwiększa się liczbę śrub w pojedynczym szeregu.

Opracowane modele obliczeniowe stosowane do analizy połączeń z czterema śrubami w szeregu, oparte są na trzech podstawowych metodach: teorii linii załomu, metodzie określenia rozdziału sił na śruby, oraz metodzie składnikowej preferowanej przez normę [1].

Węzły z dwoma szeregami śrub, przyległymi do rozciąganego pasa rygla mogą być modelowane za pomocą typowych króćców teowych z dwoma śrubami (rys. 1). Jednak w przypadku większej liczby szeregów śrub, należy stosować króćce teowe z czterema śrubami.

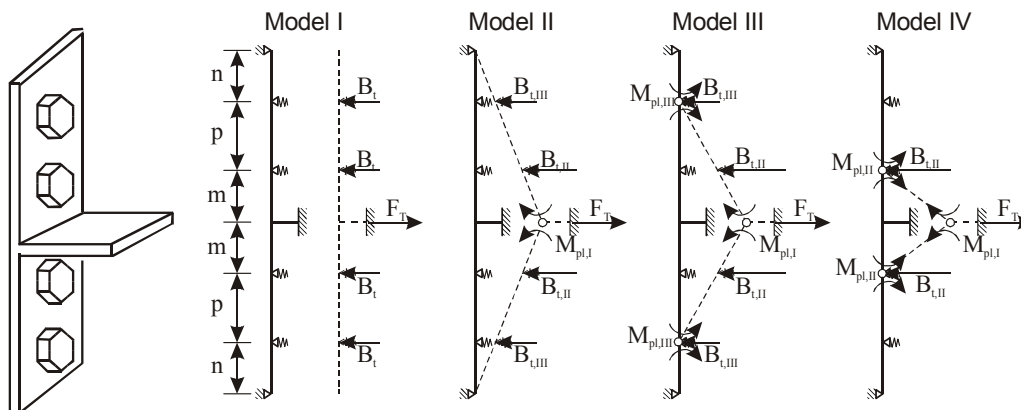
¹ pisarzd@prz.edu.pl



Rys. 1. Modelowanie blachy węzłowej za pomocą króćców teowych

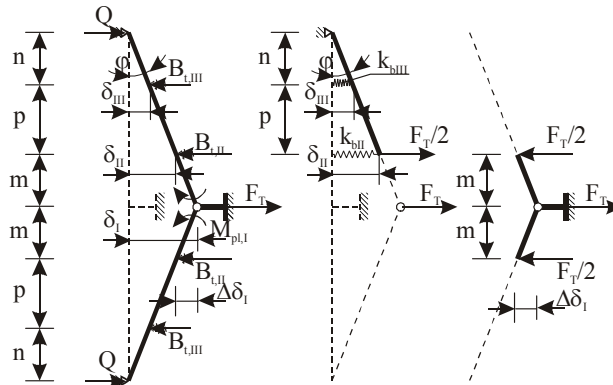
2. MODEL ANALITYCZNY

Procedury obliczania połączeń doczołowych, przedstawione w normie [1], oparte są na metodzie składnikowej i odnoszą się jedynie do połączeń z dwoma śrubami w szeregu. Połączenia z czterema śrubami można obliczać w bardzo podobny sposób. Wpływ liczby śrub ma jedynie znaczenie przy obliczaniu nośności i sztywności zginanej półki słupa i zginanej blachy czołowej. Te dwie części podstawowe, w metodzie składnikowej modelowane są za pomocą króćców teowych. Do analizy połączeń z czterema śrubami w szeregu należy zastosować króciec teowy z czterema śrubami. W pracach [2], [3] zaproponowano mechaniczny model do określania nośności i sztywności króćca teowego z czterema śrubami. Możliwe modele zniszczenia przedstawiono na rys. 2.



Rys. 2. Model mechaniczny króćca teowego z czterema śrubami

Nośnością króćca teowego poddanego rozciąganiu, przyjmowana jest jako najmniejsza wartość nośności obliczonej dla każdego z rodzajów zniszczenia. Metoda składnikowa pozwala również na określenie sztywności węzła, uwzględniając sztywność poszczególnych składników węzła. Schemat przyjęty do analizy odkształceń króćca teowego przedstawiono na rys. 3.



Rys. 3. Model mechaniczny przyjęty do analizy odkształceń króćca teowego

Wzory do obliczania nośności, oraz współczynników sztywności króćca teowego przedstawiono w tabelicy 1. Geneza tych wzorów została przedstawiona w [3].

Tabelica 1. Wzory do obliczania nośności, oraz współczynników sztywności króćca teowego.

Rodzaj zniszczenia	nośność	współczynnik sztywności
I	$F_{T,1,Rd} = \sum B_{t,Rd}$	$k_{T,1} = 3,2 \cdot \frac{A_s}{L_b^p}$
II	$F_{T,2,Rd} = \frac{2 \cdot M_{pl,I,Rd} + (4 \cdot n + 2 \cdot p) \cdot B_{t,Rd}}{m + p + n}$	$k_{T,2} = \frac{1}{\frac{(n+p) \cdot L_b^p}{1,6 \cdot (2 \cdot n + p) \cdot A_s} + \frac{m^3}{0,9 \cdot l_{eff} \cdot t_p^3}}$
III	$F_{T,3,Rd} = \frac{2 \cdot M_{pl,I,Rd} + 2 \cdot M_{pl,III,Rd} + 2 \cdot p \cdot B_{t,Rd}}{m + p}$	$k_{T,2} = \frac{1}{\frac{L_b^p}{1,6 \cdot A_s} + \frac{m^3}{0,9 \cdot l_{eff} \cdot t_p^3}}$
IV	$F_{T,4,Rd} = \frac{2 \cdot M_{pl,I,Rd} + 2 \cdot M_{pl,II,Rd}}{m}$	$k_{T,4} = \frac{0,9 \cdot l_{eff} \cdot t_p^3}{m^3}$

gdzie $B_{t,Rd}$ – wytrzymałość śruby na rozciąganie, uwzględniająca zerwanie trzpienia śruby i przeciągnięcie łba śruby przez blachę; $M_{pl,I,Rd}$, $M_{pl,II,Rd}$, $M_{pl,III,Rd}$ - moment uplastycznienia półki króćca teowego; m - zredukowana odległość między śrubą i środkiem króćca; p – rozstaw śrub; n – odległość skrajnej śruby od krawędzi króćca, A_s – pole przekroju czynnego rdzenia śruby; L_b^p – długość zaciskowa śruby przyjmowana jako suma grubości blach i podkładek, oraz połowa grubości łba śruby i nakrętki; t_p – grubość półki króćca, i l_{eff} – długość efektywna (w przypadku króćca teowego przyjmowana jako szerokość króćca)

Moment uplastycznienia półki króćca oblicza się ze wzoru:

$$M_{pl,Rd} = 0,25 \cdot \sum l_{eff}^2 \cdot t_p^2 \cdot f_y / \gamma_{M0} \quad (1)$$

gdzie oznaczenia jak powyżej.

3. BADANIA DOŚWIADCZALNE

Na bazie opracowanego modelu analitycznego została wykonana analiza parametryczna wpływu poszczególnych składników na nośność i sztywność połączenia. Rodzaj formy zniszczenia króćca teowego silnie zależy od jego geometrii, gdyż nawet niewielkie zmiany

np. grubości półki króćca znacząco zmieniają zakresy rodzajów zniszczenia dla danej długości efektywnej. Dlatego też w każdym przypadku należy rozważać wszystkie możliwe rodzaje zniszczenia króćca. Na podstawie tej analizy ustalono również zmienne niezależne wpływające na nośność i sztywność króćca. Jako zmienne przyjęto wymiary geometryczne próbek i nośność śrub. Żeby ograniczyć wpływ śrub na elementy próbek, przyjęto że średnica śrub będzie stała, a ich wytrzymałość zmieniać się będzie w zależności od ich klasy.

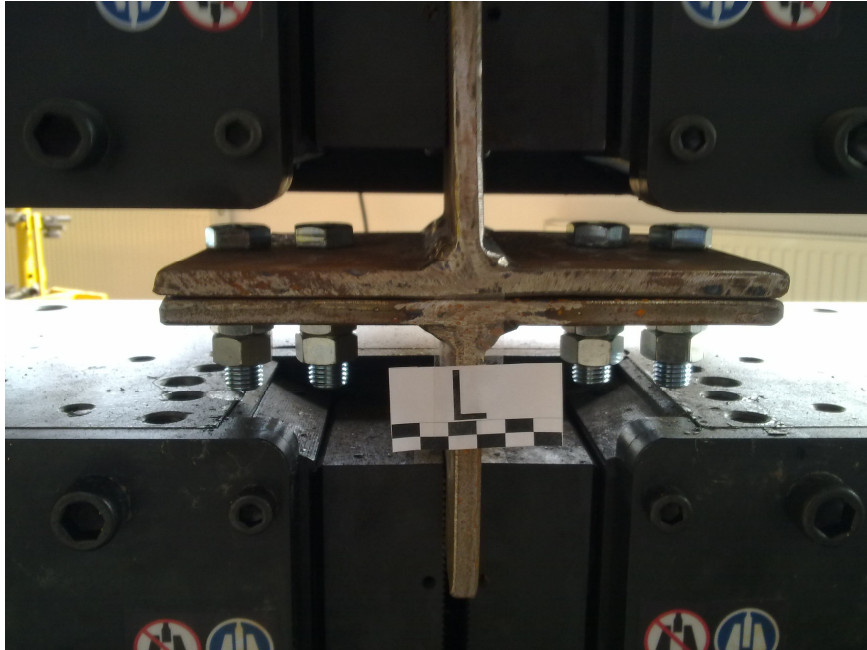
Badania doświadczalne przeprowadzono na króćcach teowych wykonanych z blach i spawanych spoinami pachwinowymi. Do przygotowania próbek przyjęto plan eksperymentu wg Hartleya PS/DS-P: Ha_6 oparty na hipersześcianie. Jako zmienne wybrano 6 parametrów wraz z zakresami ich zmienności (tab. 2):

- odległość końcowa śrub	$e = (16 - 40) \text{ mm}$
- rozstaw śrub na jednej półce	$p = (35 - 65) \text{ mm}$
- odległość śruby od blachy usztywniającej	$m = (16 - 44) \text{ mm}$
- szerokość blachy	$b_p = (50-150) \text{ mm}$
- grubość blachy	$t_p = (10 -30) \text{ mm}$
- klasa śrub	$g_b = (5.8-10.9)$

Tablica 2. Parametry próbek przyjętych wg planu eksperymentu PS/DS-P: Ha_6 .

l.p.	próbka	\hat{x}_1	\hat{x}_2	\hat{x}_3	\hat{x}_4	\hat{x}_5	\hat{x}_6	e	p	m	b_p	t_p	g_b
1	A	+1	+1	+1	+1	+1	+1	40	65	44	150	30	10.9
2	B	+1	+1	+1	-1	+1	-1	40	65	44	50	30	5.8
3	C	+1	+1	+1	-1	-1	+1	40	65	44	50	10	10.9
4	D	+1	+1	+1	+1	-1	-1	40	65	44	150	10	5.8
5	E	-1	+1	-1	+1	+1	+1	16	65	16	150	30	10.9
6	F	-1	+1	-1	-1	+1	-1	16	65	16	50	30	5.8
7	G	-1	+1	-1	-1	-1	+1	16	65	16	50	10	10.9
8	H	-1	+1	-1	+1	-1	-1	16	65	16	150	10	5.8
9	I	-1	-1	+1	+1	+1	+1	16	35	44	150	30	10.9
10	J	-1	-1	+1	-1	+1	-1	16	35	44	50	30	5.8
11	K	-1	-1	+1	-1	-1	+1	16	35	44	50	10	10.9
12	L	-1	-1	+1	+1	-1	-1	16	35	44	150	10	5.8
13	Ł	+1	-1	-1	+1	+1	+1	40	35	16	150	30	10.9
14	M	+1	-1	-1	-1	+1	-1	40	35	16	50	30	5.8
15	N	+1	-1	-1	-1	-1	+1	40	35	16	50	10	10.9
16	O	+1	-1	-1	+1	-1	-1	40	35	16	150	10	5.8
17	P	$+\alpha$	0	0	0	0	0	40	50	30	100	20	8.8
18	Q	$-\alpha$	0	0	0	0	0	16	50	30	100	20	8.8
19	R	0	$+\alpha$	0	0	0	0	28	65	30	100	20	8.8
20	S	0	$-\alpha$	0	0	0	0	28	35	30	100	20	8.8
21	T	0	0	$+\alpha$	0	0	0	28	50	44	100	20	8.8
22	U	0	0	$-\alpha$	0	0	0	28	50	16	100	20	8.8
23	V	0	0	0	$+\alpha$	0	0	28	50	30	150	20	8.8
24	W	0	0	0	$-\alpha$	0	0	28	50	30	50	20	8.8
25	X	0	0	0	0	$+\alpha$	0	28	50	30	100	30	8.8
26	Y	0	0	0	0	$-\alpha$	0	28	50	30	100	10	8.8
27	Z	0	0	0	0	0	$+\alpha$	28	50	30	100	20	10.9
28	Ż	0	0	0	0	0	$-\alpha$	28	50	30	100	20	5.8
29	Ž	0	0	0	0	0	0	28	50	30	100	20	8.8

Badania doświadczalne prowadzone były na maszynie wytrzymałościowej Instron Bluehill 1200 kN ISRS. Obciążenie było sterowane przemieszczeniem ze stałą prędkością 3 mm/min. Podczas badań mierzone były siła rozciągająca i całkowite odkształcenie próbki pomiędzy szczękami maszyny. Przykładową próbkę przed badaniem na maszynie wytrzymałościowej przedstawiono na rys. 4.



Rys. 4. Próbką L zamocowana na maszynie wytrzymałościowej przed badaniem

Podczas badania zachowanie się próbek rejestrowane było za pomocą kamery w celu określenia odkształceń próbki w środku długości blach i w osiach śrub. Po badaniu próbki były inwentaryzowane i mierzone były końcowe odkształcenia plastyczne blach. Przykładowy wygląd próbki po badaniu przedstawiono na rys 5.



Rys. 5. Próbką L podczas inwentaryzacji po badaniach

4. WYNIKI BADAŃ DOŚWIADCZALNYCH

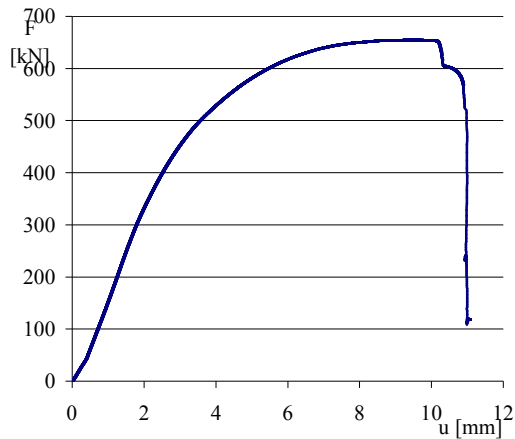
W tablicy 3 przedstawiono wyniki badań w postaci maksymalnej siły jaką udało się uzyskać podczas rozciągania. Zestawiono również średnie wartości wymiarów próbek pomierzonych przed badaniem. Analizując kształt linii załomów blachy czołowej króćca, dopasowano jej kształt do jednego z rodzajów zniszczenia ustalonych w modelu analitycznym.

Tablica 3. Średnie wymiary próbek, wartość siły niszczącej próbkę oraz porównanie z modelem analitycznym

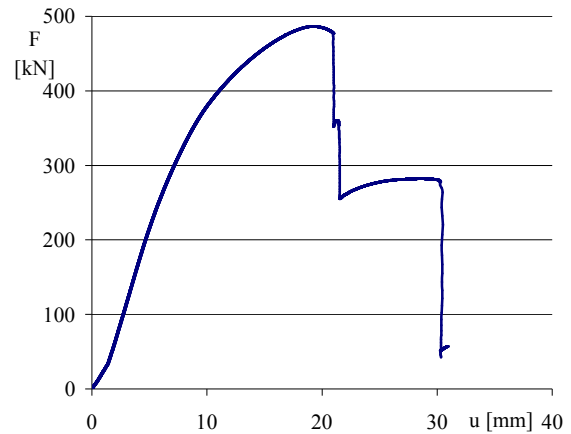
l.p.	próbka	średnie wymiary rzeczywiste					badania		model analityczny	
		e	p	m	b _p	t _p	siła [kN]	rodzaj zniszcz.	nośność [kN]	rodzaj zniszcz.
1	A	40,09	65,01	44,36	150,00	30,37	486,7	II	455,1	II
2	B	40,09	65,38	44,21	50,83	30,35	263,5	I	205,4	II
3	C	41,61	64,60	44,03	49,68	10,03	108,4	IV	33,8	IV
4	D	41,03	64,50	44,26	149,02	10,08	195,9	III	101,9	IV
5	E	15,19	65,01	16,19	151,38	30,15	654,8	I	535,9	II
6	F	15,44	65,15	16,64	52,53	30,28	330,1	I	235,1	II
7	G	16,93	65,00	16,51	49,34	10,01	224,5	IV	89,2	IV
8	H	16,83	64,38	16,33	149,05	10,07	244,3	III	186,0	III
9	I	16,36	35,14	44,33	151,28	30,48	656,4	I	449,7	II
10	J	16,28	35,25	44,28	51,69	30,33	224,8	I	189,5	II
11	K	16,50	34,76	43,89	50,17	10,48	104,2	IV	37,4	IV
12	L	16,75	35,28	43,72	150,35	10,13	172,5	III	105,2	IV
13	Ł	39,66	35,65	11,43	151,71	30,38	672,2	I	653,1	I
14	M	39,53	35,33	16,02	52,20	30,40	332,6	I	284,6	II
15	N	41,53	36,08	15,93	49,35	10,07	227,8	IV	93,6	IV
16	O	40,14	35,81	15,91	148,95	10,03	263,6	III	199,3	III
17	P	39,46	50,53	29,88	100,78	20,38	398,5	II	319,4	III
18	Q	15,54	50,50	30,43	101,64	20,60	351,9	II	287,5	II
19	R	28,23	65,96	30,11	100,34	20,45	357,0	II	307,6	III
20	S	28,44	35,49	30,18	100,54	20,48	391,4	II	323,2	III
21	T	28,06	50,34	44,36	100,92	20,38	252,9	IV	270,8	III
22	U	28,50	50,04	16,27	100,59	20,43	413,3	II	361,0	II
23	V	28,44	50,80	29,79	150,44	20,51	415,3	II	344,5	II
24	W	29,06	50,66	29,68	50,27	20,46	231,2	III	211,2	IV
25	X	29,45	50,00	29,53	101,43	30,13	420,9	II	387,0	II
26	Y	28,80	49,91	29,81	99,42	10,36	228,6	IV	106,6	IV
27	Z	28,04	50,61	30,08	100,87	20,39	425,1	II	359,7	III
28	Ż	28,30	50,64	29,64	101,49	20,92	285,3	II	222,2	II
29	Ź	28,23	50,46	29,69	101,30	20,63	379,5	II	317,0	II

Jak można zauważyć w populacji próbek występowały wszystkie zdefiniowane modele zniszczenia króćców. Różnicę modelu niszczenia można prześledzić na wykresie siła – odkształcenie otrzymane z badań. Zależności takie, otrzymane z badań doświadczalnych, dla wybranych próbek zostały przedstawione na rys. 6 do 9. I rodzaj zniszczenie (rys. 6) charakteryzował się małymi odkształceniami i szybkim zrywaniem śrub. W rodzaju IV po fazie sprężystej następowało uplastycznienie blachy w osi śrub wewnętrznych i tworzył się plastyczny mechanizm, który charakteryzował się dużą odkształcalnością (rys. 9).

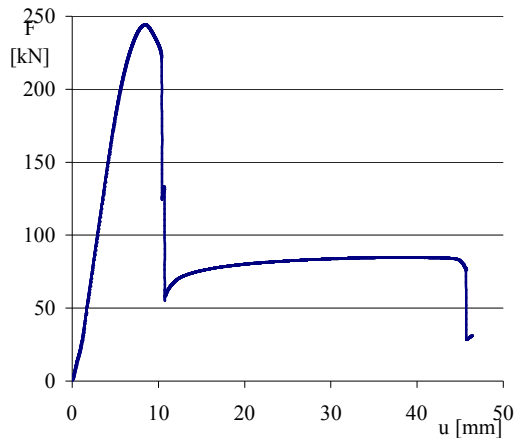
Najmniejsze różnice w kształcie charakterystyki wykazują rodzaje zniszczenia II i III. Jednak i tutaj można dostrzec różnice. Próbki o II rodzaju zniszczenia wykazują większe początkowe odkształcenia do zerwania śrub wewnętrznych. Następnie dosyć szybko następowało zerwanie śrub zewnętrznych (rys. 7). W III rodzaju zniszczenia po zerwaniu śrub wewnętrznych następowało uplastycznienie blachy w osi śrub zewnętrznych i plastyczne odkształcenie próbki (rys. 8).



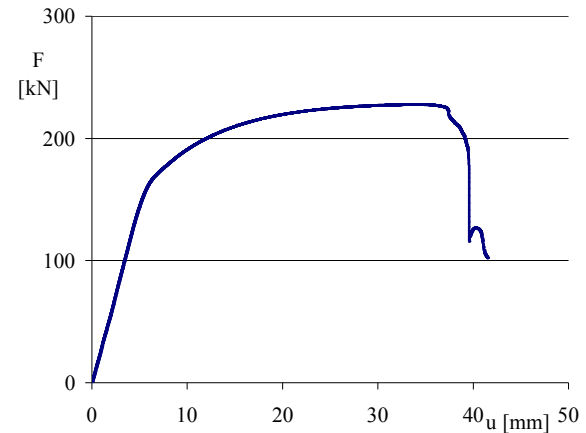
Rys. 6. Zależność siła odkształcenie dla próbki E – I rodzaj zniszczenia



Rys. 7. Zależność siła odkształcenie dla próbki A – II rodzaj zniszczenia



Rys. 8. Zależność siła odkształcenie dla próbki H – III rodzaj zniszczenia



Rys. 9. Zależność siła odkształcenie dla próbki N – IV rodzaj zniszczenia

5. PORÓWNANIE WYNIKÓW BADAŃ DOŚWIADCZALNYCH Z MODELEM ANALITYCZNYM

Dla próbek badanych eksperymentalnie wykonano obliczenia nośności króćców według modelu analitycznego przedstawionego w p. 2. Obliczenia przeprowadzono dla nominalnej nośności na rozciąganie śrub, rzeczywistych wymiarów geometrycznych oraz wytrzymałości stali otrzymanej z badań wycinków próbek. Wyniki obliczeń zostały zestawione w tabelicy 3. W tabelicy podano także rodzaje zniszczenia próbek na podstawie zależności, która jest miarodajna przy obliczaniu nośności króćca. Wyniki nośności króćców otrzymane z badań

doświadczalnych i te otrzymane z modelu analitycznego nie różnią się więcej niż o kilkanaście procent. Wyjątek stanowią tutaj próbki zerwane wg I rodzaju, gdyż nośność ich jest uzależniona od wytrzymałości na rozciąganie śrub. Różnica tutaj wynosi do 31%. Również nośność próbek niszczonych wg IV- rodzaju jest zaniżona w modelu analitycznym w stosunku do badań. W tym przypadku nośność liczona w oparciu o granicę plastyczności, nie uwzględnia wzmocnienia materiału, które występuje przy dużych odkształceniach próbek.

6. WNIOSKI KOŃCOWE

Przeprowadzone badania wykazały, że w realnych konstrukcjach mogą wystąpić wszystkie cztery rodzaje zniszczenia, które zostały ustalone w modelu analitycznym. Pozwalają również na określenie, w zależności od rodzaju zniszczenia, czy kryterium nośności odnosi się do maksymalnej siły uzyskanej podczas badań, czy musi być ono ograniczone ze względu na znaczne odkształcenia króćca.

Określone podczas badań odkształcenia króćca teowego posłużą od weryfikacji modelu przyjętego do określenia sztywności, oraz będą podstawą do oszacowania rzeczywistej zdolności do obrotu węzłów, a nie opartej tylko na kryterium grubości blachy czołowej.

Przedstawiony model analityczny daje możliwość zastosowania go w procedurach obliczeniowych zgodnych z normą [1]. Porównanie wyników obliczeń według modelu analitycznego stosunkowo dobrze odzwierciedla zachowanie się rzeczywistych połączeń, a różnice wynikające z niedoszacowania charakterystyk materiałowych zwykle nie przekraczają kilkunastu procent i są po stronie bezpiecznej dla konstrukcji.

Na podstawie powyższych badań zostanie opracowana funkcja aproksymująca oraz przeprowadzona weryfikacja istotności składników zmiennych, dla których zostaną wykonane pełne badania króćców do pełnej weryfikacji modelu analitycznego.

Piśmiennictwo

- [1] PN-EN 1993-1-8. Eurokod 3. Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-8: Projektowanie węzłów. PKN. 2006.
- [2] Kozłowski A., Pisarek Z.: Resistance and stiffness of T-stub with four bolts Komitet Inżynierii Lądowej i Wodnej PAN, Archives of Civil Engineering, t.LIV, s.167-191, z.1, 2008.
- [3] Pisarek Z., Kozłowski A. Analysis of the steel joint with four bolts in the row. Theory and practice in Civil Engineering, Book of National University "Polytechnic of Lviv" No 600, 2007, Lviv, Ukraine.

EXPERIMENTAL INVESTIGATION OF T-STUB WITH FOUR BOLTS

Summary

The most common end-plate connections utilize only two bolt rows in the tension zone with two bolts in each row. When the beam is made from H section, designers apply joints with four bolts in each row. Design rules given in Eurocode 3 [1] relate to bolted end-plate joints with only two bolts in each bolt row. The present paper is concerned with experimental tests of T-stubs with four bolts. A comparison of test results with an analytical model for T-stub with four bolts is presented.

Mateusz SONDEJ¹
Piotr IWICKI²
Jacek TEJCHMAN³
Politechnika Gdańska

ANALIZA NUMERYCZNA SILOSU Z BLACHY FALISTEJ WZMOCNIONEGO SŁUPAMI

STRESZCZENIE

W niniejszej pracy zaprezentowano trzy różne numeryczne metody obliczania nośności wyboczeniowej metalowych cylindrycznych silosów z blachy falistej wzmocnionych słupami i obciążonych materiałem sypkim. Zastosowano przestrzenny model silosu z blachy falistej ze słupami opisanymi elementami powłokowymi oraz przestrzenny model silosu z zastępczą blachą ortotropową ze słupami opisanymi elementami powłokowymi lub belkowymi. Wyniki numeryczne MES porównano z Eurokodem 3.

SŁOWA KLUCZOWE: silos metalowy, nośność wyboczeniowa, blacha falista, słup, blacha ortotropowa, analiza MES

1. WPROWADZENIE

Metalowe silosy z blach falistych wzmocnionych słupami rozmieszczonymi równomiernie wzdłuż obwodu są powszechnie stosowane w budownictwie przemysłowym ze względu na mniejsze zużycie stali w porównaniu z silosami z blachy gładkiej. Blacha falista spełnia w silosie dwie funkcje. Z jednej strony przenosi poziome siły rozciągające powstające w wyniku naporu materiału sypkiego na ściany, z drugiej zaś stanowi oparcie dla słupów przenoszących pionowe siły ściskające w wyniku tarcia materiału sypkiego o ściany. Głównym problemem w projektowaniu metalowych silosów jest określenie nośności wyboczeniowej konstrukcji z uwzględnieniem imperfekcji geometrycznych, materiałowych i obciążeniowych, typu połączeń, warunków brzegowych oraz sztywności materiału sypkiego.

W niniejszej pracy przedstawiono trzy różne koncepcje obliczania nośności wyboczeniowej metalowych silosów z uwzględnieniem imperfekcji geometrycznych stosując metodę elementów skończonych. Analizowano przestrzenny model silosu z blachą falistą i słupami opisanymi elementami powłokowymi oraz przestrzenny model silosu z zastępczą powłoką ortotropową i słupami opisanymi elementami powłokowymi lub belkowymi. Obliczenia

¹ matsonde@pg.gda.pl

² piwicki@pg.gda.pl

³ tejhmk@pg.gda.pl

numeryczne MES wykonano dla silosu podczas jego opróżniania bez uwzględnienia sztywności materiału sypkiego. Celem obliczeń było sprawdzenie możliwości zastosowania do projektowania uproszczonego modelu numerycznego silosu z blachy falistej wzmocnionej słupami. Do obliczeń MES zastosowano komercyjny program ABAQUS [1].

2. KONSTRUKCJA SILOSU

Analizowano rzeczywisty pojedynczy silos cylindryczny wypełniony pszenicą wchodzący w skład baterii silosów na terenie Polski [2], [3] (tab. 1). Konstrukcję nośną stanowiła blacha falista o grubości 0.75 mm oraz 18 słupów o otwartych przekrojach cienkościennych skokowo zmiennych na wysokości (typu *C* i *V*) o stałym rozstawie wzdłuż obwodu posadowionych na płycie fundamentowej. Opróżnianie silosu odbywało się przez lej stożkowy o niezależnej konstrukcji nośnej. Silos został zaprojektowany na opróżnianie w przepływie kominowym z maksymalną prędkością 60 m³/h.

Tablica 1. Podstawowe dane silosu z blachy falistej wzmocnionej słupami [3]

Wysokość silosu <i>H</i>	21.48	[m]
Średnica silosu <i>D</i>	5.35	[m]
Powierzchnia silosu	22.48	m ²
Obwód silosu	16.81	[m]
Liczba pierścieni	24	[-]
Liczba słupów	18	[-]
Rozstaw słupów wzdłuż obwodu	0.933	[m]
Wysokość przekroju blachy falistej	18	[mm]
Długość fali blachy falistej	76	[mm]

Obciążenia silosu od materiału sypkiego wyznaczono wg Eurokodu 1 [4]. W przypadku osiowo-symetrycznego opróżniania (bez niesymetrycznego obciążenia lokalnego), maksymalne obciążenie styczne wzdłuż ściany wynosiło $p_w=13$ kPa, a odpowiadający poziomy napór na ściany silosu był równy $p_h=22$ kPa. Maksymalne charakterystyczne poziome naprężenia rozciągające w płaszczyźnie silosu wynosiły 110 MPa i były znacznie mniejsze od naprężeń dopuszczalnych w stali, równych 280 MPa.

3. NOŚNOŚĆ WYBOCZENIOWA SILOSU WG EUROKODU 3 [5]

Nośność wyboczeniową słupów oblicza się jako mniejszą z dwóch wartości [5]:

$$N^I = 2\sqrt{EJ_y K} \quad (1)$$

$$N^{II} = A_{eff} f_y \quad (2)$$

gdzie EJ_y - sztywność zgięciowa słupa w płaszczyźnie prostopadłej do ściany silosu,
 K - sztywność zgięciowa blachy między słupami:

$$K = k_s \frac{D_y}{d_s^3} \quad (3)$$

gdzie d_s – rozstaw słupów, D_y – sztywność zgięciowa poszycia przy zginaniu obwodowym,
 k_s – współczynnik (zaleca się przyjmować $k_s = 6$).

Sztywność blachy fałdowej na zginanie wynosi:

$$D_y = 0.13Etd^2 \quad (4)$$

gdzie E – moduł sprężystości blachy, t – grubość blachy i d – wysokość blachy falistej.

Równania (1) i (3) zostały wyprowadzone przy założeniach:

- wyoboczenie słupa występuje tylko w płaszczyźnie prostopadłej do ściany silosu (blacha falista usztywnia wystarczająco słup w płaszczyźnie stycznej do ściany),
- liczba pół-fal wyoboczeniowych wzdłuż obwodu silosu jest równa połowie liczby słupów (przy liczbie słupów podzielnej przez 4),
- słup jest tylko obciążony siłą pionową przyłożoną na jego końcu (nie uwzględnia się poziomego obciążenia ścian),
- słup jest oparty na podłożu sprężystym wzdłuż jego wysokości, którego sztywność jest równa zgięciowej sztywności blachy falistej,
- słup jest podparty przegubowo na obu końcach.

Równania (1) i (3) można wyprowadzić w sposób analityczny [3], [4]. Tab. 2 przedstawia obliczone nośności wyoboczeniowe N^I i N^{II} [3].

Tablica 2. Charakterystyka słupów i ich nośność wyoboczeniowa [3]

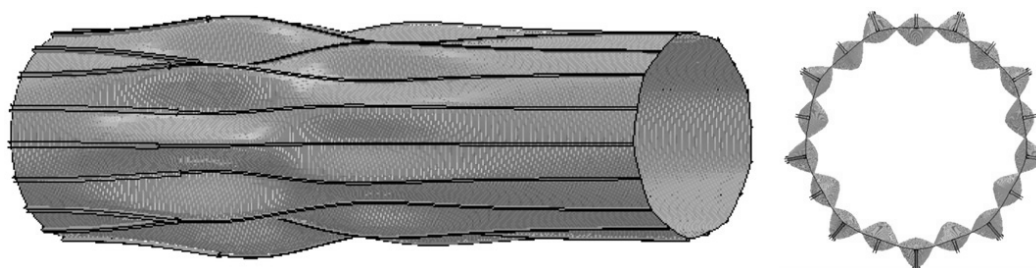
Rodzaj profilu	$C_{1.5}$	$C_{2.0}$	$C_{2.5}$	$C_{4.0}$	$V_{4.0}$
Pole przekroju poprzecznego A_s [m ²]	3.46E-04	4.62E-04	5.77E-04	9.24E-04	1.49E-03
Efektywne pole przekroju poprzecznego A_{eff} [m ²]	2.89E-04	3.86E-04	4.83E-04	7.72E-04	1.34E-03
Momenty bezwładności					
J_x [cm ⁴]	18.5	25	32.1	53.2	220.2
J_y [cm ⁴]	46.1	62.4	79.4	131.1	708.8
Siły wyoboczeniowe					
N^I [kN]	87.24	101.4	114.9	148	301
N^{II} [kN]	103.17	137.8	172.44	275.61	478.38

Nośność wyoboczeniowa według Eurokodu 3 [5] była przekroczona o 15% w jednym z przekrojów poprzecznych słupów przy osiowo-symetrycznym opróżnianiu, natomiast przy niesymetrycznym opróżnianiu – przekroczona w dwóch profilach słupów o 50%. Wyoboczenie słupów wystąpiło przy obciążeniu ścian równym $p_w=11.5$ kPa (tj. $p_w \approx 0,88 \times 13$ kPa dla obciążenia osiowo-symetrycznego oraz $p_w \approx 0,67 \times 17$ kPa dla obciążenia osiowo-niesymetrycznego).

4. MODEL PRZESTRZENNY SILOSU Z BLACHĄ FALISTĄ

Model przestrzenny silosu ze słupami o skokowo zmiennym przekroju i blachą falistą uwzględnia możliwość lokalnej utraty stateczności słupów i blachy [3], [6]. W analizie pominięto lej stożkowy i dach. Płaszcz był sztywno mocowany do słupów w górnych częściach fal blachy w stałym rozstawie 0.076 m (samych śrub nie modelowano). Zastosowano czterowęzłowe elementy powłokowe ze zredukowanym całkowaniem (przyjęto 700'000 elementów skończonych). Do modelowania zakrzywienia blachy falistej użyto minimum 5 elementów skończonych, których wymiary wynosiły 7×130 mm² (przyjęto 126 elementów wzdłuż obwodu silosu). Słupy opisano elementami skończonymi

o wymiarach $10 \times 36 \text{ mm}^2$ (przyjęto 265 elementów wzdłuż wysokości słupa). Słupy były utwierdzone w płycie fundamentowej. Na górnym końcu słupów rozpatrzono blokadę przemieszczeń w kierunku radialnym i stycznym oraz bez blokady przemieszczeń pionowych. Wyniki pokazały, że wpływ warunków brzegowych na górnym końcu słupa był pomijalny. Silos obciążono parciem stycznym, normalnym i lokalnym przy opróżnianiu [3]. Kształt wstępnych imperfekcji geometrycznej przyjęto jako pierwszą postać wybooczeniową z analizy wybooczeniowej liniowo-sprężystej LBA dla silosu z dziesięciokrotnie zwiększoną sztywnością słupów w celu uzyskania globalnej postaci wybooczenia (rys. 1). Wyniki statycznej analizy MES z uwzględnieniem nieliniowości geometrycznej i materiałowej (GMNA) dla różnych amplitud wstępnych imperfekcji geometrycznych [3] przedstawiono na rys. 2 i rys. 3. Współczynnik wybooczeniowy λ (rys. 3) będący mnożnikiem obciążenia normowego osiowo-symetrycznego [4] był równy maksymalnie 2.02 (dla $w=0.005 \text{ m}$) lub 0.32 (dla $w=0.2 \text{ m}$).



Rys. 1. Pierwsza postać wybooczenia silosu obciążonego parciem stycznym ze słupami o zwiększonej sztywności na podstawie wybooczeniowej analizy liniowo-sprężystej LBA [3]

5. MODEL PRZESTRZENNY SILOSU Z BLACHĄ ORTOTROPOWĄ

Blachę falistą przyjęto jako zastępczą powłokę ortotropową ze sztywnościami błonowymi i zgięciowymi w kierunku poprzecznym, podłużnym i stycznym według [5]:

$$D_x = EJ_x = \frac{Et^3}{12(1-\nu)} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{\pi^2 d^2}{4l^4}\right)} = 7.13 \text{ [Nm}^2\text{]} \quad (5)$$

$$D_y = EJ_y = 0.13Etd^2 = 6634 \text{ [Nm}^2\text{]} \quad (6)$$

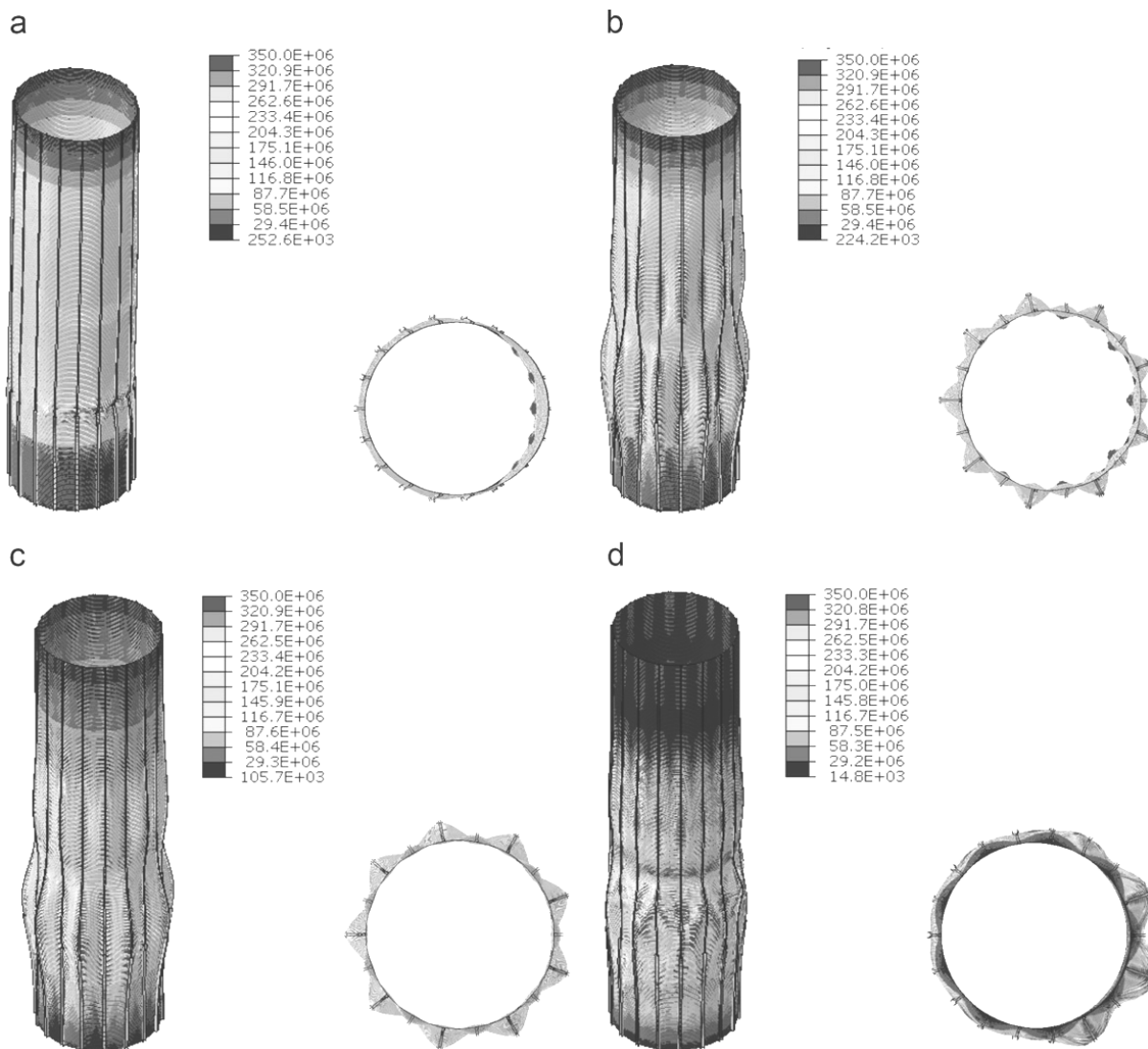
$$D_{xy} = GJ_{xy} = \frac{Gt^3}{12} \cdot \left(1 + \frac{\pi^2 d^2}{4l^4}\right) = 3.23 \text{ [Nm}^2\text{]} \quad (7)$$

$$C_x = Et_x = E \frac{2t^3}{3d^2} = 182292 \text{ [N/m]} \quad (8)$$

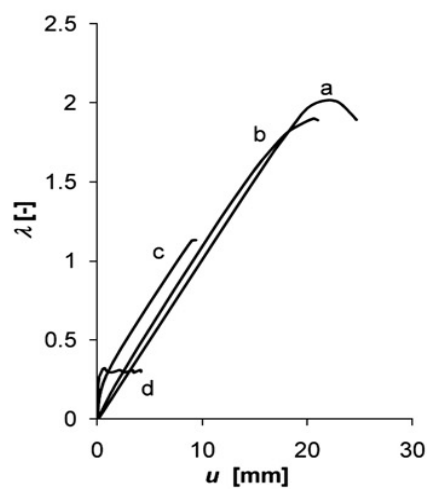
$$C_y = Et_y = Et \left(1 + \frac{\pi^2 d^2}{4l^2}\right) = 179299079 \text{ [N/m]} \quad (9)$$

$$C_{xy} = Gt_{xy} = \frac{Gt}{\left(1 + \frac{\pi^2 d^2}{4l^2}\right)} = 53212016 \text{ [N/m]} \quad (10)$$

gdzie ν – współczynnik Poissona, E – moduł Younga, G – moduł styczny Kirchhoffa, l – długość fałdy, t – grubość blachy, d – wysokość blachy falistej.

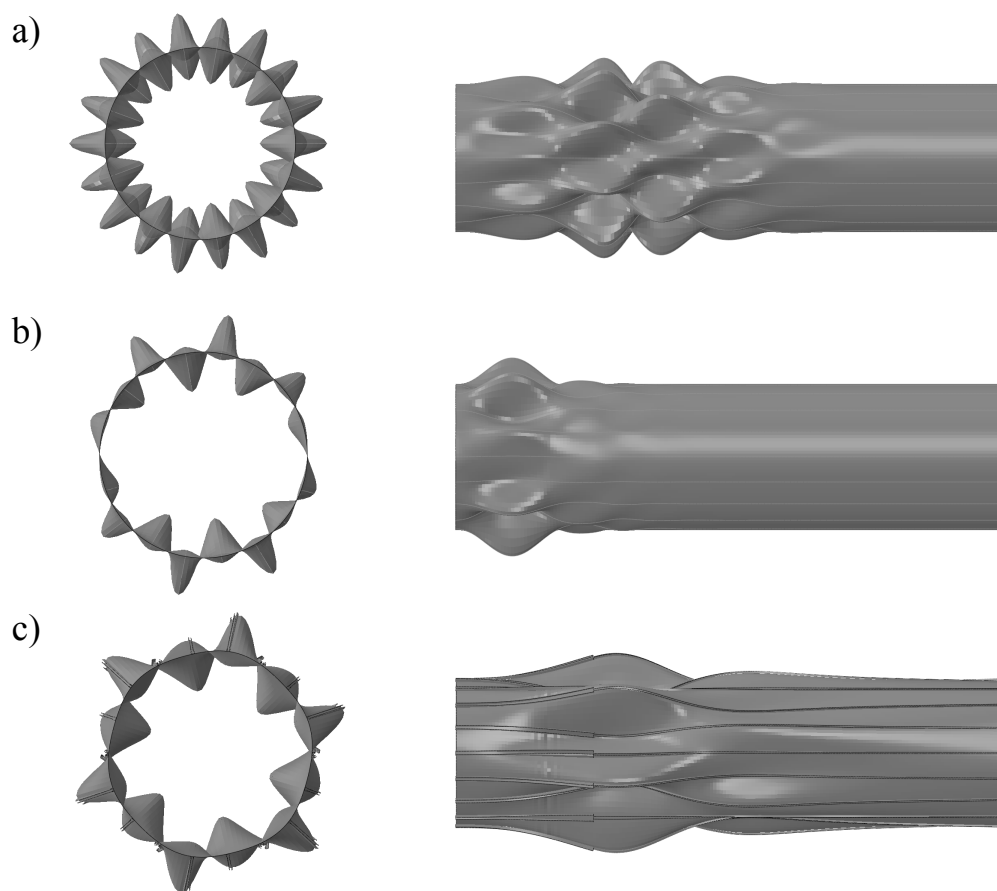


Rys. 2. Postacie wyboczenia w nieliniowej analizie GMNA dla różnych wstępnych amplitud imperfekcji w (rys. 1): a) $w=0.005$ m, b) $w=0.05$ m, c) $w=0.1$ m, d) $w=0.2$ m (wg [3])



Rys. 3. Zależność wybozeniowego mnożnika obciążenia od pionowego przemieszczenia górnego brzegu silosu dla różnych wstępnych amplitud imperfekcji geometrycznej (nieliniowa analiza GMNA): a) $w=0.005$ m, b) $w=0.05$ m, c) $w=0.1$ m, d) $w=0.2$ m (wg [3])

Do symulacji blachy silosu zastosowano 24'192 czterowęzłowe elementy skończone S4R ze zredukowanym całkowaniem [1]. Analizowano dwa warianty: silos ze słupami opisanymi powłokowymi elementami S4R oraz silos ze słupami opisanymi elementami belkowymi B31OS (z 7 stopniami swobody w węźle) [1]. Całkowita liczba elementów skończonych w modelu silosu z blachą ortotropową i słupami opisanymi elementami belkowymi wynosiła 27'000, a dla modelu silosu z blachą ortotropową i słupami opisanymi elementami powłokowymi 239'000. Obciążenie przyjęto identycznie jak w modelu przestrzennym z blachą falistą. Do analizy nieliniowej GMNA przyjęto ponownie wstępną imperfekcję geometryczną równą pierwszej postaci wyboczeniowej z liniowej analizy wyboczeniowej dla silosu obciążonego parciem stycznym oraz parciem stycznym i normalnym (rys. 4). Postacie te są inne niż dla modelu silosu z blachy falistej (rys. 1).



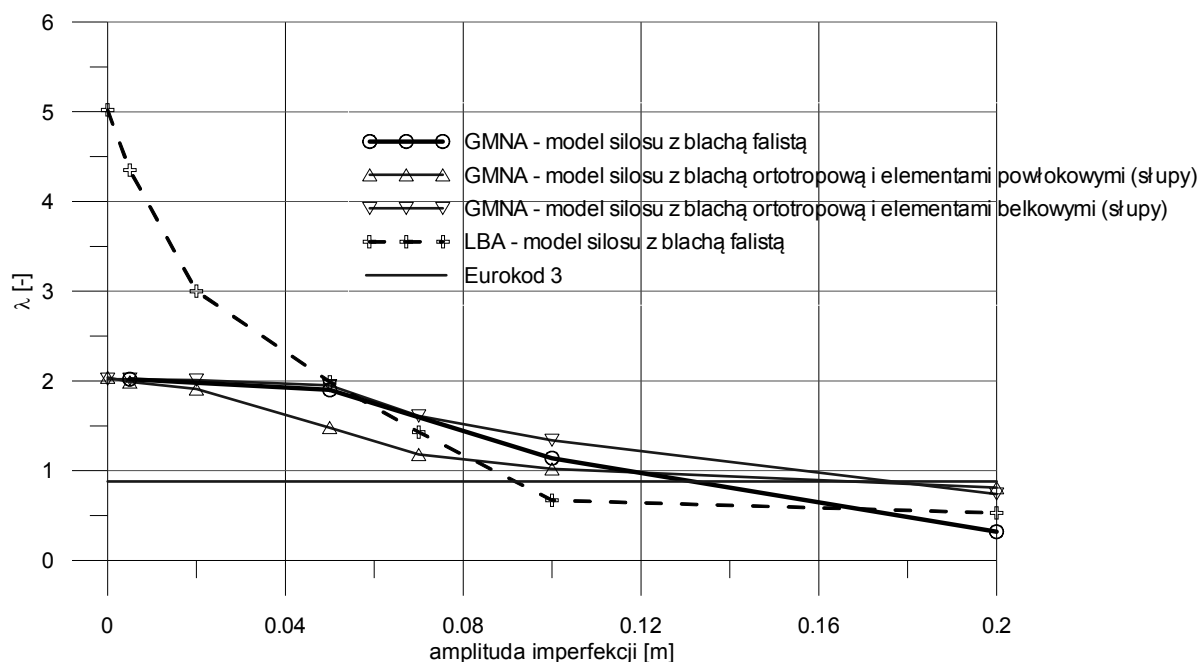
Rys. 4. Postacie wyboczeniowe silosu dla parcia: a) stycznego b) stycznego i normalnego (słupy opisane elementami belkowymi) oraz c) dla parcia stycznego (słupy opisane elementami powłokowymi) na podstawie wyboczeniowej analizy liniowo-sprężystej LBA

Nośności wyboczeniowe analizowanych modeli silosu oraz nośności modelu silosu z blachy falistej (rys. 3) wyrażone jako mnożniki obciążenia normowego osiowo-symetrycznego [4] przedstawiono na rys. 5. Wyniki MES dla modelu z blachą falistą i modelu z powłoką ortotropową są podobne dla wstępnej amplitudy imperfekcji geometrycznych mniejszej niż $w < 8$ cm. Dla amplitudy większej niż $w > 8$ cm, nośność wyboczeniowa w modelu silosu z blachą falistą jest niższa na skutek uplastycznienia blachy falistej. Model silosu z blachą ortotropową i ze słupami opisanymi za pomocą elementów belkowych (mimo braku możliwości uwzględnienia efektów lokalnych) miał najniższy wyboczeniowy mnożnik obciążenia dla amplitudy wstępnej imperfekcji mniejszej niż 10 cm wskutek tego, że przy wyznaczaniu postaci wyboczeniowej w analizie liniowej nie było konieczności zwiększania

sztwności słupów.

Duże różnice nośności silosu wystąpiły między analizą liniową i nieliniową. Dla małych amplitud wstępnych imperfekcji geometrycznych ($w < 5$ cm), liniowa nośność wyboczeniowa była znacznie wyższa niż nieliniowa, natomiast dla dużych amplitud imperfekcji ($5 < w < 15$ cm) była z kolei niższa.

Nośność wyboczeniowa wg Eurokodu 3 [5] odpowiada w przybliżeniu nośności modeli numerycznych silosu ze wstępnymi imperfekcjami geometrycznymi o amplitudzie około 12 cm.



Rys. 5. Wyboczeniowe mnożniki obciążenia λ dla różnych modeli numerycznych MES w zależności od amplitudy początkowych imperfekcji geometrycznych w

6. WNIOSKI

Z przeprowadzonych analiz wyboczeniowych MES cylindrycznego metalowego silosu z blachy falistej wzmocnionego słupami i obciążonego materiałem sypkim według Eurokodu 1 można wyciągnąć następujące wnioski:

- Nośność wyboczeniowa wyznaczona dla przestrzennego modelu silosu z blachą ortotropową o właściwościach blachy falistej (na podstawie Eurokodu 3) i słupami opisanymi za pomocą elementów powłokowych jest podobna jak nośność wyboczeniowa modelu przestrzennym silosu z blachą falistą dla małych amplitud wstępnych imperfekcji geometrycznych. Liczba elementów skończonych jest za to około 3 razy mniejsza.
- Dla modelu silosu z blachą ortotropową ze słupami opisanymi za pomocą elementów belkowych, obliczone nośności wyboczeniowe są niższe niż dla pozostałych modeli numerycznych silosu w zakresie małych amplitud początkowych imperfekcji geometrycznych.
- Nośność wyboczeniowa według Eurokodu 1 jest bardzo konserwatywna w zakresie małych amplitud wstępnych imperfekcji geometrycznych.

PODZIĘKOWANIE

Praca badawcza powstała dzięki wsparciu finansowemu Narodowego Centrum Nauki w ramach projektu badawczego nr 151771.

Piśmiennictwo

- [1] Abaqus, Theory manual, version 6.8. Hibbit: Karlsson & Sorensen Inc; 2008.
- [2] Wójcik M., Iwicki P., Tejchman J.: Analiza nośności wyboczeniowej cylindrycznego silosu z blachy falistej wzmocnionego słupami, Inżynieria i Budownictwo, nr 2/2011, s. 96-100.
- [3] Wójcik M., Iwicki P., Tejchman J.: 3D buckling analysis of a cylindrical metal bin composed of corrugated sheets strengthened by vertical stiffeners, Thin-Walled Structures nr 49/2011, s. 947-963.
- [4] PN-EN 1991-4, Eurokod 1, Oddziaływania na konstrukcje, część 4: Silosy i zbiorniki, 2008.
- [5] PN-EN 1993-4-1, Eurokod 3, Projektowanie konstrukcji stalowych, część 4-1: Silosy, 2007.
- [6] Iwicki P., Wójcik M. and Tejchman J.: Failure of cylindrical steel silos composed of corrugated sheets and columns and repair methods using a sensitivity analysis, Engineering Failure Analysis nr 18/8/2011, s. 2064-2083.

NUMERICAL ANALYSIS OF A SILO COMPOSED OF CORRUGATED SHEETS STRENGTHENED WITH COLUMNS**Summary**

The paper presents FE results of three different numerical calculation methods of buckling resistance of cylindrical metal silos loaded by bulk solids and composed of horizontally corrugated sheets strengthened by vertical columns. A three-dimensional silo model with corrugated sheets and columns described by means of shell elements was used. In addition a three-dimensional silo model with orthotropic sheets and columns described with shell or beam elements was used. Numerical FE results were compared with Eurocode 3.

Andrzej WOJNAR¹
Politechnika Rzeszowska

OCENA WPLYWU ROZWIĄZAŃ KONSTRUKCYJNYCH DOCZOŁOWYCH WĘZŁÓW ŚRUBOWYCH NA PROJEKTOWANIE RAM STALOWYCH

STRESZCZENIE

Połączenia śrubowe są najczęściej stosowanym typem połączeń w ramach stalowych. Biorąc pod uwagę łatwość wykonania i montażu zazwyczaj wykonuje się je jako nieuzębrowane, doczołowe połączenia śrubowe. Czasem w celu zwiększenia ich nośności lub sztywności, zachodzi potrzeba zastosowania dodatkowych wzmocnień w postaci żeber usztywniających lub wzmocnień środnika albo pasa słupa. W referacie przedstawiono wpływ tych wzmocnień na charakterystyki podatnościowe oraz koszt wykonania połączenia.

Przeprowadzono także analizy obliczeniowe mające na celu określenie wpływu zastosowania w/w wzmocnień na zachowanie się i koszt wykonania ramy stalowej.

SŁOWA KLUCZOWE: konstrukcje metalowe, sztywność początkowa, nośność węzła

1. WSTĘP

Ramy stalowe są jednym z najczęściej stosowanych typów układów nośnych w budynkach szkieletowych, halach przemysłowych, wiatach, itp. W konstrukcjach tego typu słupy wykonuje się zazwyczaj z dwuteowników typu HEB, a rygle z IPE. Z uwagi na łatwość montażu, połączenia pomiędzy ryglami i słupami najczęściej wykonuje się jako sprężane, śrubowe połączenia doczołowe z blachą wystającą. Zgodnie z kryteriami klasyfikacji połączeń zawartymi w [1] połączenia te są w większości przypadków węzłami podatnymi, a ich zachowanie się w całym zakresie obciążenia może być opisane za pomocą krzywej $M-\phi$ (zależność pomiędzy momentem zginającym obciążającym węzeł, a kątem obrotu węzła). Krzywa ta określana jest na podstawie podstawowych charakterystyk podatnościowych węzła: sztywności początkowej $S_{j,ini}$ i nośności $M_{j,Rd}$. Charakterystyki te zależą od konstrukcji węzła: rodzaju i wielkości profili stosowanych na słup i rygiel, grubości blachy czołowej, rodzaju uzębrowania słupa, stosowania dodatkowych wzmocnień środnika (web plate) lub pasów słupa (backing plates), gatunku stali. Stosowanie wyżej wymienionych wzmocnień węzła powoduje zmianę jego charakterystyk podatnościowych - wzrost sztywności początkowej i nośności (w stosunku do węzła nieuzębrowanego), a to z kolei powoduje zmianę rozkładu sił

¹ awojnar@prz.edu.pl

wewnętrznych w całej konstrukcji i zmianę wielkości przekrojów poprzecznych kształtowników stosowanych na rygle i słupy. W konsekwencji zmienia się masa konstrukcji oraz stopień jej skomplikowania, co powoduje zmianę kosztów jej wykonania. Jak podano w materiałach [2] na całkowity koszt konstrukcji stalowej składają się:

- koszty związane z materiałem (koszt stali) – w granicach od 20 do 40%,
- koszty związane z tworzeniem dokumentacji technicznej, wykonawstwem elementów konstrukcyjnych, zabezpieczeniem antykorozyjnym, przeciwpożarowym i montażem gotowych elementów – w granicach od 60 do 80%.

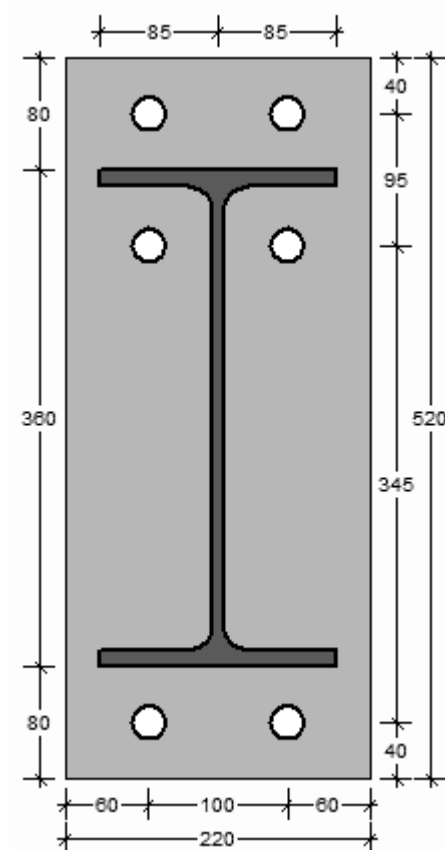
Przedstawiony powyżej podział wskazuje na to, że głównym czynnikiem decydującym o koszcie konstrukcji nie jest jej jak najmniejsza masa, lecz prostota wykonania i łatwość montażu. W celu sprawdzenia w jakim stopniu przedstawione powyżej parametry wpływają na cenę konstrukcji przeprowadzono dwie analizy obliczeniowe. W pierwszej z nich sprawdzono jak duży jest wpływ stosowania różnego typu wzmocnień na charakterystyki podatnościowe i koszt wykonania węzła. W drugiej analizie sprawdzono jak duży jest wpływ stosowania wzmocnień węzłów na koszt wykonania ramy stalowej.

2. WPŁYW STOSOWANIA WZMOCNIEŃ NA CHARAKTERYSTYKI PODATNOŚCIOWE I KOSZT WYKONANIA WĘZŁA

Wpływ wzmocnień na parametry podatnościowe węzła (sztywność początkową i nośność) przedstawiono na przykładzie połączenia słupa wykonanego z dwuteownika HEB 240 z rygłem IPE 360 (stal S235). Analizie poddano połączenia jedno i dwustronne. Zastosowano w nich śruby M24 klasy 10.9. Grubość blachy czołowej wyznaczono zgodnie z wytycznymi zawartymi w [3], według wzoru, wskazującego grubość blachy zapewniającą zdolność węzła do obrotu. Przyjęto grubość równą 18 mm. Widok węzła przedstawiono na rys. 1.

Jako dodatkowe wzmocnienia (tablica 1, 2) przyjęto:

- uźebrowanie słupa w poziomie pasa dolnego rygła (WZ2, WW2),
- uźebrowanie słupa w poziomie pasa górnego rygła (WZ3, WW3),
- uźebrowanie słupa w postaci żeber poziomych w poziomach obydwu pasów rygła (WZ4, WW4),
- uźebrowanie środka słupa w postaci żebra ukośnego (WZ5),
- uźebrowanie słupa w poziomach pasów rygła i żebra ukośnego, (WZ6, WZ7),
- wzmocnienie pasów słupa za pomocą blach wzmacniających (WZ8, WW5),
- wzmocnienie środka słupa w za pomocą nakładki jednostronnej (WZ9, WW6),
- w celach porównawczych - zwiększenie grubości blachy czołowej z 18 do 30 mm (WZ10, WW7).



Rys.1. Widok analizowanego węzła

Grubość dodatkowych żeber usztywniających słup przyjęto równą 12 mm, co w przybliżeniu odpowiada grubości pasów rygla IPE 360, grubość nakładki wzmacniającej środnik przyjęto równą grubości środnika – 8 mm, a grubość przykładek wzmacniających pasy przyjęto równą 16 mm co w przybliżeniu odpowiada grubości pasów słupa. Przyjęto, że wszystkie elementy wzmacniające spawane są do słupa dwustronną spoiną pachwinową o grubości 5 mm. Charakterystyki podatnościowe węzła (sztywność początkową $S_{j,ini}$ i nośność $M_{j,Rd}$) wyznaczono za pomocą programu komputerowego CoP [4] i przedstawiono na rysunkach od 2 do 5. Wyniki przedstawiono jako krotność wzrostu sztywności początkowej i nośności węzła z określonym typem wzmocnienia – od WZ2 do WZ10 i od WW2 do WW8 – w stosunku do węzła niewzmocnionego – WZ1 i WW1. Koszt wykonania wzmocnień oszacowano na podstawie [2] przyjmując następujące założenia:

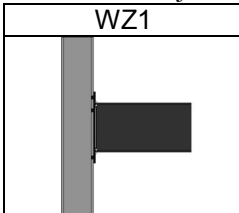
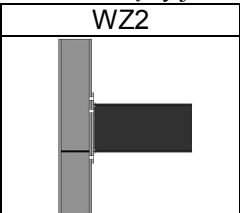
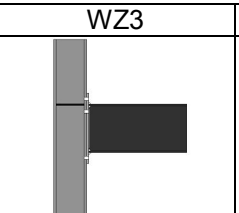
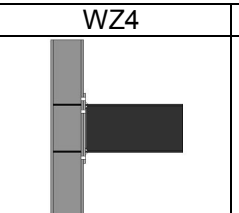
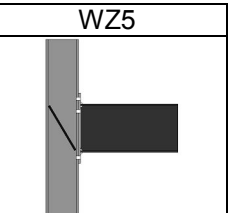
- koszt wykonania 1 cm³ spoiny jest równoważny cenie 0,7 kg stali,
- koszt wykonania żebra usztywniającego jest w przybliżeniu równy kosztowi spawania,
- koszt wywiercenia otworu jest równoważny cenie 2 kg stali.

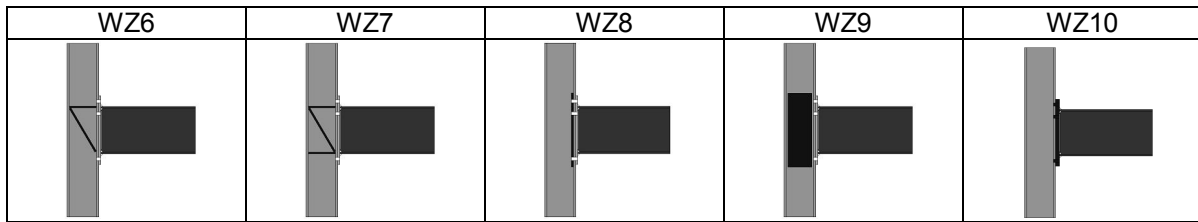
Wzrost kosztów wykonania węzła (rysunki od 6 do 9) przedstawiono na dwa sposoby. W pierwszym koszt wzmocnienia węzła wyrażono jako równoważny mu koszt masy stali w kg, wyznaczony na podstawie przyjętych założeń. W drugim sposobie wyniki przedstawiono jako dodatkowy koszt wykonania wzmocnień wyrażony w PLN. Przyjęto, że cena stali wynosi 4 zł za 1 kg. Analizując otrzymane wyniki obliczeń można stwierdzić:

- W przypadku węzłów zewnętrznych w większości przypadków nie stwierdzono istotnego wpływu wzmocnień na ich nośność. Jest to spowodowane faktem, że o nośności węzła decydowała nośność środnika słupa na ścinanie i dopiero wzmocnienie tej strefy jak to miało miejsce w przypadku węzłów WZ7 i WZ9 spowodowało wzrost nośności węzła w granicach 35-50%.
- W przypadku węzłów zewnętrznych największy wzrost sztywności uzyskano w przypadku zastosowania poziomych żeber usztywniających spawanych w poziomach pasów rygla oraz dodatkowo żebra ukośnego – węzeł WZ7. Wzmocnienia te okazały się jednak najbardziej kosztowne. Ich koszt odpowiada cenie ok. 120 kg stali. Znaczny (prawie dwukrotny) wzrost sztywności węzła otrzymano w przypadku zastosowania żebra ukośnego spawanego do słupa – węzeł WZ5. Jednocześnie koszt wykonania wzmocnienia okazał się ok. 2,5 razy niższy niż w przypadku węzła WZ7 i odpowiadał cenie ok. 44 kg stali.
- W przypadku węzłów wewnętrznych największy wzrost sztywności węzła uzyskano przy zastosowaniu żeber spawanych w poziomach pasów rygli (WW4), co jednak zwiększało koszt wykonania węzła o kwotę równoważną 74 kg stali. W przypadku zastosowania wzmocnienia w postaci żeber spawanych w poziomie pasa dolnego rygli (WW2), zaobserwowano nieznaczny spadek sztywności w stosunku do węzła WW4, natomiast koszt wykonania wzmocnienia obniżył się dwukrotnie.
- Zwiększenie grubości blachy czołowej nie spowodowało istotnego wzrostu sztywności i nośności węzła, natomiast ograniczyło jego zdolność do obrotu.

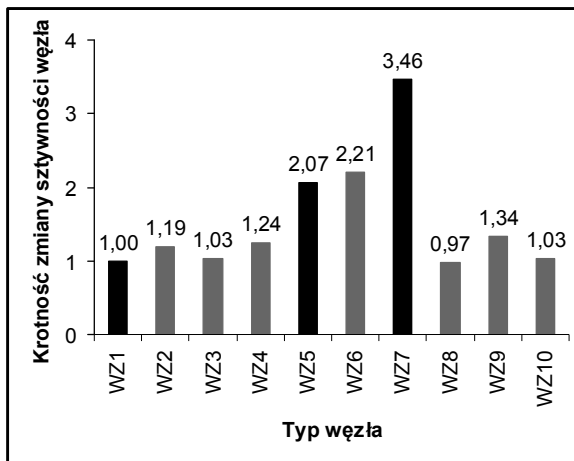
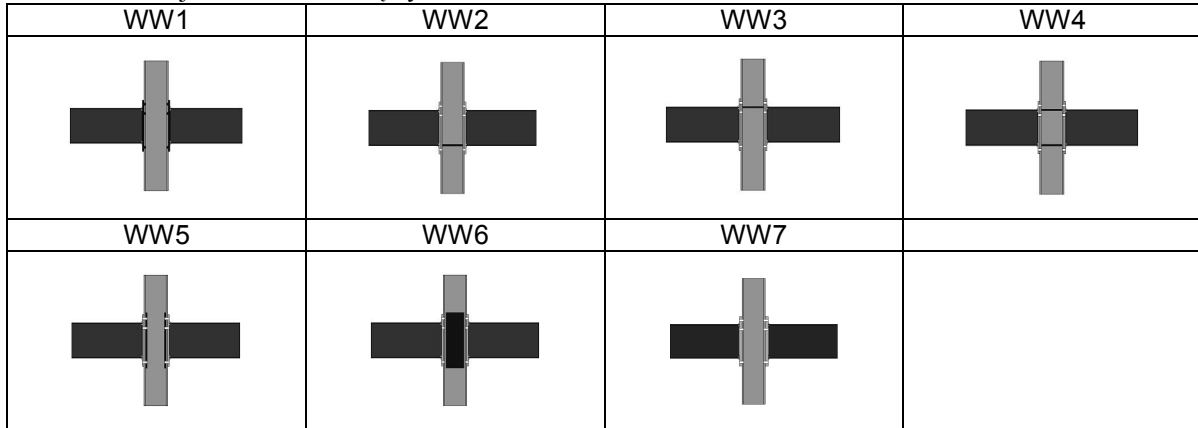
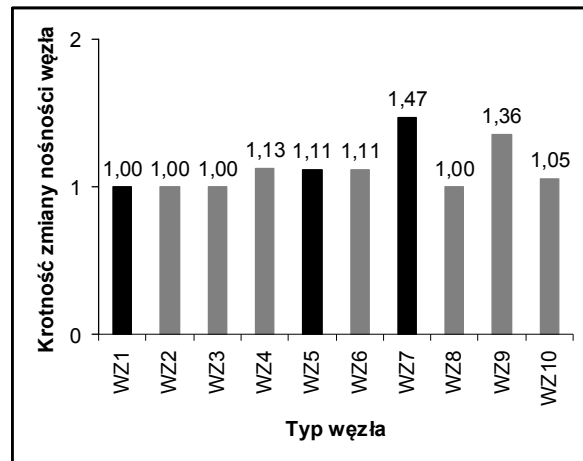
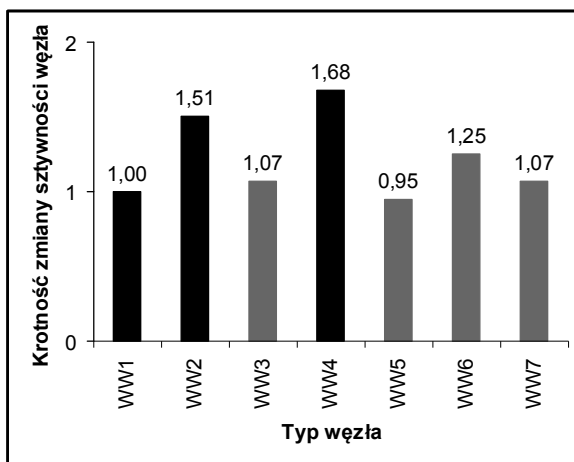
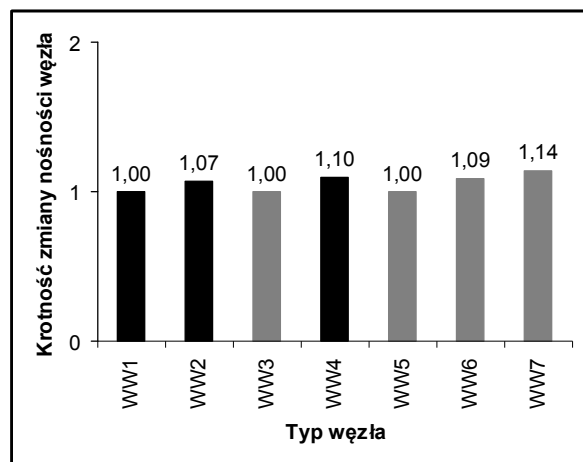
Mając powyższe na uwadze, przeprowadzono analizę obliczeniową mającą na celu określenie wpływu stosowania różnego typu wzmocnień węzłów na zachowanie się i koszt wykonania ram stalowych.

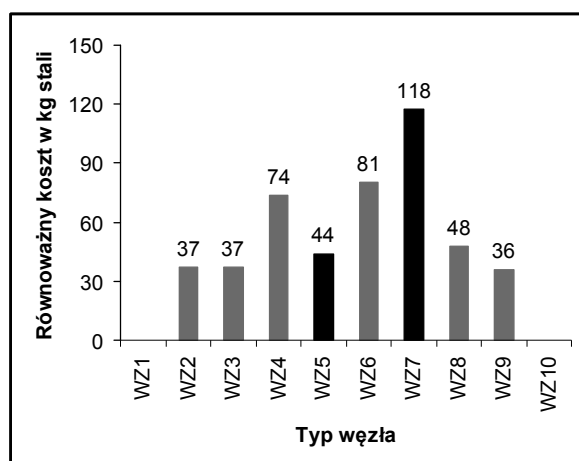
Tablica 1. Rodzaje wzmocnień – węzły jednostronne

WZ1	WZ2	WZ3	WZ4	WZ5
				

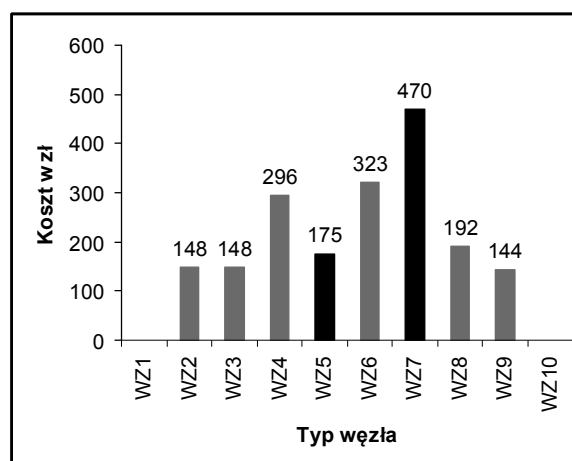


Tablica 2. Rodzaje wzmocnień – węzły dwustronne

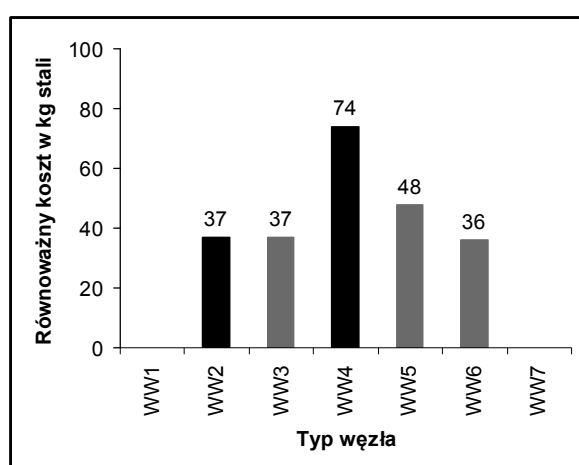
Rys. 2. Krotność zmiany sztywności – węzeł jednostronny (dla WZ1 $S_{j,ini}=48400$ kNm/rad)Rys. 3. Krotność zmiany nośności – węzeł jednostronny (dla WZ1 $M_{j,Rd}=134$ kNm)Rys. 4. Krotność zmiany sztywności – węzeł dwustronny (dla WW1 $S_{j,ini}=100000$ kNm/rad)Rys. 5. Krotność zmiany nośności – węzeł dwustronny (dla WW1 $M_{j,Rd}=192$ kNm)



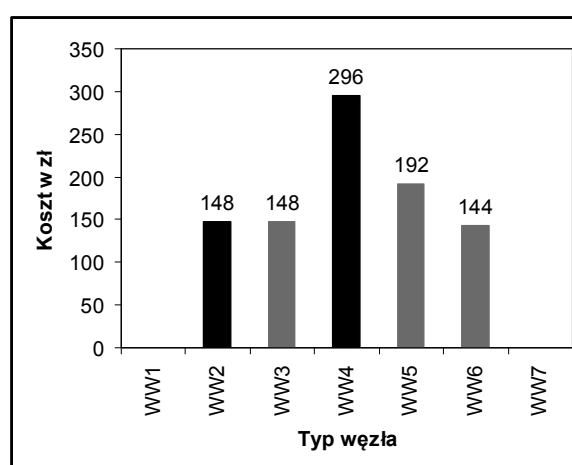
Rys. 6. Koszt wzmocnień – węzeł jednostronny



Rys. 7. Koszt wzmocnień – węzeł jednostronny



Rys. 8. Koszt wzmocnień – węzeł dwustronny



Rys. 9. Koszt wzmocnień – węzeł dwustronny

3. WPLYW STOSOWANIA WZMOCNIEŃ WĘZŁÓW NA ZACHOWANIE SIĘ I KOSZT WYKONANIA RAMY STALOWEJ

W celu określenia wpływu stosowania różnego typu wzmocnień na koszt wykonania ram stalowych opracowano modele obliczeniowe i przeprowadzono analizę w której wzięto pod uwagę następujące rodzaje węzłów:

1. Węzły przegubowe łączące rygle ze słupami.
2. Węzły niewzmocnione – nie stosowano żadnego uźebrowania węzłów ani dodatkowych wzmocnień środnika lub pasa słupa.
3. Węzły typu WZ5 i WW2 – rodzaj wzmocnień przyjęto biorąc równocześnie pod uwagę jak największy wzrost sztywności węzła i aspekt ekonomiczny, polegający na w miarę jak najniższym koszcie wykonania wzmocnienia.
4. Węzły typu WZ7 i WW4 – w tym przypadku kierowano się tylko jak największym wzrostem sztywności węzła, pomijając koszt jego wykonania.

Analizę wykonano na przykładzie niestężonej ramy stalowej o wymiarach geometrycznych przedstawionych na rys. 10. Założono, że słupy ram wykonane są z dwuteowników szerokostopowych typu HEB, a rygle z dwuteowników równoległościennych IPE, przyjęto stal S235. Podczas wymiarowania słupów, nie zmieniano ich przekroju poprzecznego i nie stosowano styków montażowych na ich długości. Rygle i słupy podzielono na następujące grupy: rygle dachowe – znajdujące się w płaszczyźnie dachu budynku, rygle pośrednie – znajdujące się w poziomie stropów pośrednich oraz słupy.

W obrębie powyższych grup, rygle i słupy mają taki sam przekrój poprzeczny. Przyjęto, że wszystkie słupy są utwierdzone w stopach fundamentowych, natomiast słupy i rygle połączone są za pomocą połączeń przegubowych, lub sprężonych, doczołowych połączeń śrubowych z wystającą blachą czołową. Zastosowano w nich śruby M24 kl.10.9. Zależności $M-\phi$ opisujące zachowanie się węzłów prognozowano na podstawie znajomości ich sztywności początkowej i nośności, przy wykorzystaniu modelu potęgowego Kishiego-Chena, według wzoru:

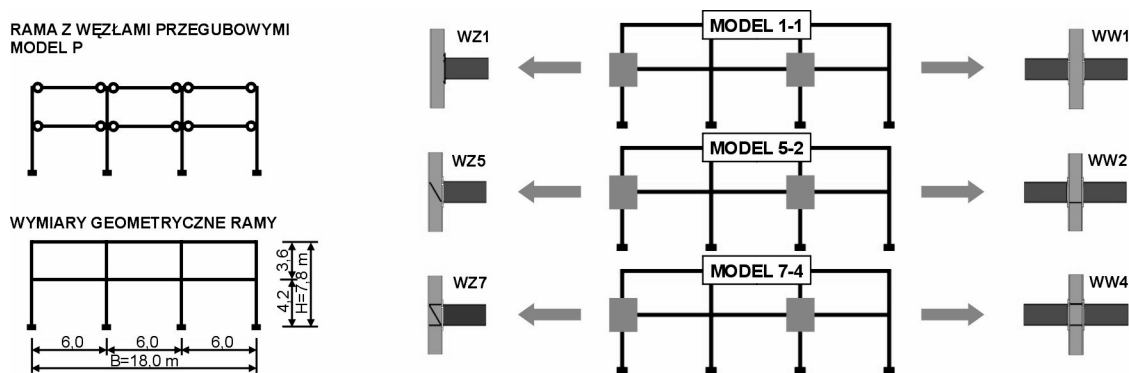
$$M = \frac{S_{j,ini} \cdot \phi}{\left[1 + \left[\frac{S_{j,ini} \cdot \phi}{M_{j,Rd}} \right]^n \right]^{\frac{1}{n}}} \quad (1)$$

gdzie: $S_{j,ini}$ – sztywność początkowa węzła, ϕ – kąt obrotu węzła, $M_{j,Rd}$ – nośność obliczeniowa węzła, n – parametr dopasowania.

Zgodnie z normą PN-EN 1993-1-1 [1], obliczenia statyczne ram przechyłowych należy przeprowadzać uwzględniając wpływ imperfekcji globalnych (przechyłowych) na wartości sił wewnętrznych występujących w konstrukcji. W opracowanym modelu obliczeniowym, fakt ten został uwzględniony poprzez nadanie każdej z analizowanych ram wstępnego przechyłu. Wielkość tego przechyłu zgodnie z [1] jest uzależniona od wysokości H ramy i wartości imperfekcji przechyłowej ϕ wyznaczonej według wzoru:

$$\phi = \phi_0 \cdot \alpha_h \cdot \alpha_m \quad (2)$$

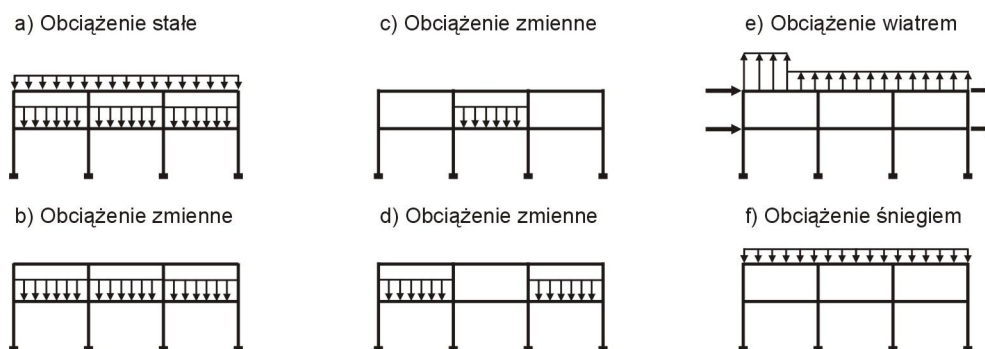
gdzie: ϕ_0 – wartość podstawowa imperfekcji, α_h – współczynnik redukcyjny ze względu na wysokość, α_m – współczynnik redukcyjny ze względu na liczbę słupów.



Rys. 10. Rodzaj ramy wziętej pod uwagę w analizie, oraz jej modele obliczeniowe

Przyjęto, że na rozpatrywane ramy działają następujące obciążenia: ciężar własny ramy, obciążenie stałe dachu, obciążenie stałe stropów pośrednich, obciążenie zmienne stropów pośrednich (powierzchnia biurowa, kategoria użytkowania B, według [5]).

Wartości obciążeń klimatycznych, tj. obciążenie śniegiem i wiatrem wyznaczono zgodnie z normami, odpowiednio [6] i [7]. W przypadku obciążenia śniegiem przyjęto 2 strefę obciążenia i normalne warunki terenowe, w przypadku obciążenia wiatrem – 1 strefę obciążenia. Schematy działających obciążeń przedstawiono na przykładzie na rys. 11. Obliczenia wykonano przyjmując w SGN kombinacje obciążeń utworzone zgodnie z załącznikiem krajowym normy [8], tablica A1.2(B).



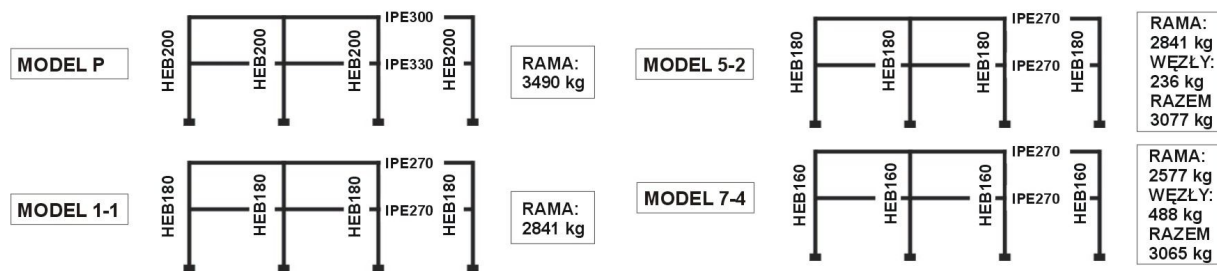
Rys. 11. Schematy obciążeń ramy

W celu wyznaczenia sił wewnętrznych zastosowano analizę nieliniową uwzględniającą efekty drugiego rzędu ($P-\Delta$). Zgodnie z zaleceniami podanymi w normie [1], zastosowanie tego typu analizy i uwzględnienie wpływu imperfekcji globalnych, pozwala na sprawdzenie stateczności prętów w płaszczyźnie ramy, przy przyjęciu ich długości wybozeniowej równej długości teoretycznej, tzn. wysokości kondygnacji. Założono, że w płaszczyźnie prostopadłej do płaszczyzny ramy istnieją odpowiednie stężenia ścian podłużnych, pozwalające na przyjęcie długości wybozeniowej słupów z płaszczyzny ramy równej wysokości słupa. Stateczność słupów sprawdzano jak w przypadku elementów ściskanych mimośrodowo, przy wykorzystaniu formuł interakcyjnych podanych w pkt. 6.3 normy [1]. Nośność rygli sprawdzano z uwzględnieniem możliwości wystąpienia zwiczerzenia na odcinkach przywęzłowych, gdzie występuje ujemna wartość momentu zginającego. Przyjęto, że pas górny rygli jest połączony z płytą stropową w sposób który uniemożliwia jego boczne przesunięcie, natomiast pas dolny może ulec poziomemu przemieszczeniu na odcinkach od węzła, stanowiącego połączenie słupa z rygłem, do punktu zerowania się momentów zginających. Długości tych odcinków zależą od rozkładu sił wewnętrznych w prętach ramy i zostały określone na podstawie wykresu momentów zginających w ryglach.

4. WYNIKI ANALIZY I WNIOSKI

Wyniki przeprowadzonych obliczeń w postaci wielkości dobranych profili oraz masy poszczególnych ram przedstawiają się następująco:

1. W przypadku Modelu 1-1 (charakteryzującego się węzłami podatnymi bez wzmocnień) na słupy optymalne okazały się profile HEB180, a na rygle dachowe i stropowe IPE 270. Całkowita masa ramy wynosi 2841 kg.
2. W przypadku Modelu 5-2 (charakteryzującego się węzłami zewnętrznymi typu WZ5 i wewnętrznymi WW2) na słupy optymalne okazały się profile HEB180, a na rygle dachowe i stropowe IPE 270. Całkowita masa ramy wraz z uwzględnieniem równoważnej masy odpowiadającej kosztom wykonania wzmocnień węzłów wynosi 3077 kg.
3. W przypadku Modelu 7-4 (charakteryzującego się węzłami zewnętrznymi typu WZ7 i wewnętrznymi WW4) na słupy optymalne okazały się profile HEB160, a na rygle dachowe i stropowe IPE 270. Całkowita masa ramy wraz z uwzględnieniem równoważnej masy odpowiadającej kosztom wykonania wzmocnień węzłów wynosi 3065 kg, co przedstawiono na rysunku 12.
4. W przypadku modelu ramy z węzłami przegubowymi, na słupy przyjęto profile HEB 200, na rygle dachowe IPE 300, na rygle stropowe IPE 330. Masa ramy wynosi 3490 kg. i jest największa spośród otrzymanych wyników. W dodatku z uwagi na stosunkowo małą sztywność ramy w kierunku poprzecznym charakteryzuje się ona dużą wartością przemieszczeń poziomych, co może stanowić o niespełnieniu wymagań normowych związanych ze Stanem Granicznym Użytkowalności



Rys. 12. Wyniki obliczeń dla poszczególnych modeli

Bazując na wynikach przeprowadzonych obliczeń można stwierdzić, że na skutek wzrostu sztywności węzłów (spowodowanej zastosowaniem dodatkowych wzmocnień w węzłach) zmniejsza się wielkość kształtowników stosowanych na słupy. Powoduje to spadek masy ramy z ok. 3490 kg w przypadku ramy z węzłami przegubowymi i 2840 kg w przypadku modelu 1-1 do ok. 2580 kg w przypadku modelu 7-4.

Jednak biorąc pod uwagę koszt wykonania wzmocnień wyrażony jako równoważna mu masa stali stwierdzono, że w przypadku modelu 5-2 do masy ramy należy doliczyć 236 kg, a do modelu 7-4, 488 kg. Powoduje to, że ostateczna masa ramy wynosi 3077 kg lub 3065 kg w przypadku modeli odpowiednio 5-2 i 7-4. Tak więc z ekonomicznego punktu widzenia, stosowanie dodatkowych wzmocnień jest rozwiązaniem niekorzystnym gdyż powoduje wzrost ostatecznego kosztu konstrukcji, a także wydłuża czas jej wykonywania.

Piśmiennictwo

- [1] PN-EN 1993-1-1, Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych, Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków.
- [2] www.fgg.uni-lj.si/kmk/ESDEP/master/toc.htm
- [3] PN-EN 1993-1-8, Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych, Część 1-8: Projektowanie węzłów.
- [4] www.arcelormittal.com
- [5] PN-EN 1991-1-1, Eurokod 1: Oddziaływania na konstrukcje, Część 1-1: Oddziaływania ogólne, ciężar objętościowy, ciężar własny, obciążenia użytkowe w budynkach.
- [6] PN-EN 1991-1-3, Eurokod 1: Oddziaływania na konstrukcje, Część 1-3: Obciążenie śniegiem.
- [7] PN-EN 1991-1-4, Eurokod 1: Oddziaływania na konstrukcje, Część 1-4: Obciążenie wiatrem.
- [8] PN-EN 1990, Eurokod: Podstawy projektowania konstrukcji.

EVALUATION OF INFLUENCE OF BOLTED END-PLATE JOINT STRUCTURAL DETAILS ON STEEL FRAMEWORKS DESIGN

Summary

The bolted joints are the most often used type of connections in steel frames. Taking into consideration simplicity of manufacture and erection of the structure the preloaded, unstiffened bolted end-plate connections with extended end-plate are used.

Sometimes to increase the capacity or the resistance of the connection, stiffenings, web plates and backing plates can be added to joints construction. The paper presents the influence of these stiffenings on initial stiffness, resistance and cost of manufacture of joints.

Jan ŻMUDA¹
Krzysztof IREK²
Joanna SKOWROŃSKA³
Politechnika Opolska

OCENA NOŚNOŚCI TORÓW SUWNIC PODWIESZANYCH I WCIĄGNIKÓW WEDŁUG NORM PN-EN 1993-6 I PN-90/B-03200

STRESZCZENIE

W pracy przeanalizowano nośność torów suwnic podwieszanych i wciągników. Wykonano obliczenia dla toru jezdnego składającego się z belek HEB 260. Uwzględniono możliwości utraty stateczności ogólnej i dwu sposobów oceny nośności pasów dolnych w zależności od rozstawów kół dźwignicy w kierunku prostopadłym i równoległym do toru czyli kierunku jazdy dźwignicy wg normy [1]. Otrzymane wyniki porównano z wartościami obliczeń wykonanych wg zaleceń normy PN-90/B03200.

SŁOWA KLUCZOWE: dźwignica, naprężenia ekwiwalentne, nośność toru, przekrój poprzeczny pasa dolnego

1. WSTĘP

Projektowanie stalowych torów suwnic podwieszanych i wciągników jednoszynowych, oprócz oceny nośności globalnej z uwzględnieniem możliwości utraty stateczności ogólnej (zwichrzenia), wymaga sprawdzenia nośności pasów dolnych zginanych lokalnie siłami skupionymi od kół dźwignic.

Zagadnienia określenia nośności torów suwnic podwieszanych i wciągników są zawarte w normach Eurokodu 3 [1, 2, 3]. W postanowieniach [1] zaleca się wykonywanie obliczeń toru jako belki o przekroju dwuteownika równoległościennego lub zwykłego (walcowanego), z uwzględnieniem możliwości utraty stateczności ogólnej i dwu sposobów oceny nośności pasów dolnych w zależności od rozstawów kół dźwignicy w kierunku prostopadłym i równoległym do toru czyli kierunku jazdy dźwignicy.

Postanowienia normy [4] zalecają sprawdzenie naprężeń w przekrojach belek dla 3 wariantów, z uwzględnieniem możliwości utraty przestrzennej stateczności, zginania dwukierunkowego wraz ze skręcaniem wywołanym siłami poziomymi prostopadłymi do toru

¹ j.zmuda@po.opole.pl

² k.irek@po.opole.pl

³ j.skowronska@po.opole.pl

generowanymi naciskami kół suwnic i sumą naprężeń od lokalnego zginania pasów dolnych niezależnie od rozstawu kół dźwignic pracujących na torze i naprężeń od zginania generowanych pionowymi naciskami kół dźwignic.

2. OCENA NOŚNOŚCI GLOBALNEJ WG EN 1993-6

Postanowienia normy [1] nie określają przypadku wymiarowania przekrojów poprzecznych torów suwnic podwieszanych, wciągników przy dwukierunkowym zginaniu i równoczesnym skręcaniu. Zgodnie z tymi postanowieniami nośność przekrojów poprzecznych torów można obliczać dla przypadku zginania jednokierunkowego zgodnie z postanowieniami normy [2] czyli wg wzoru:

$$\frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} W_y f_y / \gamma_{M1}} \leq 1, \quad (1)$$

gdzie: $M_{y,Ed}$ - moment zginający od obliczeniowych obciążeń pionowych kół,

W_y - wskaźnik wytrzymałości, którego wartość należy przyjąć w zależności od klasy ścianek przekroju belki,

χ_{LT} - współczynnik zwichrzenia którego wartość ustala się według normy [2].

Moment krytyczny zwichrzenia belki można obliczyć wg wzorów podanych w pracach [5, 6] np.:

$$M_{cr} = Z_1 \frac{\pi^2 E I_z}{L^2} \left\{ Z_2 g + Z_3 k_y + \left[(Z_2 g + Z_3 k_y)^2 + \frac{1}{\beta_o^2} \frac{I_\omega}{I_z} + \frac{G I_T L^2}{\pi^2 E I_z} \right]^{0,5} \right\}, \quad (2)$$

gdzie: I_z - moment bezwładności względem osi z,

I_ω - wycinkowy moment bezwładności,

I_T - moment czystego skręcania,

$\beta_o = \frac{\mu_\omega}{\mu_y}$, przyjmując $\mu_y = 1$, μ_ω - współczynnik długości wybozeniowej, który

uwzględnia efekt blach czołowych,

g - odległość od środka ścinania przekroju do punktu przyłożenia obciążenia (rys. 1),

$k_y = z_s - \frac{1}{2} r_y$ - parametr monosymetryczności belki.

Wzory do obliczania cech geometrycznych przekroju monosymetrycznego $I_z, I_\omega, I_T, y_s, r_y$ podane są w ogólnodostępnej bibliografii. Parametr monosymetryczności k_y można obliczać według uproszczonego wzoru podanego przez Wintera:

$$k_y = \frac{h_d (I_t - I_b)}{2 I_z}, \quad (3)$$

gdzie: I_t, I_b - moment bezwładności pasa górnego i dolnego względem osi z (rys. 1).

Stałą Z_1 można przyjąć jak dla belki jednoprzęsłowej podpartej widelkowo na końcach, obciążonej w środku rozpiętości siłą skupioną czyli $Z_1 = 1,35$, $Z_2 = 0,55$, $Z_3 = 0,43$.

Parametr g we wzorze (2) należy przyjąć jako wartość dodatnią, gdyż oddziaływania pionowe kół suwnic są przyłożone na poziomie górnej powierzchni pasa dolnego (rys. 1).

3. OCENA NOŚNOŚCI PASÓW DOLNYCH Z WARUNKU ZGINANIA LOKALNEGO I GLOBALNEGO

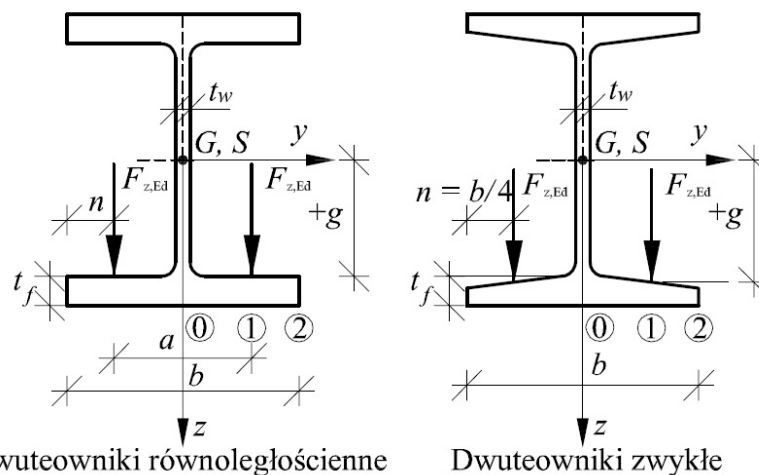
Wskutek jazdy kół suwnicy podwieszanej lub wciągnika po pasie dolnym belki w otoczeniu miejsc nacisków kół (rys. 1) w pobliżu środka – miejsce 0, pod płaszczyzną pionową środka koła – miejsce 1, na brzegu pasa – miejsce 2, powstają naprężenia normalne od zginania w kierunku podłużnym $\sigma_{x,i}$ i poprzecznym $\sigma_{y,i}$ [1].

Jeżeli rozstaw kół w kierunku jazdy x_w jest nie mniejszy niż $1,5 b$ (rys. 3), to naprężenia należy obliczać według wzorów:

$$\begin{aligned}\sigma_{x,i} &= c_{x,i} F_{z,Ed} / t_f^2, \\ \sigma_{y,i} &= c_{y,i} F_{z,Ed} / t_f^2,\end{aligned}\tag{4}$$

gdzie: $F_{z,Ed}$ - pionowe obliczeniowe obciążenie od nacisków koła dźwignic,
 t_f - grubość pasa dolnego.

Zgodnie z normą [1] do obliczania naprężeń $\sigma_{x,i}$, $\sigma_{y,i}$ w pasie należy przyjąć cechy przekroju odpowiadające klasie ścianki pasa.



Rys. 1. Miejsca pasa dolnego przekroju poprzecznego, w których wyznacza się naprężenia od lokalnego zginania

Współczynniki $c_{x,i}$ i $c_{y,i}$ do wyznaczania naprężeń normalnych podłużnych i poprzecznych w miejscach 0, 1, 2 (rys. 1) można obliczać według formuł podanych w tablicy w normie [1], zależnie od cech geometrycznych przekroju poprzecznego toru i rozstawu kół dźwignicy w kierunku prostopadłym do toru (rys. 1), czyli od parametru μ :

$$\mu = 2 n / (b - t_w),\tag{5}$$

gdzie: $n = \frac{b-a}{2}$ - odległość płaszczyzny pionowej przechodzącej przez środek koła od brzości pasa,

t_w - grubość środka,

b - szerokość pasa,

a - rozstaw kół dźwignicy w kierunku prostopadłym do toru (rys. 1).

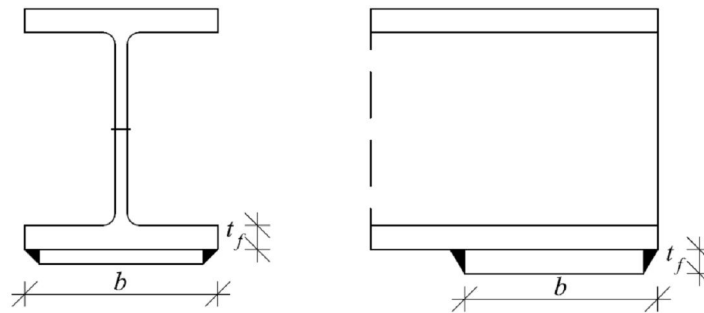
Jeżeli rozstaw kół x_w jest mniejszy niż $1,5 b$, to przy wyznaczaniu naprężeń lokalnych można stosować superpozycję naprężeń od obu kół.

Naprężenia lokalne $\sigma_{oy,end,Ed}$ w nieusztywnionym pasie dolnym pod kołem, w pobliżu końca belki wyznaczyć można według wzoru:

$$\sigma_{oy,end,Ed} = (5,6 - 3,225\mu - 2,8\mu^3) F_{Z,Ed} / (2t_f), \quad (6)$$

gdzie: t_f - uśredniona grubość pasa.

Jeśli jednak pas dolny jest wzmocniony przyspawaną nakładką o podobnej grubości i długości równej szerokości pasa b (rys. 2), to można przyjąć, że naprężenia $\sigma_{oy,end,Ed}$ nie przekraczają wartości określonych według wzorów (4).



Rys. 2. Wzmocnienie pasa dolnego na końcu belki

Naprężenie ekwiwalentne $\sigma_{e,i}$ dla punktu 0 lub 1 pasa można obliczyć wg kryterium początku uplastycznienia [2] ($\tau_{xy} = 0$) zgodnie ze wzorem:

$$\sigma_{e,i} = [(\sum \sigma_{x,i})^2 + \sigma_{y,i}^2 - (\sum \sigma_{x,i})\sigma_{y,i}]^{1/2}. \quad (7)$$

w którym $\sum \sigma_{x,i} = \sigma_{f,Ed} + \sigma_{x,i}$, $i = 0,1$, gdzie $\sigma_{f,Ed}$ jest naprężeniem w pasie od globalnego momentu zginającego wywołanego obciążeniem pionowym kół.

Nośność pasa dolnego od naprężeń zginających lokalnych i globalnych można określić z warunku:

$$\eta = \frac{\sigma_{e,i}}{f_y / \gamma_{M1}}, \quad (8)$$

gdzie: f_y - granica plastyczności,

4. NOŚNOŚĆ PASÓW DOLNYCH OD OBCIĄŻEŃ SKUPIONYCH WG EN 1993-6

Nośność pasa dolnego od oddziaływania skupionego $F_{z,Ed}$ należy sprawdzić ze wzoru [1]:

$$\frac{F_{z,Ed}}{F_{f,Rd}} \leq 1, \quad (9)$$

$$F_{f,Rd} = \frac{l_{eff} t_f^2 f_y / \gamma_{Mo}}{4 m} \left[1 - \left(\frac{\sigma_{f,Ed}}{f_y / \gamma_{Mo}} \right)^2 \right], \quad (10)$$

gdzie: l_{eff} - efektywny zasięg strefy lokalnego zginania, który należy określić według normy,

t_f - grubość pasa dolnego,

m - ramię oddziaływania koła dźwigni (rys. 3).

Wartości tego parametru określa się następująco:

$$\text{dla belek walcowanych} \quad m = 0,5(b - t_w) - 0,8r - n, \quad (11)$$

$$\text{dla belek spawanych} \quad m = 0,5(b - t_w) - 0,8\sqrt{2}a - n,$$

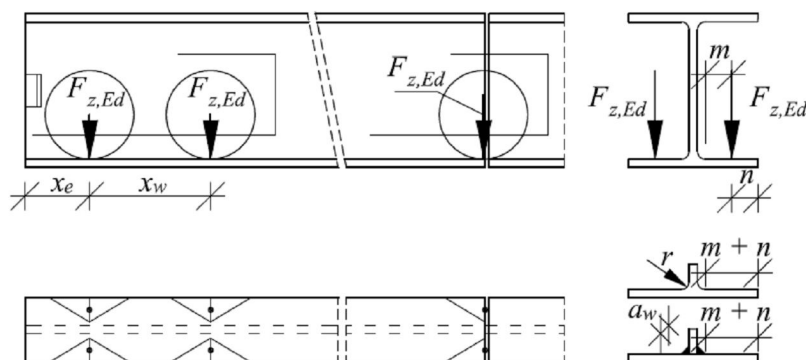
gdzie: a - grubość spoin pachwinowych łączących pas ze środkiem,

b - szerokość pasa,

n - jak we wzorze (5),

r - promień zaokrąglenia naroża przekroju poprzecznego belki walcowej,

t_w - grubość środka.



Rys. 3. Rozstawy kół wciągników na pasie dolnym toru

Wzory na obliczanie długości stref lokalnego zginania podano w tabelicy 6.2. normy [1]. Dla przypadków obciążeń, gdy koła są oddalone od końca belki, długość strefy l_{eff} można obliczać według wzorów:

$$l_{eff} = 4\sqrt{2}(m + n) \text{ dla } x_w \geq 4\sqrt{2}(m + n),$$

lub

$$l_{eff} = 2\sqrt{2}(m + n) + 0,5x_w \text{ dla } x_w < 4\sqrt{2}(m + n). \quad (12)$$

Nośność obliczeniowa $F_{f,Rd}$ (10) dla określonego przekroju poprzecznego toru zależy od rozstawu kół dźwignicy w kierunku prostopadłym do toru (zmienna wartość a) i rozstawu kół x_w w kierunku podłużnym toru.

5. OCENA NOŚNOŚCI TORU JEZDNEGO W UJĘCIU PN – 90/B – 03200

Nośność globalną toru jezdnego określa się według wzorów na dwukierunkowe zginanie z uwzględnieniem skręcenia.

Nośność pasów dolnych torów oblicza się ze wzorów:

$$\frac{M_y}{W_y} + \frac{M_z}{W_z} + \frac{B_x}{W_\omega} \leq f_d, \quad (13)$$

$$\frac{M_y}{W_y} + \frac{1,4P}{t_f^2} \leq f_d,$$

gdzie: M_y , M_z - obliczone wartości momentów zginających od pionowych i poziomych oddziaływań kół dźwignic,

B_x - bimoment wywołany poziomym oddziaływaniem kół suwnic (moment skręcający), który można obliczyć wg wzorów podanych w pracy [7],

W_y , W_z - wskaźniki wytrzymałości,

W_ω - wycinkowy wskaźnik wytrzymałości,

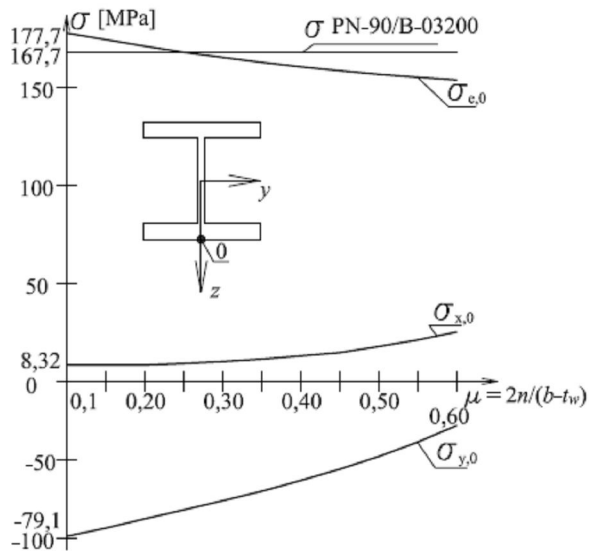
t_f - grubość pasa dolnego,

f_d - wytrzymałość obliczeniowa stali toru.

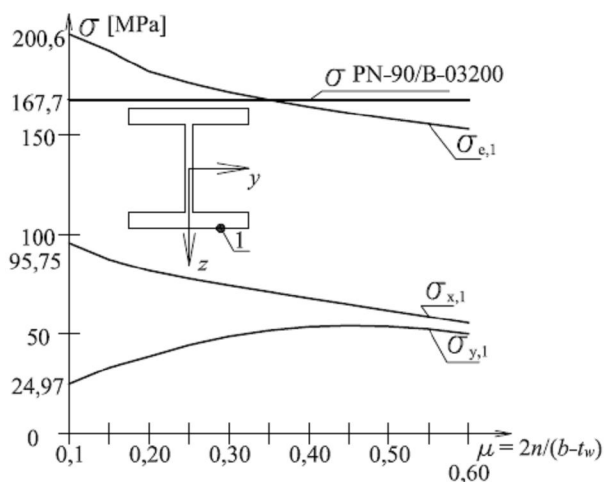
6. PORÓWNANIE WYNIKÓW OBLICZEŃ NA PODSTAWIE PRZYKŁADU LICZBOWEGO

Analizowany tor jezdny składa się z jednoprzęsłowych belek HEB 260, o długościach 7,5 m, podpartych widełkowo na końcach, ze stali S 235, na których pracuje wciągnik o masie 750 kg z podnoszonym ładunkiem o wartościach charakterystycznych 30 kN. Każde, z 4 kół wciągника oddziałuje na pas dolny toru obciążeniem obliczeniowym 19,25 kN. Rozstaw kół wciągника jest zmienny.

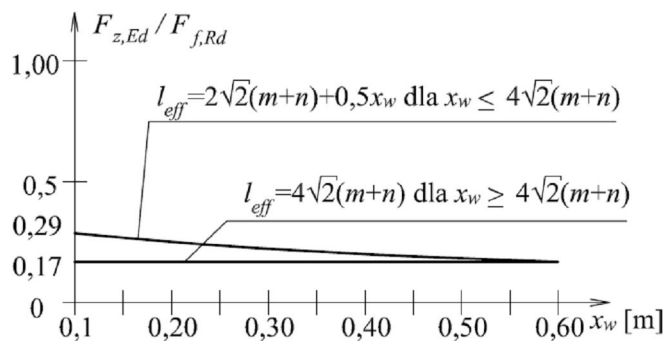
Na rys. 4 i 5 pokazano graficzne wyniki obliczeń naprężeń ekwiwalentnych $\sigma_{e,i}$ obliczonych wg wzoru 7, w zależności od rozstawu kół wciągника a i wyniki obliczeń wg normy PN-90/B03200. Z zestawionych wartości wynika, że różnica wartości $\Delta\sigma_{e,0}$ i $\sigma_{e,1}$ wynosi odpowiednio 23,82 MPa i 47,59 MPa, co stanowi odpowiednio 10 % i 23% wartości granicy plastyczności stali belki. Na rys. 6 przedstawiono wyniki obliczeń nośności pasa dolnego $F_{f,Rd}$ (10), w zależności od rozstawu x_w kół dźwignicy w kierunku równoległym do toru. Zauważmy, że nośność pasa dolnego od oddziaływań skupionych wzrasta do nośności granicznej wraz ze wzrostem rozstawu kół x_w w kierunku równoległym do jazdy dźwignicy. Zapas nośności obliczeniowej pasa jest wykorzystany zaledwie w 29 procentach.



Rys. 4. Rozkład naprężeń $\sigma_{e,0}$



Rys. 5. Rozkład naprężeń $\sigma_{e,1}$



Rys. 6. Nośność obliczeniowa $F_{f,Rd}$ pasa dolnego od obciążenia skupionego

7. PODSUMOWANIE

Na podstawie przykładu obliczeniowego można stwierdzić, że nośności pasów dolnych belki obliczone zgodnie z normą PN-EN 1993-6 i PN-90/B-03200 tylko nieznacznie się różnią (do 2%) dla sytuacji obliczeniowych, w których rozstaw kół wciągników jest zbliżony do połowy szerokości pasów dolnych ($a = b/2$). Niezawodność torów będzie jednak zapewniona przy ich obliczaniu z uwzględnieniem technicznie możliwych minimalnych rozstawów kół.

Zastosowana w referacie formuła naprężeń ekwiwalentnych, z warunku początku uplastycznienia, umożliwia ocenę nośności toru z uwzględnieniem naprężeń w pasach dolnych wynikających z analizy globalnej i lokalnej.

Piśmiennictwo

- [1] PN-EN 1993-6:2007, Eurocod 3. Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 6: Konstrukcje wsporcze dźwignic.
- [2] PN-EN 1993-1-1:2006, Eurocod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków.
- [3] PN-EN 1991-3:2006, Eurocod 3: Oddziaływania na konstrukcje. Część 3: Oddziaływania wywołane dźwignicami i maszynami.
- [4] PN-90/B-03200: Konstrukcje stalowe, obliczenia statyczne i projektowanie.
- [5] Giżejowski M.: Zwichrzenie belek stalowych o ograniczonej zdolności do obrotu na podporach, Inżynieria i Budownictwo nr 10/2001, s. 589-594.
- [6] Żmuda J., Kuś J., Irek K.: Ocena wpływu zwichrzenia, skręcania na nośność belek podsuwnicowych projektowanych według Eurokodu 3, Inżynieria i Budownictwo nr 1/2010.
- [7] Żmuda J.: Projektowanie torów jezdnych suwnic elektrowciągów, TiT, Opole 1997.

LOAD CAPACITY ASSESSMENT OF TRUCK SUSPENDED GANTRIES AND HOISTS ACCORDING TO STANDARDS PN-EN 1993-6 AND PN-90/B-03200

Summary

Loading capacity of crane suspended gantries was analysed. The calculation was performed for a carriageable truck composed of I HEB 260 beams. The possibility of loss of overall stability and two methods of calculating bottom flanges resistance depending on the distance between wheels was investigated. The distance between wheels track was different in perpendicular and parallel direction to the route that is driving direction of crane according to standard [1]. The results were compared with the values of calculation made according to standard recommendation of PN-90/B03200.

**KSZTAŁTOWANIE
KONSTRUKCJI**

Jacek ABRAMCZYK¹
Politechnika Rzeszowska

NOWE MOŻLIWOŚCI KSZTAŁTOWANIA FORMY PRZEKRYCIA POWŁOKOWEGO WYKONANEGO Z BLACH TRAPEZOWCH

STRESZCZENIE

Ze względu na specyfikę zmian postaciowych płaskiego arkusza blachy trapezowej mocowanego do kierownic przekrycia powłokowego, różnorodność możliwych form pojedynczych przekryć powłokowych pozostaje ograniczona. Zmiany zachowują zgodność formy przekrycia z właściwościami powierzchni skośnych ewentualnie powierzchni walcowych, które są podgrupami powierzchni prostoliniowych. Nowe możliwości w kształtowaniu zróżnicowanych form przekryć powłokowych otwiera stosowanie strukturalnych przekryć złożonych z wielu pojedynczych powłok, zwłaszcza w zakresie wykorzystania właściwości powierzchni krzywoliniowych. Artykuł prezentuje metodę geometrycznego kształtowania takich przekryć.

SŁOWA KLUCZOWE: powłoki złożone, przekrycia strukturalne, kształtowanie

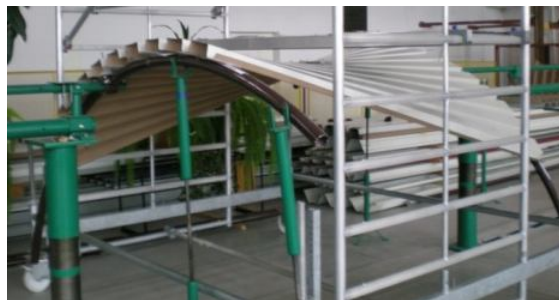
1. WSTĘP

W artykule omawiane są zagadnienia związane z geometrycznym kształtowaniem pojedynczych oraz złożonych powłokowych przekryć budowlanych wykonanych z przekształconych do postaci przestrzennej płaskich arkuszy blachy trapezowej. Omawiane zagadnienia lokują się w dziale nauki zwanym morfologią konstrukcji.

Zmiana postaci płaskiej arkusza w postać przestrzenną odbywa się podczas mocowania go do odpowiednio zaprojektowanych kierownic. Działania prowadzące do zmiany postaci arkusza i zachowujące zarazem swobodę jego odkształceń nazywa się *swobodną deformacją wstępną*. Taka deformacja powoduje, że wyężenie fałd spowodowane mocowaniem do kierownic powłoki jest możliwie małe, ewentualnie jest ona dodatkowo ograniczana przyjęciem *dopuszczalnego stopnia deformacji* [1, 2].

Zmiana stopnia deformacji arkusza w ciągłym przedziale powoduje odpowiednią, ciągłą zmianę postaciową tego arkusza w stosunkowo szerokim zakresie z zachowaniem prostoliniowości fałd. Stwierdzony w czasie badań doświadczalnych *zakres możliwych deformacji* arkuszy w nieznacznym stopniu ogranicza różnorodność form geometrycznych projektowanych przekryć (rys. 1, 2).

¹jacabram@prz.edu.pl



Rys. 1. Swobodnie skrócona powłoka podparta prostoliniowymi elementami

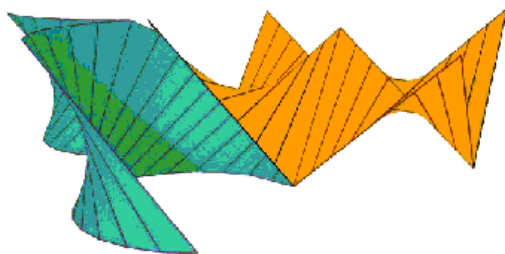
Rys. 2. Swobodnie zgięta i skrócona powłoka podparta krzywoliniowymi elementami

W wyniku swobodnej deformacji skrętniej następuje rozszerzenie arkusza wzdłuż linii poprzecznej podparcia i zwężenie w połowie jego długości, przy czym osie fałd zachowują prostoliniowość [1, 3]. W technicznych zastosowaniach podłużne brzegi fałd przyjmuje się jako prostoliniowe, a arkusze modeluje wycinkami prostoliniowych powierzchni skośnych.

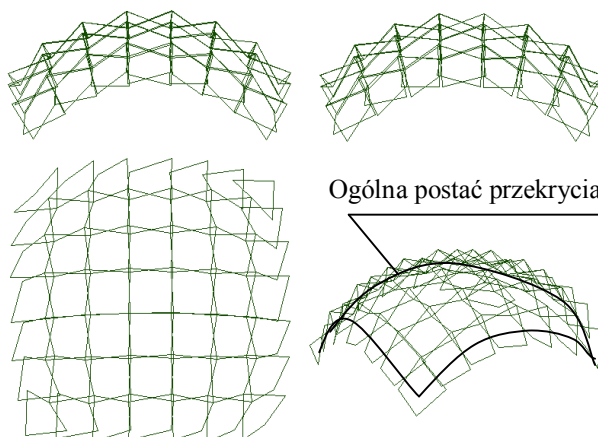
Zależność długości linii podparcia poprzecznego pojedynczego arkusza, a więc i rozstawu punktów mocowania fałd kierownic powłoki od warunków podparcia i właściwości geometrycznych oraz materiałowych arkusza jest wzajemnie jednoznaczna. Rozstaw punktów mocowania fałd do kierownic powłoki należy dostosować do zmiany szerokości arkusza wzdłuż linii podparcia. Musi on zostać precyzyjnie wyliczony w fazie kształtowania geometrycznego przekrycia, co odróżnia opracowane w ośrodku rzeszowskim metody kształtowania przekryć z płaskich arkuszy blach trapezowych [1, 3] spośród innych metod.

2. ANALIZA MOŻLIWYCH FORM POWŁOKOWYCH PRZEKRYCIA STRUKTURALNEGO

W celu zbudowania pojedynczej powłoki zdeformowane arkusze należy łączyć podłużnymi brzegami. Możliwe jest również zestawienie pojedynczych powłok poprzecznymi brzegami zdeformowanych arkuszy w strukturalne przekrycie, które charakteryzuje się występowaniem albo krawędzi pomiędzy pojedynczymi, gładkimi powłokami (rys. 3) albo obszarów nieciągłości (rys. 4) mogących przykładowo zostać wypełnianymi oknami [4], [5].



Rys. 3. Komputerowa wizualizacja strukturalnego, ciągłego przekrycia powłokowego



Rys. 4. Model strukturalnego, nieciągłego przekrycia powłokowego

Ogólna postać pojedynczego przekrycia jest zgodna z właściwościami powierzchni skośnej ewentualnie powierzchni walcowej, których krzywizny Gaussa są niedodatnie w każdym z punktów. Na rysunku (rys. 3) przedstawione jest ciągle przekrycie powłokowe złożone z czterech wycinków paraboloidy skośnej i dwóch wycinków hiperboloidy skośnej. Liniami kierującymi hiperboloidy skośnej są okręgi, natomiast liniami kierującymi paraboloid skośnych są proste.

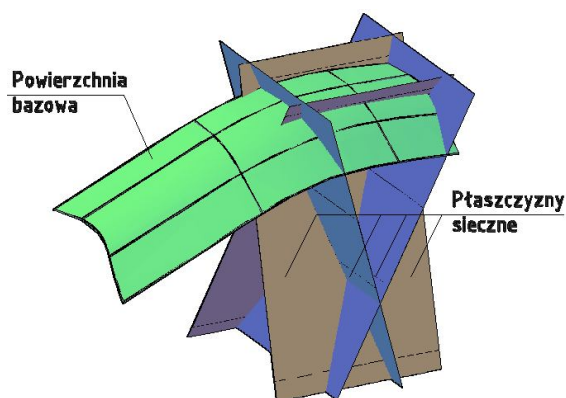
W celu zbudowania struktury geometrycznej modelującej przekrycie złożone, lokowanie pojedynczych powłok – wycinków powierzchni skośnych w przestrzeni euklidesowej może odbywać się w oparciu o właściwości niemal dowolnej powierzchni geometrycznej [6], co może prowadzić do powstania atrakcyjnej formy powłokowej (rys. 4) [4, 5]. Konieczne staje się wówczas zestawienie pojedynczych powłok skośnych poprzecznymi brzegami, a budowane struktury mogą przyjmować formę zgodną z właściwościami powierzchni prosto- lub krzywo-liniowych, na przykład powierzchni o dodatniej krzywiznie Gaussa. Tak powstałe struktury gładkich wycinków są modelami specyficznych, *strukturalnych przekryć powłokowych z blach trapezowych*, to jest takich, które są złożone z segmentów o zbliżonych właściwościach geometrycznych, „wypełnionych” zdeformowanymi arkuszami blachy trapezowej.

3. METODA GEOMETRYCZNEGO KSZTAŁTOWANIA PRZEKRYĆ STRUKTURALNYCH

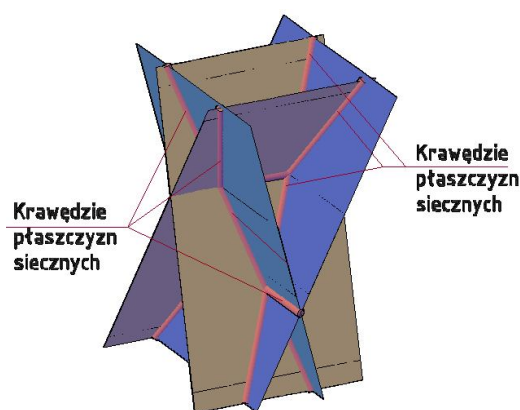
Założenia i algorytm metody

Metoda wymaga przyjęcia powierzchni o właściwościach geometrycznych zgodnych z oczekiwaną ogólną formą przekrycia strukturalnego. Powierzchnia ta zwana jest *powierzchnią bazową*, ponieważ stanowi odniesienie dla lokowanych w przestrzeni wielu wycinków powierzchniowych, których sumą jest *struktura* modelująca przekrycie powłokowe. Właściwości geometryczne powierzchni bazowej mogą zostać uwzględnione podczas kształtowania wycinków składowych struktury (rys. 4, rozdz. 2).

W celu zbudowania pojedynczego wycinka struktury, przez wybrane cztery punkty powierzchni bazowej prowadzi się cztery proste normalne do tej powierzchni, a w dalszej kolejności dwie pary płaszczyzn normalnych do tej powierzchni bazowej (rys. 5). Szczegółowy opis doboru wybranej czwórki płaszczyzn wykracza poza ramy artykułu.



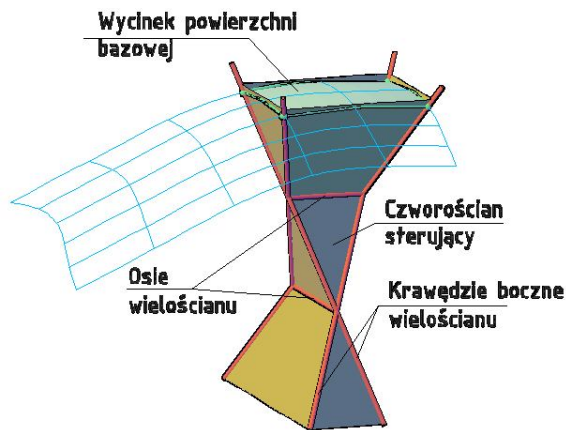
Rys. 5. Przekięcie powierzchni bazowej płaszczyznami normalnymi



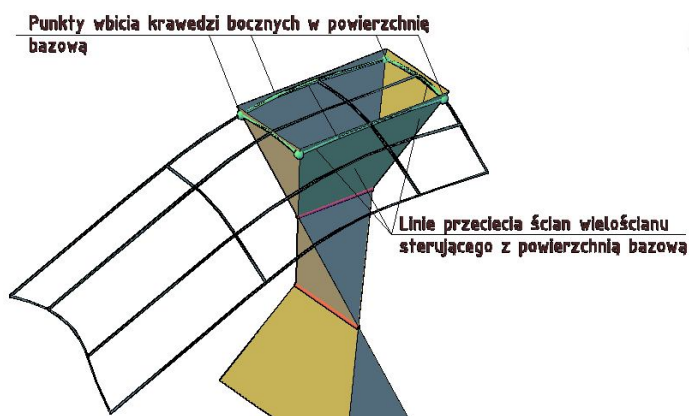
Rys. 6. Krawędzie wielościanu sterującego powstałego z przekięcia dwóch par płaszczyzn

Czwórkę takich płaszczyzn nazywa się *wielościanem sterującym* (rys. 6). Płaszczyzny wielościanu sterującego wydzielają przestrzeń, w której jest zawarty poszukiwany wycinek struktury i każda z nich zawiera jeden z czterech segmentów linii brzegowej tego wycinka.

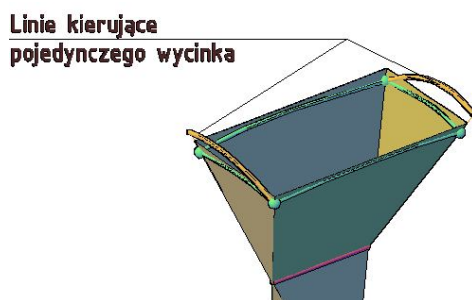
Krawędzie przecięcia „przeciwnych” płaszczyzn wielościanu sterującego nazywa się *osiami*, zaś krawędzie przecięcia „sąsiednich” płaszczyzn *krawędziami bocznymi* (rys. 7). Rozróżnienie obu rodzajów krawędzi jest ważne, ponieważ osie wszystkich wielościanów sterujących przecinając się tworzą pewną sieć regularną.



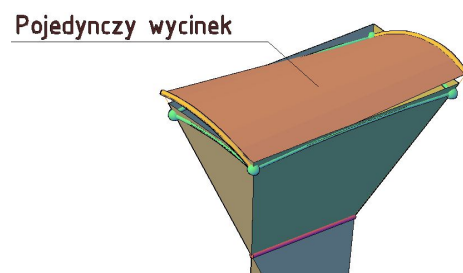
Rys. 7. Obszar powierzchni bazowej wycięty przez wielościan sterujący



Rys. 8. Przecięcie wielościanu z powierzchnią bazową



Rys. 9. Linie kierujące wycinka zawarte w płaszczyznach wielościanu sterującego



Rys. 10. Wycinek składowy struktury

Sieć ta jest pomocna w nieuwzględnionych w artykule innych sposobach kształtowania przekryć strukturalnych polegających na transformacjach płaszczyzn wielościanów sterujących opartych na wykorzystaniu tych osi. Natomiast do krawędzi bocznych należą końce linii kierujących stanowiących zarazem wierzchołki wycinków struktury, które wyznacza się w nawiązaniu do punktów przecięcia tych krawędzi z powierzchnią bazową (rys. 7, 8). Każdy wielościan sterujący ogranicza w przestrzeni domknięty obszar zwany *czworościanem sterującym*.

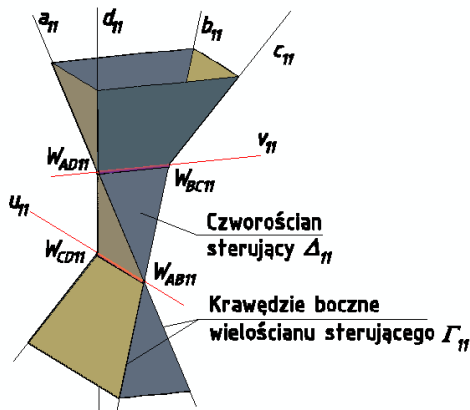
Wierzchołkami wielościanu sterującego nazywa się wierzchołki czworościanu sterującego. W dwóch przeciwnych ścianach wielościanu sterującego zawarte są linie kierujące powierzchni wycinka (rys. 9), a w dwóch pozostałych ścianach pozostałe dwa odcinki linii brzegowej. Na podstawie linii kierujących wyznaczany jest wycinek struktury (rys. 10).

Charakterystyka geometryczna i wzajemne położenie wielościanów sterujących w strukturze

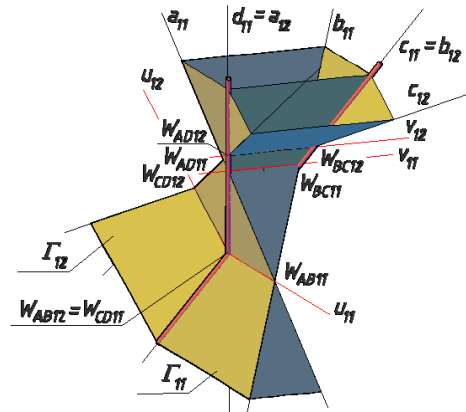
Wielkościami opisującymi postać wielościanu sterującego Γ_{ij} , przykładowo niech $i=1$ i $j=1$, są: odległość i kąt nachylenia osi: u_{11} i v_{11} oraz odległości wierzchołków: W_{CD11} , W_{AB11} ,

W_{AD11} , W_{BC11} (rys. 11) od punktów przecięcia tych osi z prostą do nich normalną. Pary wierzchołków wyznaczają krawędzie boczne: a_{11} , b_{11} , c_{11} , d_{11} wielościanu Γ_{11} .

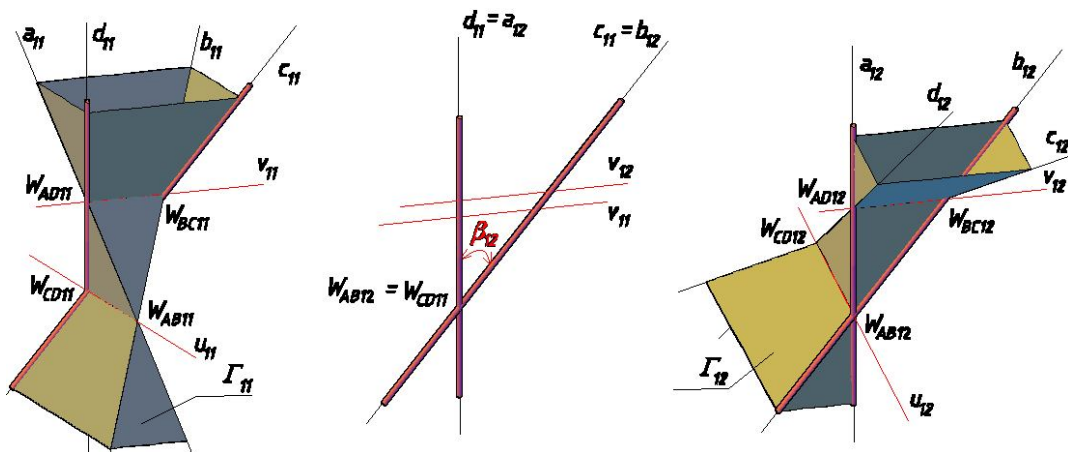
Każda para sąsiadujących ze sobą wielościanów sterujących posiada wspólną ścianę (rys. 12), wspólny kąt wierzchołkowy oraz wspólne dwie krawędzie boczne (rys. 13).



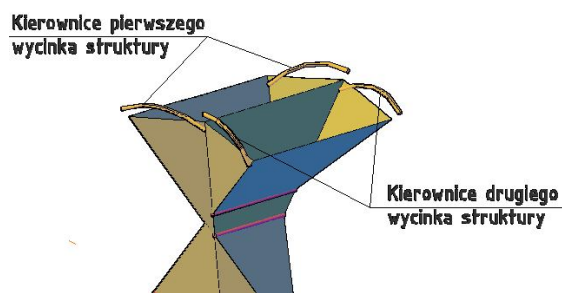
Rys. 11. Charakterystyczne elementy wielościanu sterującego



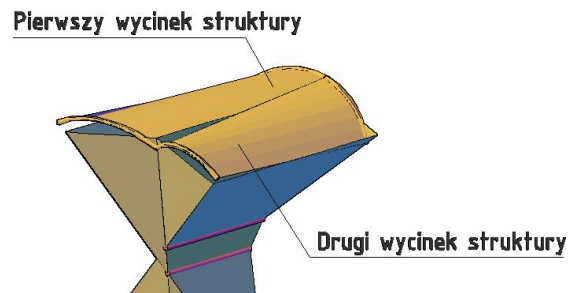
Rys. 12. Wzajemne położenie elementów sąsiednich wielościanów sterujących Γ_{11} i Γ_{12}



Rys. 13. Charakterystyczne właściwości sąsiednich wielościanów sterujących



Rys. 14. Linie kierujące wycinków



Rys. 15. Dwa wycinki struktury

Wzajemne położenie dwóch sąsiednich wielościanów sterujących, na przykład Γ_{11} i Γ_{12} , opisują następujące wielkości (rys. 12, 13):

- odległości wierzchołków W_{BC12} i W_{AD12} od wierzchołków W_{BC11} i W_{AD11} mierzone w prostych c_{11} i d_{11} ,

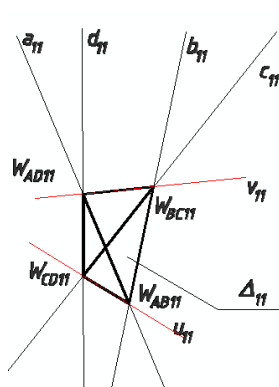
- kąt nachylenia osi u_{12} do osi u_{11} oraz kąt nachylenia osi u_{12} do płaszczyzny wyznaczonej przez oś u_{11} i prostą normalną do osi u_{11} i v_{11} , przycinającą te osie,
- odległość punktu W_{CD12} od punktu W_{CD11} odmierzana w osi u_{12} .

W ścianach wielościanów sterujących tworzone są kierownice (linie kierujące) wycinków (rys. 14), a na ich podstawie wyznaczane są wycinki struktury (rys. 15).

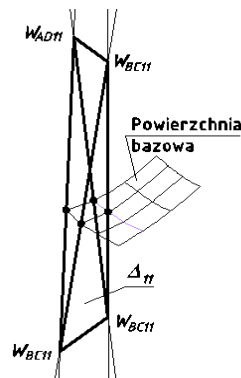
Typ wielościanów sterujących a forma obiektu z przekryciem strukturalnym

W ogólnym przypadku sąsiednie krawędzie boczne wielościanu sterującego są prostymi przecinającymi się, krawędzie przeciwległe są prostymi wzajemnie skośnymi, a wierzchołki są czterema różnymi punktami, (rys. 16. a). Jeżeli dodatkowo znak krzywizny Gaussa powierzchni bazowej jest uwzględniany podczas budowania struktury, to punkty jej przecięć z krawędziami bocznymi wielościanów sterujących leżą:

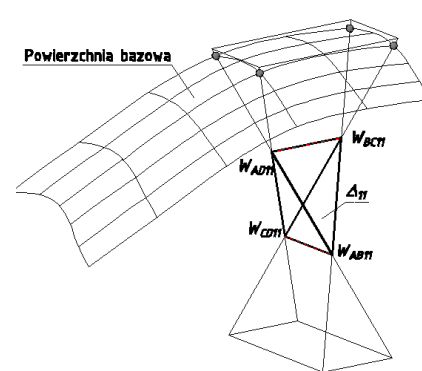
- wewnątrz odcinków o końcach w wierzchołkach tych wielościanów, w przypadku gdy powierzchnia bazowa posiada ujemne krzywizny Gaussa (rys. 16. b),
- na zewnątrz odcinków o końcach w wierzchołkach wielościanów, w przypadku gdy powierzchnia bazowa posiada dodatnie krzywizny Gaussa (rys. 16. c),



Rys. 16a. Ogólny przypadek czworościanu sterującego Δ_{II}

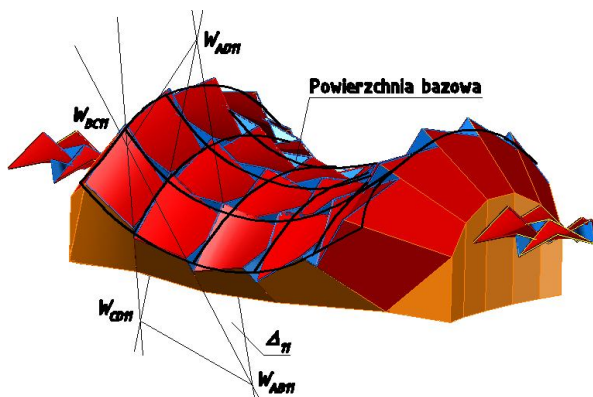


Rys. 16b. Powierzchnia bazowa przecina czworościan Δ_{II}

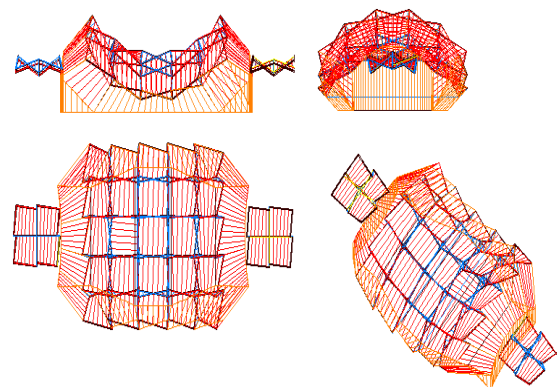


Rys. 16c. Powierzchnia bazowa leży na zewnątrz czworościanu sterującego Δ_{II}

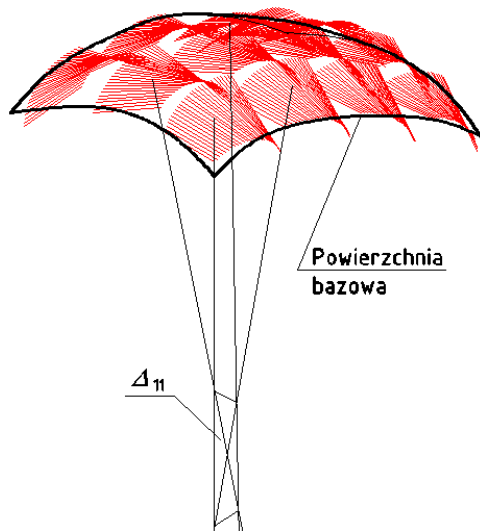
Rysunki przedstawiają struktury zbudowane na podstawie powierzchni bazowych o ujemnych (rys. 17. a, b) lub dodatnich (rys. 18) krzywiznach Gaussa.



Rys. 17a. Struktura powstała w oparciu o powierzchnię bazową złożoną z punktów hiperbolicznych

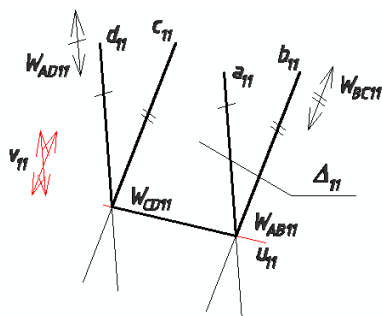


Rys. 17b. Rzuty struktury powstałej na podstawie powierzchni bazowej złożonej z punktów hiperbolicznych

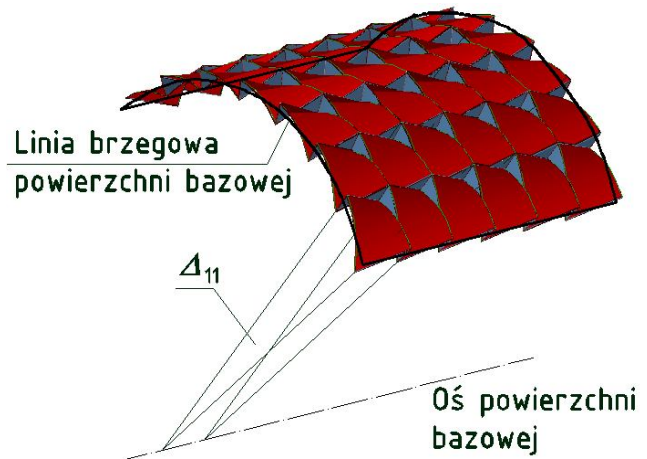


Rys. 18. Struktura powstała w oparciu o powierzchnię bazową złożoną z punktów eliptycznych

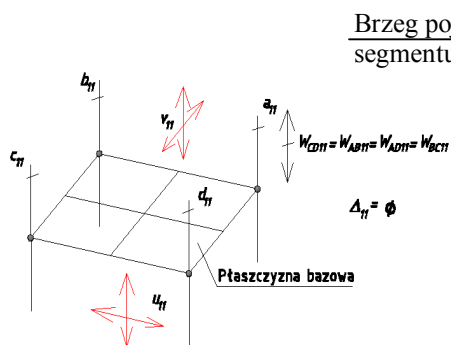
W przypadku, gdy krawędzie boczne wielościanu sterującego stanowią dwie pary prostych równoległych, to dwa spośród czterech wierzchołków są punktami położonymi w nieskończoności (rys. 19. a), a forma struktury jest zgodna z właściwościami geometrycznymi powierzchni walcowej (rys. 19. b). Natomiast w przypadku, gdy wszystkie krawędzie boczne wielościanu sterującego są prostymi równoległymi, to wierzchołki są zjednoczonym punktem położonym w nieskończoności, a powierzchnia bazowa jest płaszczyzną (rys. 20. a, b).



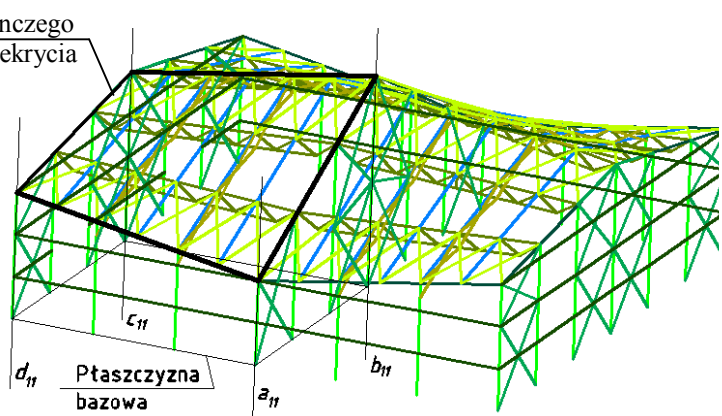
Rys. 19a. Wielościan sterujący o dwóch wierzchołkach niewłaściwych będących punktami



Rys. 19b. Struktura powstała w oparciu o powierzchnię bazową obrotową, złożoną z punktów parabolicznych



Rys. 20a. Wielościan sterujący o wzajemnie równoległych krawędziach bocznych

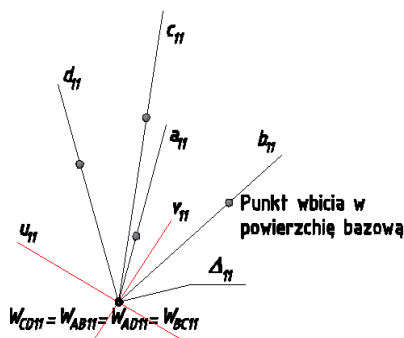


Rys. 20b. Koncepcja ustroju konstrukcyjnego hali z ciągłym przekryciem strukturalnym bazująca na wielościanach o równoległych bocznych krawędziach

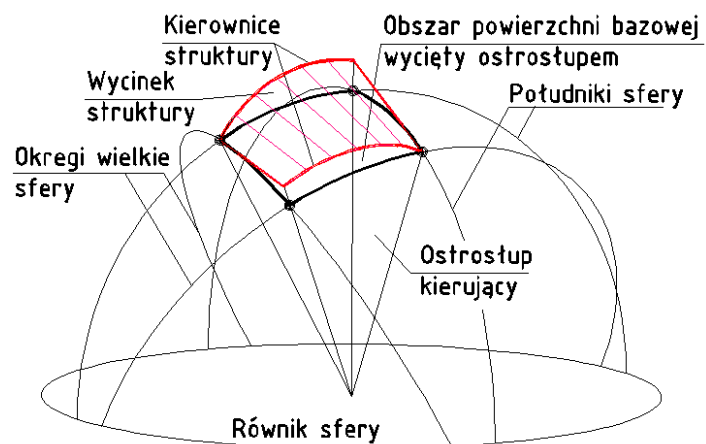
4. PRZYKŁAD KONCEPCYJNEGO KSZTAŁTOWANIA GEOMETRYCZNEGO WYBRANYCH ELEMENTÓW I WĘZŁÓW USTROJU KONSTRUKCYJNEGO POWŁOKOWEGO PRZEKRYCIA STRUKTURALNEGO

Proponowane w poprzednim rozdziale (rozdz. 3), nowe koncepcje przekryć strukturalnych wykonanych ze zdeformowanych płaskich arkuszy wymagają opracowania odpowiednich, w tym nowatorskich rozwiązań ustrojów konstrukcyjnych.

Przykład zamieszczony w rozdziale dotyczy koncepcyjnego rozwiązania wybranych elementów i węzłów ustroju konstrukcyjnego przekrycia strukturalnego złożonego z czterech identycznych segmentów (rys. 22. e). Wielościan sterujący każdego z czterech wielościanów sterujących takiego przekrycia jest ostrosłupem (rys. 21. a) o wspólnym wierzchołku w środku sferycznej powierzchni bazowej (rys. 21. b). Krawędzie boczne tych wielościanów przecinają sferę w punktach stanowiących wierzchołki równobocznej sieci. Kierownice każdego z wycinków struktury są łukami okręgów i stanowią równocześnie dwa łuki linii brzegowej. Dwa pozostałe segmenty linii brzegowej każdego wycinka są odcinkami.

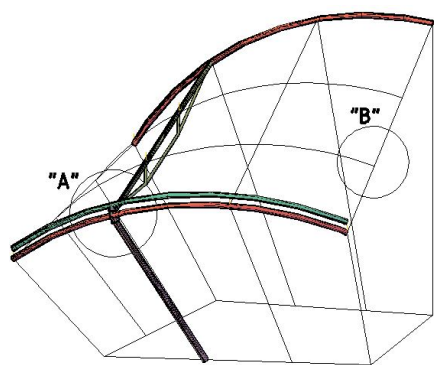


Rys. 21a. Wierzchołki ostrosłupa sterującego

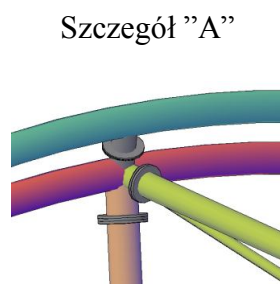


Rys. 21b. Ostrosłupowe wielościany struktury

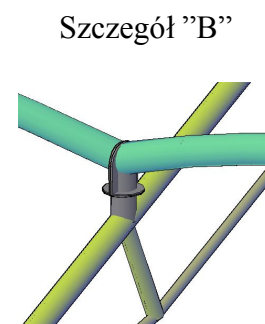
Elementami ustroju konstrukcyjnego przekrycia są rurowe pręty oraz ściągły wykonane z prętów gładkich. Łukowe kierownice są połączone z prostoliniowymi pasami wiązarów za pomocą kołnierzywych połączeń rurowych oraz podparte rurowymi słupami (rys. 22. a, d). Na kierownicach i pasach górnych wiązarów za pomocą stolików rurowych (rys. 22. b, c) są oparte poprzeczne, łukowe elementy rurowe podpierające arkusze pokrycia.



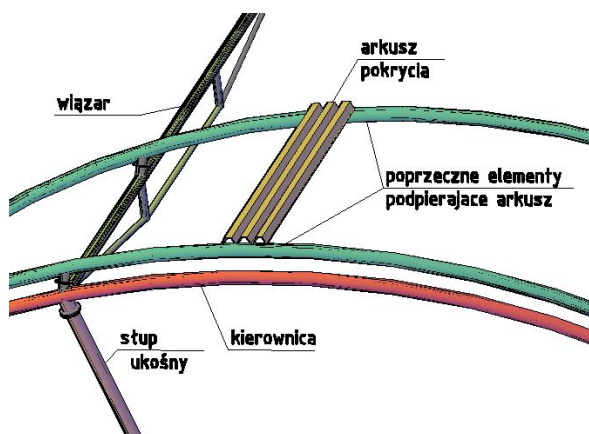
Rys. 22a. Koncepcja konstrukcyjnego segmentu



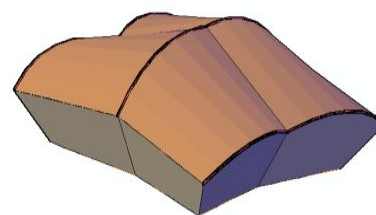
Rys. 22b. Połączenie wybranych elementów z kierownicą



Rys. 22c. Podparcie elementów poprzecznych z sąsiednich połączeń

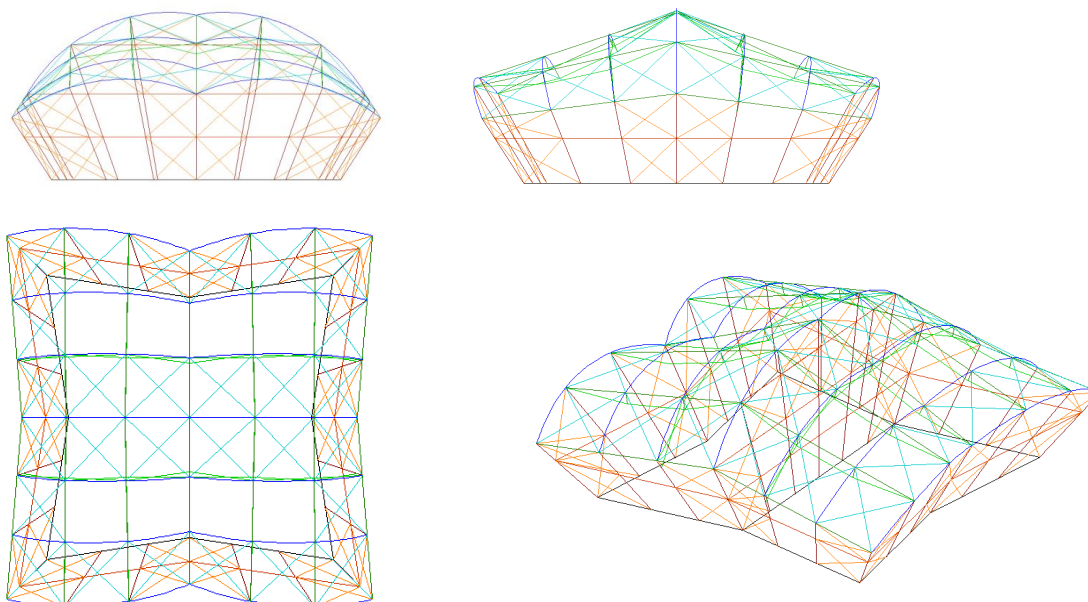


Rys. 22d. Elementy ustroju konstrukcyjnego



Rys. 22e. Koncepcja przekrycia

Rozmieszczenie elementów ustroju konstrukcyjnego hali wraz z tężnikami i ryglami przedstawiają rzuty związane metody Monge'a oraz rzut aksonometryczny (rys. 23).



Rys. 23. Koncepcja ustroju konstrukcyjnego hali o wymiarach gabarytowych 32 x 33 x 14 m

5. PODSUMOWANIE

Dotychczasowa wiedza i doświadczenie pozwalają na stosunkowo proste kształtowanie i realizację pojedynczych, skośnych przekryć powłokowych z płaskich blach trapezowych deformowanych do postaci powłokowych. O atrakcyjności wizualnej takiego przekrycia decydują kształt i wzajemne położenie kierownic, w tym jego większa lub mniejsza wyniosłość.

Nowe możliwości kształtowania zróżnicowanych form powłokowych daje stosowanie strukturalnych przekryć złożonych z wielu pojedynczych segmentów powłokowych, zwłaszcza w zakresie wykorzystania właściwości powierzchni krzywoliniowych. Prezentowana metoda pozwala w stosunkowo prosty sposób budować modele geometryczne takich przekryć o założonej ogólnej postaci powłokowej.

Piśmiennictwo

- [1] Reichhart A.: "Kształtowanie geometryczne i konstrukcyjne powłok z blach fałdowych", Oficyna Wyd. Politechniki Rzeszowskiej, Rzeszów 2002
- [2] Kielbasa Z.: "Wytężenie w ściankach skrzyżowanego arkusza blachy fałdowej", Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej Budownictwo i Inżynieria Środowiska, International Scientific Conference Rzeszów-Lviv-Kosice Current Issues of Civil and Environmental Engineering, cz. 1, Rzeszów 2000
- [3] Abramczyk J.: "A mathematical model of free deformed corrugated flat sheet of rectilinear shell", Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej Budownictwo i Inżynieria Środowiska, International Scientific Conference Rzeszów-Lviv-Kosice Current Issues of Civil and Environmental Engineering, September 2009, z. 52, s. 5-16, 2009
- [4] Abramczyk J.: „Geometryczne kształtowanie pasmowych przekryć powłokowych z płaskich arkuszy blachy trapezowej”, Zeszyt Naukowy PRz Nr 58 -Budownictwo i Inżynieria Środowiska, Oficyna PRz, Rzeszów 2011, s. 7-18
- [5] Abramczyk J.: „Geometryczne kształtowanie segmentowych przekryć powłokowych z płaskich arkuszy blachy trapezowej”, Zeszyt Naukowy PRz Nr 58 -Budownictwo i Inżynieria Środowiska, Oficyna PRz, Rzeszów 2011, s. 19-30
- [6] Abramczyk J.: "Wpływ kształtu płaskich arkuszy i konstrukcji podpierających zakrzywione przekrycia z blach fałdowych na ich postać geometryczną", praca doktorska obroniona na Wydziale Budownictwa i Inżynierii Środowiska Politechniki Rzeszowskiej, Rzeszów 2011 r.

NEW POSSIBILITIES OF FORM SHAPING LIGHT STEEL GAUGE SHELL

Summary

The paper concerns geometrical shaping of single and compound light steel gauge shells made up of flat folded sheets. Unidirectional folded sheet supported against the shell directrices changes its shape from flat to space one, undergoing initial deformation. It adopts itself to the supporting conditions.

An increase of the width of transversal sheet edges and reduction of the width in the middle on the sheet length together with an increase of its deformation extent make it impossible to connect successive sheets along their transversal edges.

Diversity of possible forms of a single shell is also restricted by the fact that they are in accordance with geometrical properties of ruled surfaces and cylindrical surfaces if necessary. The use of a structures composed of many smooth surface sectors as models for light steel gauge shells permits shaping real diversified shell forms especially within the scope of exploiting curvilinear surfaces.

The transversal edges of two single shells can be put together in order to obtain a structural shell characterized by appearing of either edge or discontinuity areas between smooth sectors of space sheets filled up with windows, for example.

Zbigniew BIENIEK¹
Politechnika Rzeszowska, Rzeszów

CZWOROŚCIAN TENSEGRITY KLASY THETA

STRESZCZENIE

Proces kształtowania samodzielnie sztywnych struktur ciągnowo-prętowych nie poddaje się łatwo analizie matematycznej. Złożoność zagadnień towarzyszących projektowaniu i produkcji takich struktur jest zasadniczą przeszkodą w ich rozwoju. Propozycja badawcza odnosi się do struktury budowlanej, którą można wykonać z pewnej liczby modułów tensegrity mających zewnętrzną postać czworościanu. Wyspecjalizowane konstrukcje, np. rozkładalne, często budowane jako zespoły identycznych układów bazowych, mogą żądać wypełnienia takimi jednostkami ściśle określonych objętości, co przypomina geometryczny problem upakowania przestrzeni wielościanami. Powtarzalność kształtu każdej komórki tensegrity, oraz łatwość jego definiowania powinna wpłynąć m.in. na uproszczenie procedur analitycznych i technologicznych niezbędnych przy realizacji konstrukcji opracowanych według zasady integrującego rozciągania.

SŁOWA KLUCZOWE: czworościan, moduł, struktura, tensegrity

1. WSTĘP

Podstawowa tematyka opracowania dotyczy kształtowania struktury budowlanej w *systemie tensegrity*, a ściśle takiej samodzielnie sztywnej struktury prętowo-ciężnowej, którą można zbudować z pewnej liczby modułów tensegrity. Autor zajmuje się kształtowaniem geometrycznym *rozkładalnych* struktur ciągnowo-prętowych. Strukturę rozkładalną można łatwo przeobrazić z konfiguracji zwiniętej do konfiguracji wzniesionej nie wykonując pośrednich działań montażowych. Ciężna i pręty łączone są na rozmaite sposoby formując wielką liczbę różnych wzorów.

Każda konstrukcja wznoszona w systemie tensegrity bazuje na świadomości, że większość materiałów budowlanych jest wykorzystana bardziej efektywnie kiedy podlegają one rozciąganiu, a nie ściskaniu. Z tego względu można zastosować mniejsze pola przekroju poprzecznego, a materiały mogą często wytrzymać większe siły. Rzeczywista konstrukcja tensegrity charakteryzuje się wysokim stosunkiem liczbowym elementów rozciąganych do elementów ściskanych.

Kształtowanie systemów tensegrity, szczególnie z rodzaju nieregularnych, jest problemem nie poddającym się łatwo bezpośredniej analizie matematycznej. To w konsekwencji, jak dotychczas skutecznie, utrudnia i ogranicza m.in. wykorzystanie numerycznych metod projektowania samodzielnie sztywnych struktur ciągnowo-prętowych.

¹ zbieniek@prz.edu.pl

Konwencjonalne struktury tensegrity są skomplikowane, szczególnie w przypadku układów klasy I, co zwykle prowadzi do problemów wykonawczych.

Zatem złożoność procesu projektowania i produkcji jest barierą rozwojową dla konstrukcji czerpiących z idei tensegrity. Opracowanie ma pokazać możliwość pokonania tych ograniczeń, polegającą na wprowadzeniu do procesu kształtowania struktury tensegrity zagadnień związanych z wypełnianiem przestrzeni wielościanami.

2. BAZOWY CZWOROŚCIAN TENSEGRITY

Samodzielnie sztywne struktury ciągnowo-prętowe, znane powszechnie pod nazwą *tensegrity structures*, można klasyfikować na kilka sposobów.

Dla przykładu, według podziału podanego przez Roberta E. Skeltona [1], wszystkie układy podlegające ogólnej zasadzie tensegrity można zgrupować w dwóch klasach:

Klasa I dotyczy układów, w których pręty są od siebie fizycznie odizolowane w przestrzeni. Takie struktury ciągnowo-prętowe często określa się nazwą *pure tensegrity*.

Klasa II obejmuje te układy, w których dwa lub więcej prętów może swymi końcami łączyć się w węzłach utworzonych przez sieć cięgien.

Natomiast Anthony Pugh, który jako pierwszy utworzył katalog systemów tensegrity [2], podzielił je na systemy *sferyczne* i *cyldryczne*, a wśród nich wskazał trzy podstawowe wzory konfiguracji strukturalnych: *rombowy*, *obwodowy* i *skośny*.

Jednak, bez względu na zakładany sposób klasyfikacji układów tensegrity, obowiązującym dotychczas warunkiem strukturalnym była fizyczna ciągłość sieci cięgien.

Prowadzone ostatnio badania dowodzą potrzeby uzupełnienia klasyfikacji systemów podlegających zasadzie tensegrity, albowiem istnieją samodzielnie sztywne struktury ciągnowo-prętowe nie spełniające powyższego warunku, co opisano w [3, 5]. Brak ciągłości wspomnianej sieci cięgien jest charakterystyczną cechą wszystkich układów bazowych, nazywanych przez autora *modułami tensegrity*. Jednakowo ukształtowane moduły są tak pomyślane, aby dawały się łączyć w bardziej złożone struktury przestrzenne. Forma geometryczna każdego z utworzonych modułów tensegrity, czyli przestrzennej elementarnej komórki zbudowanej z prętów i cięgien połączonych węzłami, przypomina wielościan, którego przykład pokazuje rysunek 1a. Za wyjątkiem pojedynczego cięgna, położonego w centralnej części komórki, cała ich reszta odwzorowuje wszystkie krawędzie umownego wielościanu, a węzły tej sieci cięgien lokują się w jego wierzchołkach. Dwa końce pojedynczego cięgna centralnego, nazwanego *ciągnem aktywnym*, wyznaczają wewnątrz umownego wielościanu kolejne dwa punkty węzłowe. Zadaniem tej pary węzłów jest przegubowe związanie końców odpowiedniej grupy prętów, które wchodzi w skład modułu tensegrity, i połączenie prętów ze stosownym końcem cięgna aktywnego. Z kolei, przeciwległe końce prętów łączą się z siecią cięgien, nazwaną *ciągnami pasywnymi*, w węzłach wierzchołkowych. Z uwagi na podobieństwo kształtu, wyznaczanego przez zewnętrzne cięgna pasywne i wewnętrzne cięgno aktywne dowolnego modułu tensegrity, do greckiej litery theta – Θ , autor proponuje rozszerzenie klasyfikacji podanej przez R. Skeltona o Klasę Θ . Należy dodać, że do klasy Θ należą również inne odkryte przez autora systemy tensegrity, charakteryzujące się zarówno fizycznym odizolowaniem prętów od siebie, oraz dwiema rozłącznymi sieciami cięgien utrzymujących cały układ w stabilnej równowadze [5].

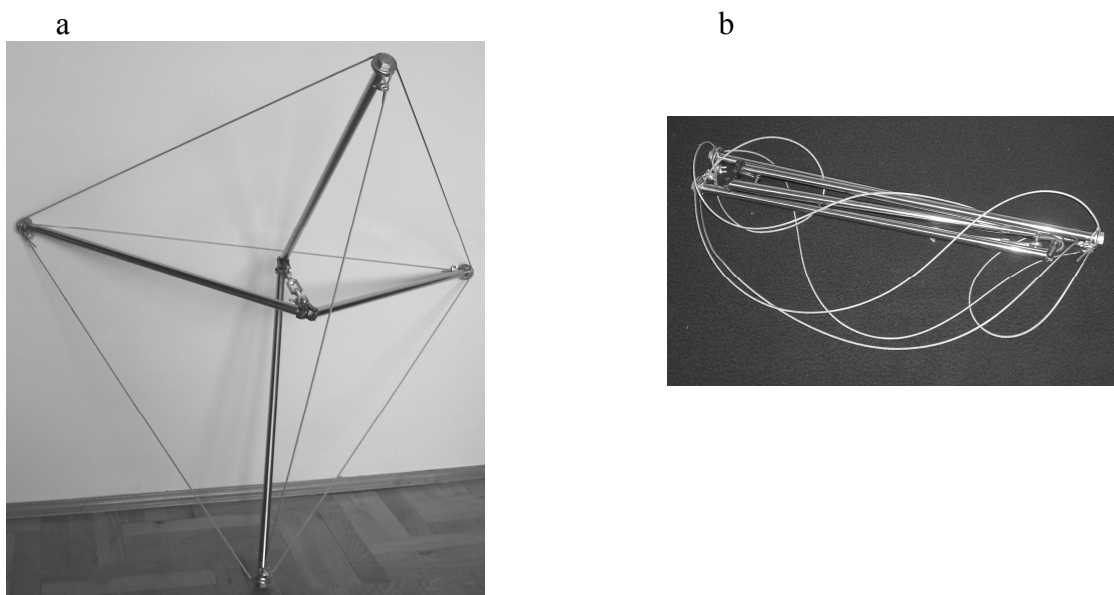
Większość konfiguracji przestrzennych jakie można utworzyć z połączonych ze sobą prętów i cięgien nie znajduje się w stabilnej równowadze. Tylko samodzielnie sztywne układy ciągnowo-prętowe są nazywane strukturami tensegrity. Są one stabilne mechanicznie dlatego, że przyłożone obciążenie jest rozprowadzane poprzez wszystkie elementy struktury. Usztywnienie struktury tensegrity, jaką oczywiście jest każdy moduł tensegrity, realizuje się poprzez zadane wstępnie naprężenie wewnętrzne. W praktyce, podniesienie poziomu

naprężenia wstępnego wewnątrz dowolnego modułu można przeprowadzić dwoma sposobami:

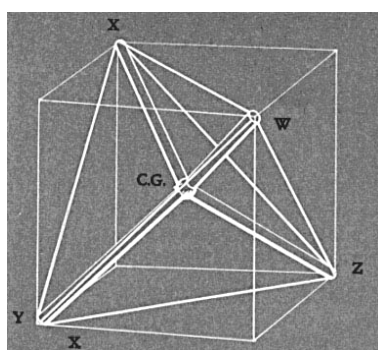
- zmniejszając długość dowolnego cięgna, lub cięgien,
- zwiększając długość dowolnego pręta, lub prętów.

Warto zauważyć, że skracanie cięgien położonych w krawędziach wielościennej komórki jest bezpośrednią przyczyną deformacji jej kształtu zewnętrznego. Wspomniane zjawisko uniemożliwia m.in. wzajemne precyzyjne łączenie modułów tensegrity w większą konstrukcję. To jeden z kilku powodów, dla których znacznie wygodniej jest wywoływać i regulować naprężenie wewnętrzne dokonując zmian długości cięgna wewnętrznego nazwanego aktywnym. Bardzo perspektywiczną cechą tak pomyślanego czworościennego modułu tensegrity jest rozkładalność, co można osiągnąć np. wprowadzając urządzenie wykonawcze napinające i luzujące tylko cięgno aktywne. Stan wzniesiony i stan zwinięty modelu fizycznego samodzielnie sztywnego układu prętowo-cięgnowego w formie czworościanu ilustruje (rys. 1).

Jeśli regulacja naprężenia wewnętrznego w module tensegrity ma być przeprowadzana przez zmianę długości pręta, lub prętów, to lepszym rozwiązaniem jest powrót do klasycznego układu zaproponowanego przez R. Buckminstera Fullera [4], patrz (rys. 2). Jak widać, propozycja bazuje na modelu geometrycznym czworościanu wpisanego w sześcian. Cięgna są krawędziami czworościennej komórki tensegrity, której sztywność zapewniają cztery wewnętrzne pręty połączone centralnym węzłem.



Rys. 1. Fizyczny model czworościanu tensegrity klasy Θ : a – stan wzniesiony, b – stan zwinięty [3]

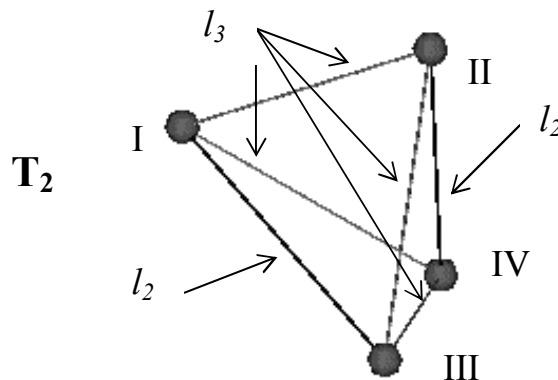


Rys. 2. Model geometryczny foremnego czworościanu tensegrity wg Fullera [4]

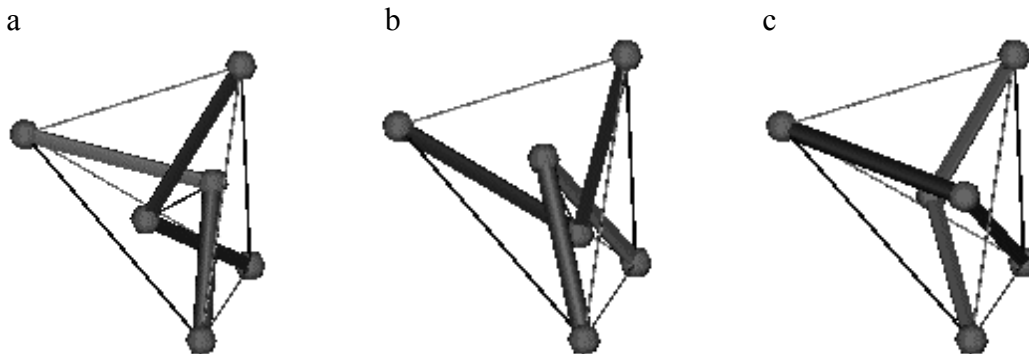
2.1 Podstawowe konfiguracje czworościennych modułów tensegrity

Samodzielnie sztywny moduł ciągnowo-prętowy może przyjmować postać np. czworościanu T_2 , opisanego wcześniej w [3], który pozwala wypełnić sobą trójwymiarową przestrzeń. Zgodnie z oznaczeniami przedstawionymi na (rys. 3), długość krawędzi zewnętrznych wynosi odpowiednio: $l_2 = 1$, $l_3 = (3/4)^{1/2}$. Krawędzie te reprezentują ciągną bierne czworościennego modułu tensegrity. Cztery pręty jednakowej długości dobrano parami, a każdą z nich połączono przegubowo węzłem wewnętrznym. Przyjmując podaną na (rys. 3) numerację węzłów zewnętrznych I, II, III i IV można wyróżnić trzy charakterystyczne konfiguracje prętów, ulokowanych we wnętrzu modułu, przedstawione na (rys. 4).

Prezentuje on kolejno: a – konfigurację symetryczną, oznaczoną symbolem S, b – konfigurację lewoskrętną, oznaczoną symbolem L, oraz, c – konfigurację prawoskrętną, oznaczoną symbolem R.



Rys. 3. Cechy geometryczne i oznaczenia przyjęte dla czworościanu T_2

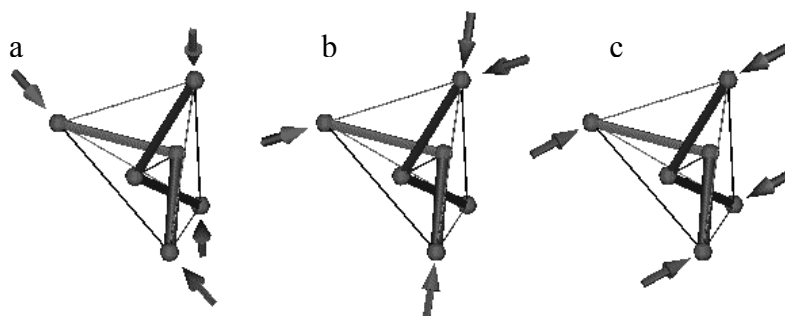


Rys. 4. Trzy charakterystyczne konfiguracje prętów w czworościanie tensegrity klasy Θ , zgodnie z porządkiem ilustracji nazwane S, L i R

W konfiguracji S, jedna para prętów łączy węzły I i III, druga para prętów łączy odpowiednio węzły II i IV. W konfiguracji L połączono tym sposobem węzeł I z II oraz węzeł III z IV.

Natomiast w konfiguracji R, jedna para prętów łączy węzły I i IV, druga para prętów łączy węzły o numerach II i III.

Powyższe rozróżnienie ma ścisły związek z rzeczywistym układem ciągnowo-prętowym, który podlega obciążeniom zewnętrznym. Wstępne testy wykonane na modelu fizycznym posiadającym konfigurację S świadczą m.in. o stosunkowo słabej sztywności takiego modułu na obciążenia ściskające, które przykładano w węzłach zewnętrznych, w kierunkach ciągnięć o długości l_2 , patrz (rys. 3), natomiast znacznie większej w kierunkach ciągnięć o długości l_3 i ciągną aktywnego, co ilustrują kolejno (rys. 5a), (rys. 5b) i (rys. 5c).



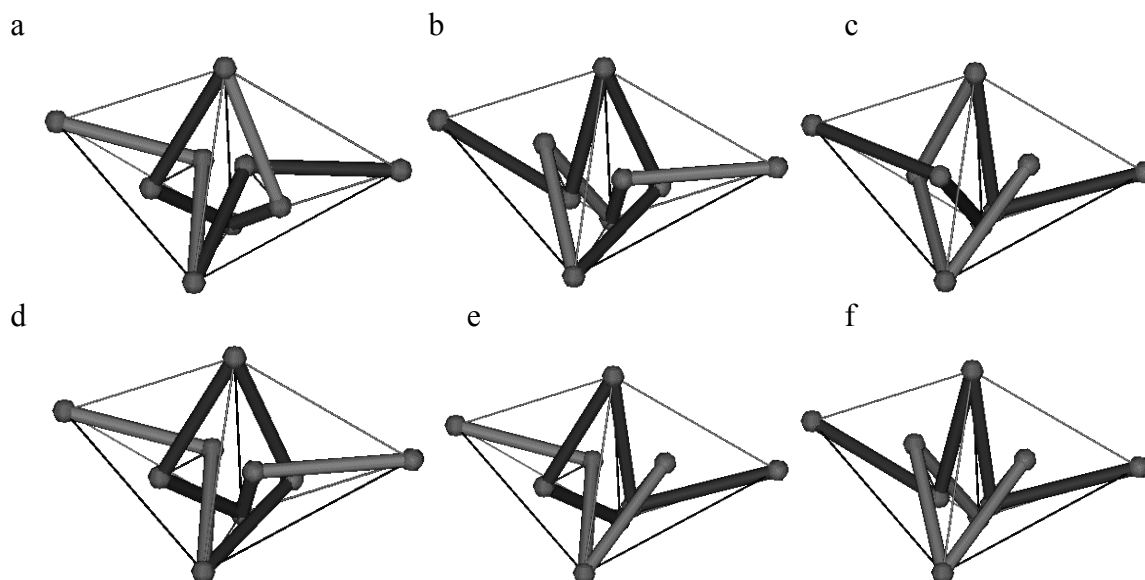
Rys. 5. Podstawowe kierunki obciążeń zewnętrznych fizycznego modelu czworościanu tensegrity klasy Θ

Z opisanego spostrzeżenia wynika bardzo pożyteczna, druga możliwość wpływania na poziom sztywności modułu tensegrity poddawanego ukierunkowanym obciążeniom zewnętrznym. Pierwszym sposobem regulacji sztywności modułu jest zmiana wysokości naprężenia wstępnego, której można dokonywać regulując długość cięgna aktywnego.

Warto zwrócić uwagę na istnienie teoretycznego przypadku granicznego, właściwego dla zredukowanej do zera długości cięgna aktywnego, w którym dwa wewnętrzne węzły zastępuje jeden, a układ prętów równej długości sprowadza się do zaproponowanej przez Fullera konfiguracji symetrycznej S. Uzupełniając ten wątek należy dodać, że dla zewnętrznej postaci komórki tensegrity zadanej czworościanem foremny każdy układ prętów zapewnia ich symetryczną konfigurację. W przypadku granicznym konfiguracja prętów ma identyczną symetrię jak czworościan.

2.2 Zestawianie czworościennych modułów tensegrity

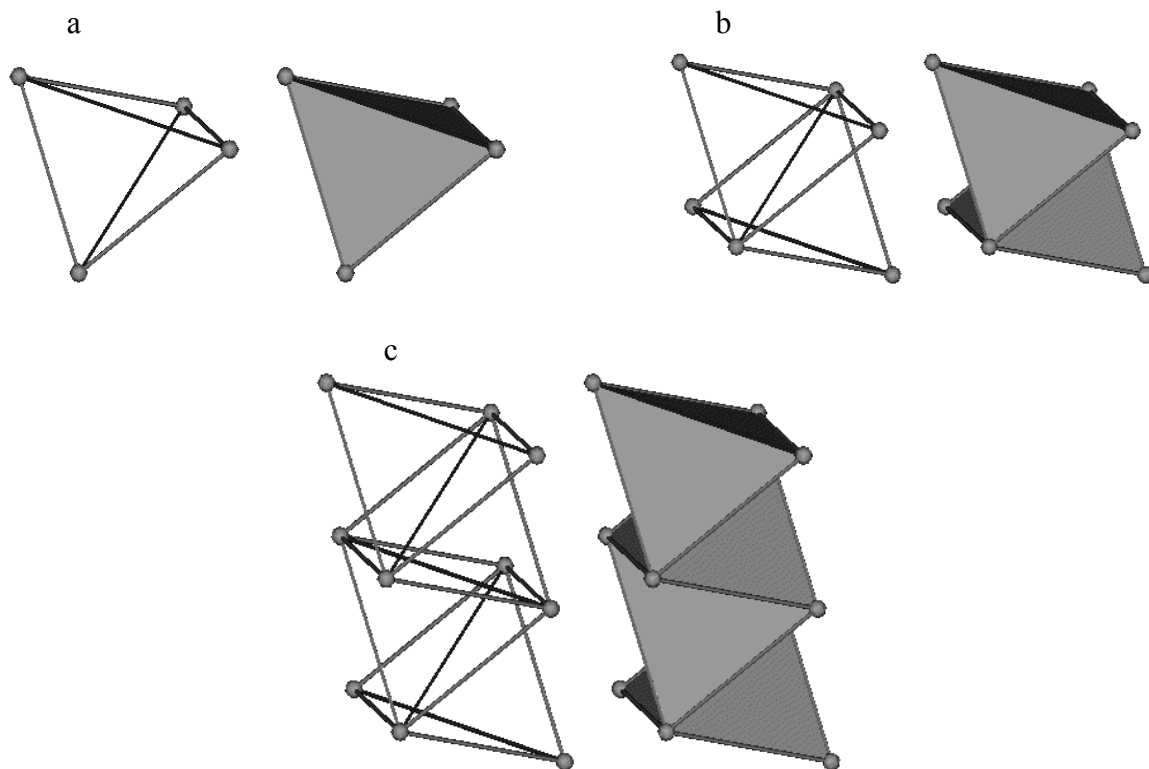
Wracając do trzech konfiguracji nazwanych S, L i R można tworzyć proste warianty zestawień, które otrzymujemy łącząc odpowiednie moduły np. 'ściana w ścianę'.



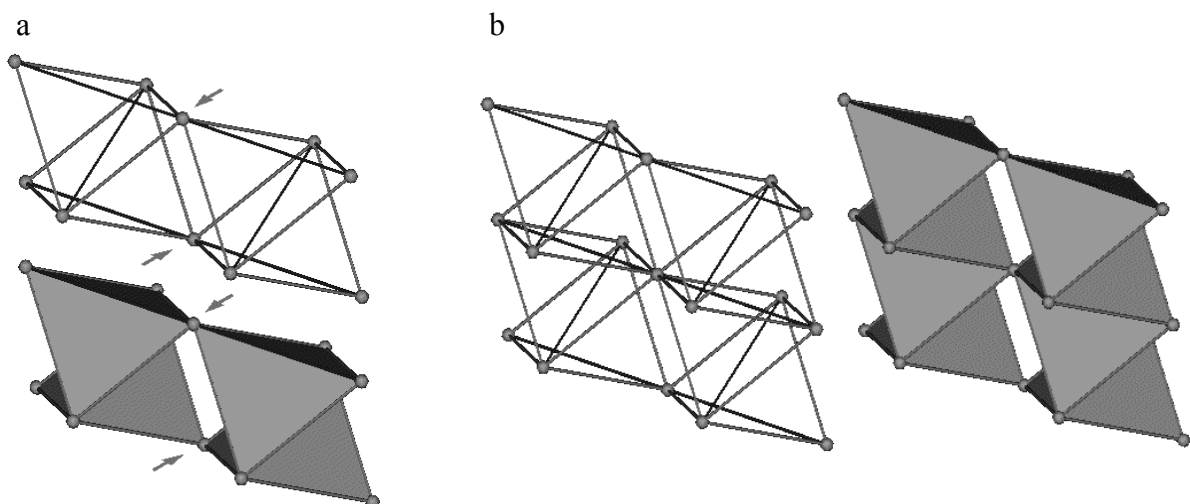
Rys. 6. Warianty zestawień 'ściana w ścianę' dla dwóch czworościanów tensegrity klasy Θ

Wszystkie możliwe warianty pokazano na (rys. 6), przedstawiającym kolejno zestawienia: SS, LL, RR, SL, SR oraz LR. Ten sposób łączenia modułów pozwala istotnie zmniejszyć liczbę elementów składowych zestawienia, oraz dobrać sztywność połączeń w zależności od kierunku obciążeń zewnętrznych. W każdym z sześciu wariantów wspólne są dla łączonych modułów trzy węzły i trzy cięgna pasywne.

Istnieją też inne sposoby łączenia czworościennych modułów tensegrity w zespoły. Na (rys. 7) przedstawiono połączenie nazwane ‘krawędź w krawędź’. W rezultacie dla dwóch zestawianych modułów wspólne są dwa węzły i jedno cięgno. Ponieważ każda czworościenna komórka tensegrity jest samodzielnie sztywną strukturą cięgnowo-prętową, można przyjąć, że wspólne węzły i cięgno spełniają rolę osi łączącej obydwie moduły. Kolejny (rys. 8a) pokazuje ideę łączenia modułów ‘naroże w naroże’. Tak zrealizowane połączenie pozwala zredukować wyłącznie ilość węzłów, bowiem niektóre z nich są wspólne dla dwóch lub więcej modułów, co przedstawia (rys. 8b). Wyraźnie widać, że pokazane na (rys. 7) i (rys. 8) zespoły są konstrukcjami geometrycznie zmiennymi. Wymienioną ostatnio cechę geometrycznej zmienności można wykorzystać na wiele sposobów, np. wznosząc lekkie modularne konstrukcje nośne. W [6] zaprezentowano przykładowe konfiguracje sklepień budowlanych jakie można wznosić z czworościennych modułów tensegrity.



Rys. 7. Przykładowe połączenie czworościanów tensegrity klasy Θ sposobem ‘krawędź w krawędź’



Rys. 8. Przykładowe połączenie czworościanów tensegrity klasy Θ sposobem ‘naroże w naroże’

3. PODSUMOWANIE

Niniejsze opracowanie prezentuje tylko jeden z wielu przykładów nowego systemu tensegrity, objętego klasą Θ . Budowę ustrojów konstrukcyjnych tej klasy charakteryzuje pojedyncze, wewnętrzne, izolowane od pozostałych ciągnio. Należy podkreślić, że dotychczas głoszone definicje systemów tensegrity uznawały ciągłość siatki cięgien za jeden z warunków podstawowych. Istnieją dalsze przykłady samodzielnie sztywnych systemów ciągnowo-prętowych klasy Θ , szerzej opisane m.in. w [5], których układ przestrzenny bazuje na dwóch rozłącznych zbiorach cięgien.

Szczególnie przydatna jest możliwość regulowania długości cięgna wewnętrznego, poprzez które wprowadza się wstępne naprężenie decydujące o sztywności całego modułu. W praktyce nie powoduje to zmian długości cięgien biernych i postaci pojedynczego modułu tensegrity. Czworościenne moduły, łatwe w opisie matematycznym, można łączyć ze sobą wznosząc konstrukcje o zróżnicowanej strukturze i dowolnych gabarytach. Zwiększenie długości cięgna czynnego umożliwi złożenie całej komórki w ciasną wiązkę. Wymienione własności są np. ważnymi przesłankami dla projektantów lekkich modułarnych konstrukcji rozkładalnych.

Piśmiennictwo

- [1] Skelton R.E., Helton J., W Adhikari R., Pinaud J.P., Chan W.: "An Introduction to the Mechanics of Tensegrity Structures, Dynamics and Control of Aerospace Systems", CRC Press LLC, 2002
- [2] Pugh A.: "An Introduction to Tensegrity", University of California Press, Berkeley and Los Angeles, California, 1976
- [3] Bieniek Z.: „Rozwój teoretycznych koncepcji kształtowania samodzielnie sztywnych układów prętowo-cięgnowych: Część IV. Układy o nieciągłej sieci cięgien”, XX Międzynarodowa Konferencja Naukowo-Techniczna EKOMILITARIS 2006, Zakopane, 4-8 września 2006, s.128-137
- [4] Fuller R.B.: "Tensile-integrity structures", United States Patent 3,063,521, November 13, 1962
- [5] Bieniek Z.: "Chosen Ideas Of Geometrical Shaping Of Modular Tensegrity Structures", Structural Engineers World Congress, Como, Italy, 2011, 8 pages on CD
- [6] Bieniek Z.: "Czworościenne systemy ciągnowo-prętowe w budowie modułarnych struktur tensegrity", 58 Konferencja Naukowa Komitetu Inżynierii Lądowej i Wodnej PAN oraz Komitetu Nauki PziTB, Rzeszów - Krynica 2012, praca przyjęta do publikacji

THETA CLASS OF TENSEGRITY TETRAHEDRON

Summary

The form-finding of tensegrity structures, particularly of an irregular nature, does not easily yield itself to direct mathematical analysis. Thus, so far the existing methods for the design of tensegrity structures have been limited. Manufacture complexity is a barrier for developing self-rigid cable-bar structures. The research proposed relates to a tensegrity structure which could be constructed from a number of tetrahedral tensegrity modules. In specialised structures, constructed as aggregates of the same modules, it may be necessary for tensegrity modules to completely occupy specific three-dimensional volumes. This is a familiar problem of space-filling polyhedra in spatial geometry.

The goal of the paper is an attempt at overcoming those limitations by applying space-filling polyhedra to the problem of form-finding. The results sketched in the paper suggest that geometrical approach may serve as a powerful tool in the design both of stationary and deployable tensegrity structures.

Zbigniew BIENIEK¹
Politechnika Rzeszowska, Rzeszów

CZWOROŚCIENNE SYSTEMY CIĘGNOWO-PRĘTOWE W BUDOWIE MODULARNYCH STRUKTUR TENSEGRITY

STRESZCZENIE

Jedną z zalet struktury tensegrity, rozumianej jako samodzielnie sztywny ciągnowo-prętowy ustrój konstrukcyjny, stanowi możliwość jej przekształcania z konfiguracji ściśle upakowanej na formę rozwiniętą uprzednio ustaloną i posiadającą stabilną strukturę zdolną wytrzymać obciążenia, lub odwrotnie, możliwość składania takiej struktury bez wykonywania dodatkowych czynności montażowych, np. dla ułatwienia jej transportu albo magazynowania. Moduły tensegrity o nieciągłej sieci cięgien są wystarczająco sztywne, lekkie i składalne, dlatego modułowe struktury tensegrity wydają się szczególnie użyteczne w wielkich konstrukcjach rozkładalnych. Czworoscian jest nadzwyczaj użytecznym konstrukcyjnie kształtem zewnętrznym jednostki tensegrity. Modułowe konstrukcje tensegrity można wykonywać i zestawiać bardziej precyzyjnie oraz w większej liczbie wariantów niż konwencjonalne tensegrity. Co równie ważne, można precyzyjnie sterować ich parametrami mechanicznymi i geometrycznymi.

SŁOWA KLUCZOWE: ciągnio, pręt, struktura, system, tensegrity

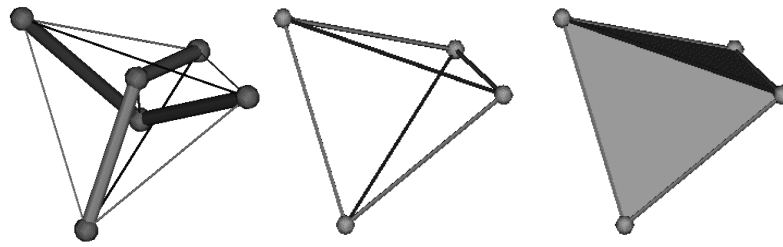
1. WSTĘP

Jak wiadomo, samodzielnie sztywny moduł ciągnowo-prętowy może między innymi przyjmować postać czworoscianu, np. opisanego wcześniej w [1] czworoscianu T_2 , który pozwala wypełnić sobą trójwymiarową przestrzeń.

Wykazano też, że czworoscienne moduły tensegrity jest rozkładalny. Stan wzniesiony i stan zwinięty pojedynczego modułu można osiągać zmieniając długość wewnętrznego cięgna, nazwanego aktywnym. Właściwy poziom sztywności modułu tensegrity poddawanego ukierunkowanym obciążeniom zewnętrznym można uzyskać na dwa sposoby. Pierwszym sposobem regulacji sztywności modułu jest zmiana wysokości naprężenia wstępnego w jego elementach, inicjowana przez zmianę siły napinającej cięgno aktywne. Drugim sposobem jest przyjęcie takiej konfiguracji prętów modułu, która skuteczniej przeciwstawi się obciążeniom zewnętrznym o zadanych kierunkach. W obydwu przypadkach długość cięgna aktywnego ma wpływ na sztywność modułu w stanie wzniesionym.

Przyjmując, że bazowy układ prętów i cięgien jest wystarczająco sztywny, można każdy czworoscienne moduły tensegrity zastąpić jego modelem bryłowym, co przedstawia (rys. 1).

¹ zbieniek@prz.edu.pl

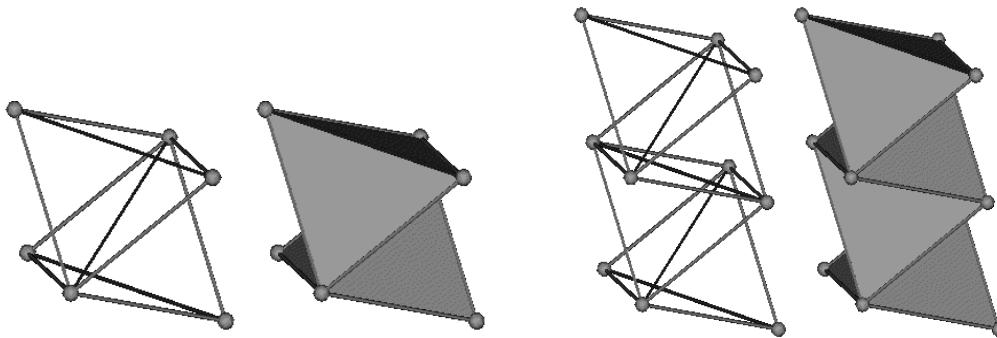


Rys.1. Model ideowy, krawędziowy i bryłowy czworosciennego modułu tensegrity

2. WYPEŁNIANIE PRZESTRZENI MODUŁAMI TENSEGRITY

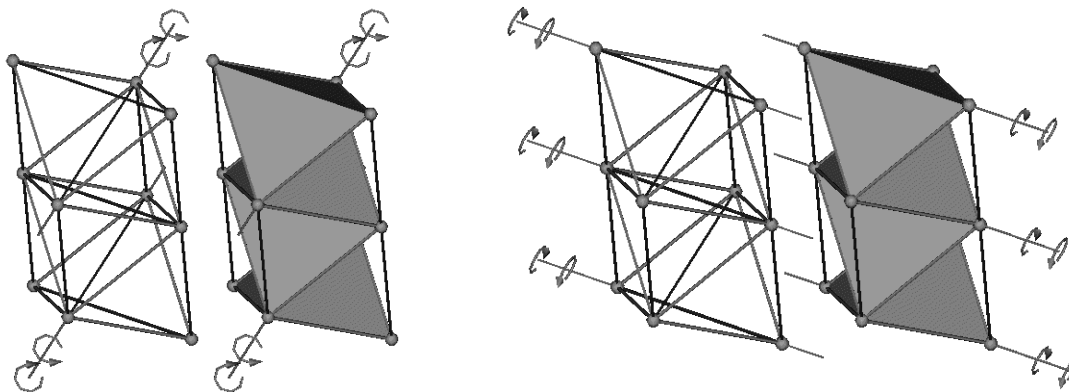
Problem kształtowania samodzielnie sztywnej struktury ciągnowo-prętowej, stanowiącej zespół czworosciennych modułów tensegrity, może być postawiony wprost - jako zadanie dotyczące wypełnienia przestrzeni wielościanami. W tym przypadku, wystarczy połączyć 'ściana w ścianę' dowolną liczbę modułów. Jednakże gęstość upakowania prętów, cięgien i węzłów tworzących modułarny zespół jest zbyt wysoka aby uznać konstrukcję za lekką, oraz łatwą do rozkładania i składania w ciasną wiązkę.

Okazuje się, że gęstość takiej struktury można wyraźnie zmniejszyć stosując łączenie modułów 'krawędź w krawędź', pokazane na (rys. 2).



Rys.2. Łączenie modułów 'krawędź w krawędź'

Każda krawędź wspólna dla dwóch zestawianych modułów spełnia rolę osi, wokół której mogą się obracać obydwie komórki tensegrity. Taki geometrycznie zmienny układ można przekształcić w układ sztywny dodając dwa cięgna do każdej pary modułów tensegrity, co ilustruje (rys. 3). W pokazanej konstrukcji, każdy wspólny węzeł przegubowo łączy końce tylko dwóch prętów i sześciu lub siedmiu cięgien. Jak widać, liczba prętów, oraz węzłów i cięgien wewnętrznych, jest dwukrotnie mniejsza niż przy łączeniu modułów 'ściana w ścianę'.



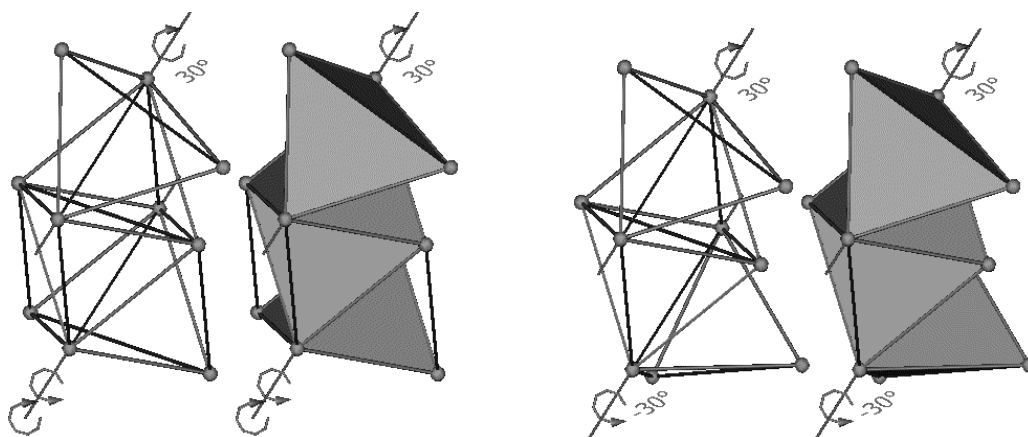
Rys.3. Idea przekształcania układu geometrycznie zmiennego w układ sztywny

Łącząc w podany sposób określoną liczbę samodzielnie sztywnych komórek ciągnowo-prętowych można zbudować np. bardzo lekki, prostoliniowy maszt lub dźwigar tensegrity o wymaganej długości i sztywności. Cała struktura pozostaje nadal samodzielnie sztywna i pozwala w razie potrzeby składać się w ciasną wiązkę. Składanie i wnoszenie konstrukcji tego typu może odbywać się wielokrotnie, bez dodatkowych operacji montażowych, dzięki luzowaniu i naprężaniu wszystkich cięgien czynnych.

Na (rys. 4) pokazano, jak łatwo można przekształcić dźwigar prostoliniowy w dźwigar łukowy płaski lub przestrzenny. Pozwala na to szeroki zakres regulacji kątów obrotu sąsiednich modułów tensegrity względem wspólnych krawędzi. Każdy obrót może teoretycznie sięgać $\pm 90^\circ$.

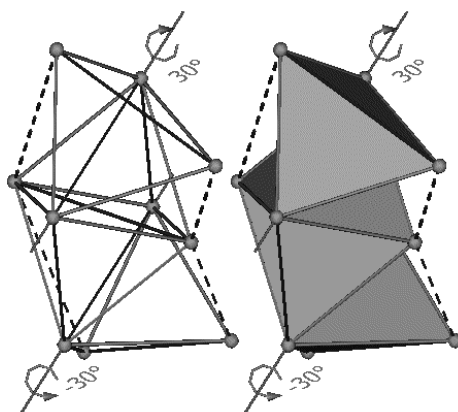
Przedstawiony po prawej stronie (rys. 4) układ czterech modułów jest rezultatem obrócenia skrajnych komórek względem dwu równoległych osi, odpowiednio o kąty $+30^\circ$ i -30° .

Aby podobne transformacje można było skutecznie realizować, konieczne są zmiany długości poprzednio dodanych cięgien usztywniających, co widać na (rys. 5).



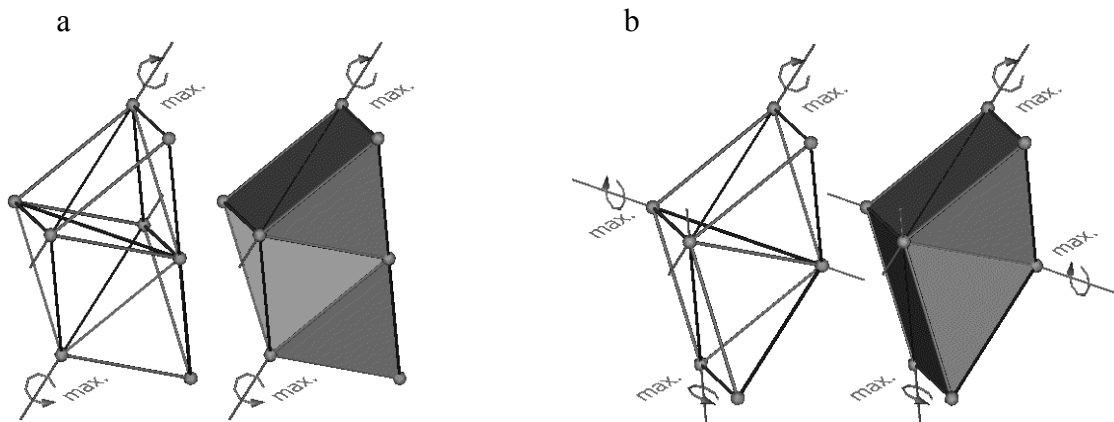
Rys.4. Idea przekształcania dźwigara prostoliniowego w dźwigar łukowy

Kiedy w każdej parze cięgien wzrasta długość jednego z nich, to długość drugiego cięgna musi odpowiednio zmaleć aby została zachowana sztywność całej struktury. Dokonując maksymalnego obrotu modułów takiego zestawu, np. według porządku zadanego na (rys. 6), można doprowadzić do układu modułów, który jest bliski opisanemu wcześniej połączeniu ‘ściana w ścianę’. Pełna zgodność wymaga zjednoczenia wszystkich cięgien i węzłów należących do łączonych ścian. Jednocześnie, efektem opisanego zabiegu jest zredukowana o połowę objętość zajmowana przez wyjściowy zestaw z (rys. 3). Tym sposobem można w zespolonych modułach dowolnie wybierać osie obrotu, płynnie zmieniając np. położenie końców dźwigara względem siebie, sterując długością wybranych par cięgien.

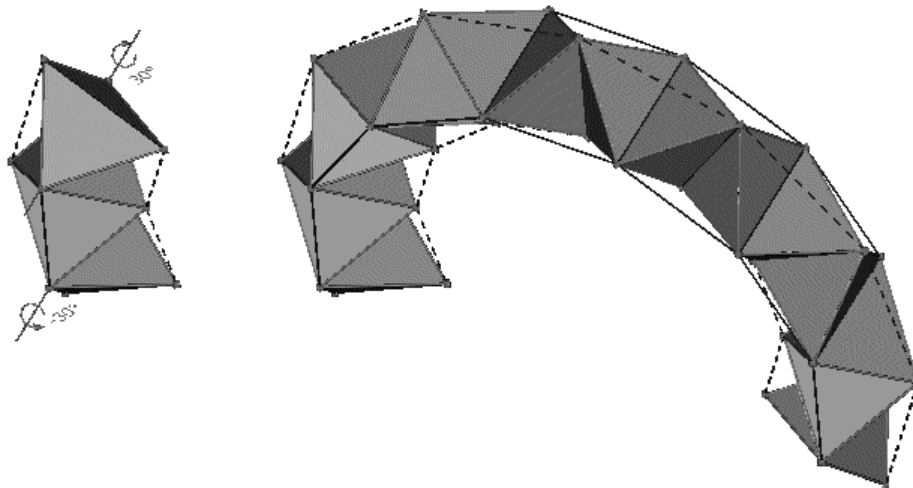


Rys.5. Idea przekształcania dźwigara prostoliniowego w dźwigar łukowy

Jest to bardzo użyteczna własność, mogąca znaleźć różnorodne zastosowanie, m.in. w ramionach robotów i manipulatorach. Jeśli zostanie rozbudowana przykładowa konfiguracja modułów tensegrity pokazana na (rys. 5), to w efekcie powstanie jeden z wielu możliwych kształtów dźwigara łukowego, patrz (rys. 7).



Rys.6. Idea składania dźwigara prostoliniowego w układ bliski połączeniu 'ściana w ścianę'



Rys.7. Przykładowy kształt dźwigara łukowego

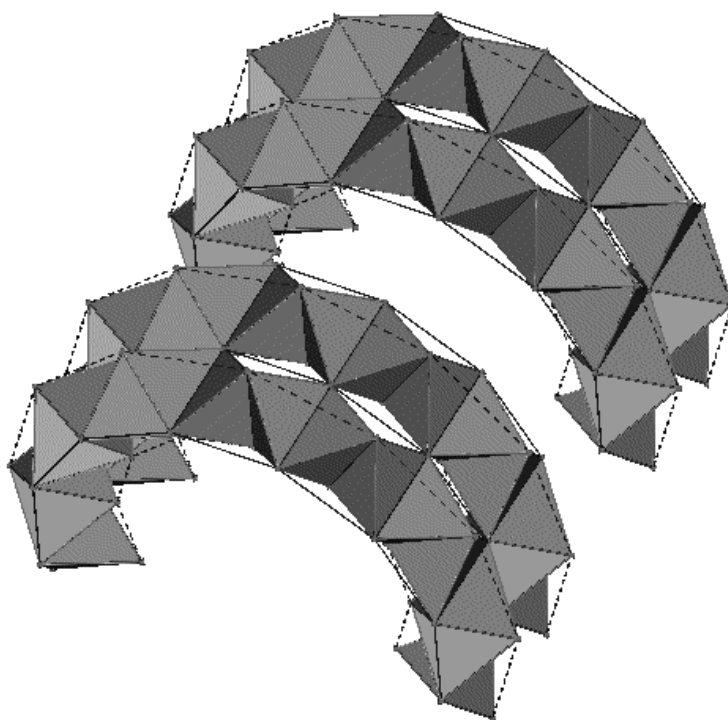
Warto podkreślić, że wszystkie kąty obrotu mają jednakową wartość bezwzględną, oraz wszystkie eksploatowane osie obrotu są do siebie równoległe. Natomiast osie obrotu sąsiednich modułów muszą być zawsze wzajemnie prostopadłe. Zmianom podlegają jedynie długości cięgien położonych najdalej i najbliżej środka okręgu, którego kształt przybliża dźwigar łukowy. Reszta cięgien nie zmienia swojej długości. Ukształtowane w jednakowy sposób dźwigary połączone 'naroże w naroże' w strukturę o dowolnej liczbie czworościanów, czego ilustracją jest (rys. 8), mogą służyć jako konstrukcja nośna lekkich, łatwych do magazynowania, transportu i rozkładania w dowolnym miejscu, wielkogabarytowych sklepień, np. walcowych.

Zauważmy na (rys. 9), że jeśli podobna zmiana długości będzie dotyczyć pozostałych cięgien, to zniknie równoległość osi eksploatowanych poprzednio, a osie obrotu sąsiednich modułów będą nadal prostopadłe względem siebie.

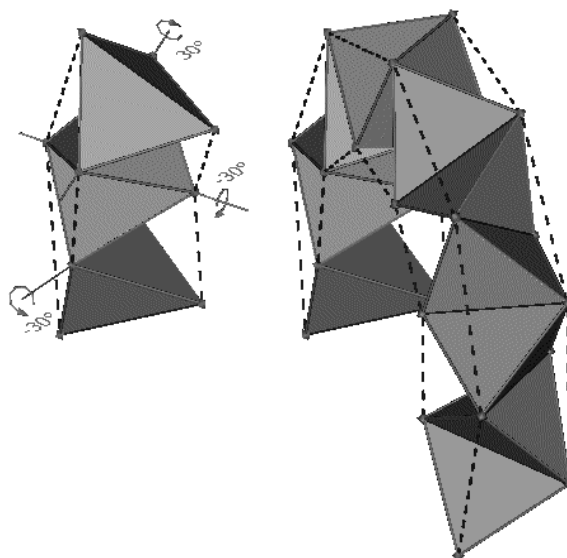
Ponadto, w otrzymanej strukturze tensegrity wszystkie cięgna o zmodyfikowanej długości wraz ze wszystkimi modułami tensegrity utworzą nową konfigurację przestrzenną. Cała konstrukcja ma nadal postać i cechy użytkowe dźwigara łukowego, ale wzajemny układ modułów uległ wyraźnej zmianie. Można to ocenić porównując ze sobą (rys. 10a) i (rys. 10b).

3. PODSUMOWANIE

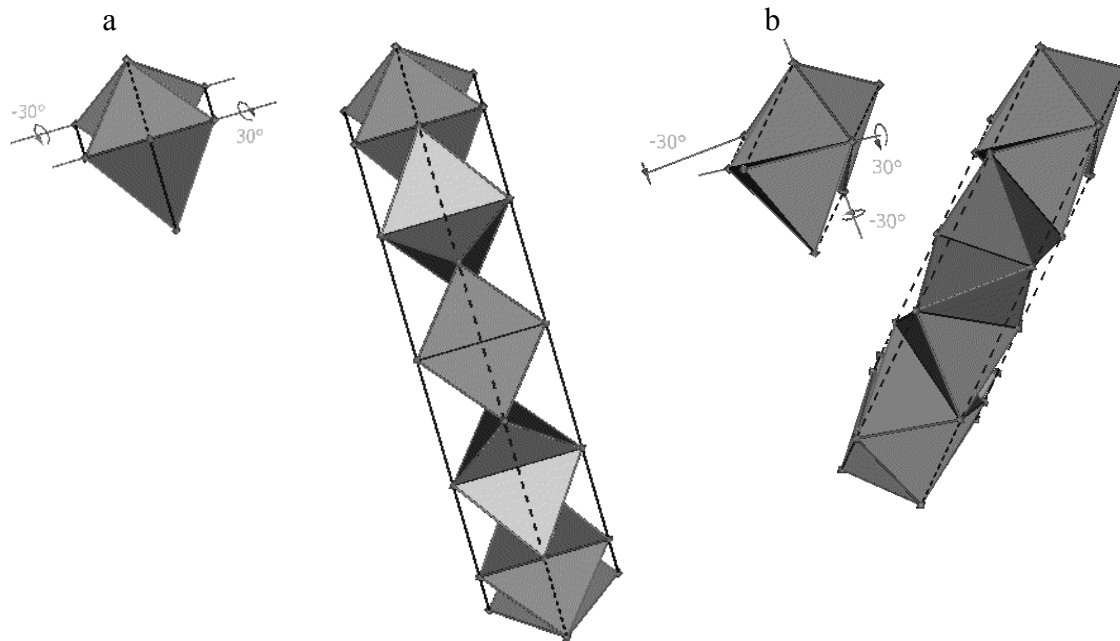
Struktury przedstawione na (rys. 7) i (rys. 9) zbudowano z identycznej liczby i kształtu czworościennych modułów tensegrity. Zespoły takich modułów można formować na wiele innych sposobów, np. zgodnie z bieżącym przeznaczeniem montowanej konstrukcji, odpowiednio komponując i łącząc komórki tensegrity oraz dobierając długości dodatkowych cięgien usztywniających strukturę. Możliwe jest przeobrażenie kształtu zewnętrznego wzniesionej już konstrukcji, nie wymagające dodatkowych prac montażowych, realizowane przez skoordynowaną i płynną zmianę długości odpowiednich cięgien usztywniających. Co więcej, aby dostroić sztywność całej struktury do działającego obciążenia zewnętrznego, lub wyregulować strukturę uszkodzoną, można zastosować tą samą technikę zmiany długości cięgien.



Rys.8. Przykład konstrukcji nośnej walcowego sklepienia tensegrity



Rys.9. Przykładowy kształt dźwigara łukowego



Rys.10. Porównanie przykładowych konfiguracji pasów i kształtu dźwigara łukowego

Piśmiennictwo

- [1] Bieniek Z.: „Rozwój teoretycznych koncepcji kształtowania samodzielnie sztywnych układów prętowo-ciężnowych: Część IV. Układy o nieciągłej sieci ciężien”, XX Międzynarodowa Konferencja Naukowo-Techniczna EKOMILITARIS 2006, Zakopane, 4-8 września 2006, s.128-137

TETRAHEDRAL CABLE-BAR SYSTEMS IN CONSTRUCTION OF MODULAR TENSEGRITY STRUCTURES

Summary

A tensegrity structure is an assembly of bars and cables that can be transformed from a closed compact configuration to a predetermined expanded form of a complete stable structure capable of supporting loads. Tetrahedral self-rigid cable-bar modules with a discontinuous network of cables are strong, light and foldable. Modular tensegrity structures are of particular interest for large deployable structures due to extremely low mass afforded by the absence of bending moments in the compression members and by the potential ease of storage and deployment of the flexible tension elements and the short compression ones. When tensioning links are elongated, all cables are slack and the deployable tensegrity structure collapses into a bundle. The same deployment technique can also make small adjustments for fine tuning of loaded structures, or adjustment of a damaged structure. The modular tensegrity structures that can be more precisely modelled than conventional tensegrity, can be controlled more precisely.

**MECHANIKA MATERIAŁÓW
I KONSTRUKCJI**

Wojciech ANDRZEJEWSKI¹
Magdalena RUCKA²
Katedra Mechaniki Budowli i Mostów
Wydział Inżynierii Lądowej i Środowiska
Politechnika Gdańska

WYZNACZANIE CZĘSTOŚCI DRGAŃ WŁASNYCH OBIEKTÓW MOSTOWYCH NA PODSTAWIE REJESTRACJI DRGAŃ PRZEJEŹDŻAJĄCEGO POJAZDU

STRESZCZENIE

W artykule przedstawiono metodę wyznaczenia częstości drgań własnych konstrukcji mostowej wyłącznie poprzez rejestrację drgań przejeżdżającego po niej pojazdu. Symulacje numeryczne przeprowadzono dla trzech schematów statycznych belek. W wyniku analiz zidentyfikowano częstości drgań własnych poprzez wykonanie transformaty Fouriera obliczonych sygnałów przyspieszeń.

SŁOWA KLUCZOWE: dynamika konstrukcji, konstrukcje mostowe, obciążenie ruchome, analiza numeryczna MES

1. WSTĘP

Wyznaczenie dynamicznych parametrów konstrukcji inżynierskich jest źródłem wielu informacji o stanie technicznym oraz poprawności wykonania obiektu. Na ich podstawie możliwe jest określenie takich wielkości jak jego sztywność czy poprawność rozłożenia masy. Jedną z najpopularniejszych metod badania własności dynamicznych jest analiza modalna danej struktury. Głównymi metodami analizy modalnej są eksperymentalna oraz eksploatacyjna analiza modalna. O eksperymentalnej analizie modalnej mówimy wówczas, gdy siła wymuszająca jest znana (np. siła impulsowa przyłożona za pomocą młotka modalnego lub siła harmoniczna przyłożona z użyciem wzbudnika drgań). Rejestracji podlegają zarówno wejście czyli siła wymuszająca, jak i wyjście, czyli odpowiedź konstrukcji. W przypadku eksploatacyjnej analizy modalnej ruch obiektu spowodowany jest wymuszeniami eksploatacyjnymi (np. wiatr, ruch kołowy), zaś mierzona jest wyłącznie odpowiedź konstrukcji. W obydwu podejściach – eksperymentalnej i eksploatacyjnej analizie modalnej – wymagany jest pomiar drgań konstrukcji za pomocą przewodowych (np. akcelerometr) lub bezprzewodowych (np. dalmierz laserowy czy też wibrometr) czujników pomiarowych. Aby uniknąć konieczności montowania czujników

¹ andrzejewski.w@gmail.com

² mrucka@pg.gda.pl

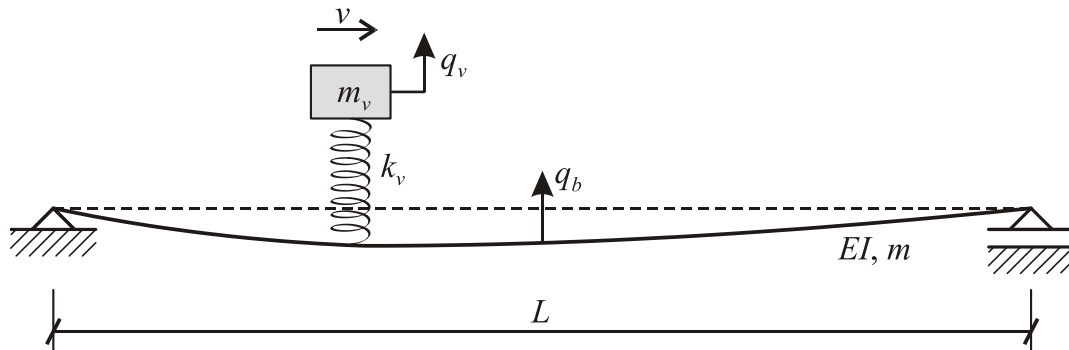
pomiarowych do konstrukcji, możliwe jest wyznaczenie częstości drgań własnych konstrukcji mostowej z wykorzystaniem przejeżdżającego po niej ze stałą prędkością pojazdu. Podejście to polega na rejestracji drgań jedynie przejeżdżającego pojazdu.

Analiza dynamiczna konstrukcji pod wpływem ruchomego obciążenia jest przedmiotem wielu naukowych badań. Przy wymuszeniu obciążeniem ruchomym możliwa jest identyfikacja rozkładu sztywności konstrukcji 0 czy też wykrywanie uszkodzeń 0 . Rozwiązaniom numerycznym ruchomych obciążeń inercyjnych poświęcona jest praca 0 . Badania dynamiczne układu most-pojazd oraz ich zastosowanie w wyznaczaniu parametrów dynamicznych konstrukcji zostało zapoczątkowane w pracach 0 i 0 . W pracach tych przeprowadzono analizy numeryczne dla belki swobodnie podpartej. W późniejszym okresie przeprowadzone zostały badania na rzeczywistym obiekcie mostowym 0 , które miały na celu weryfikację przyjętych założeń.

Celem niniejszego artykułu jest analiza możliwości wyznaczenia częstości drgań własnych konstrukcji mostowej wyłącznie poprzez rejestrację drgań przejeżdżającego po niej pojazdu dla różnych typów układów statycznych konstrukcji mostowych. Wyznaczenie częstości drgań odbywa się poprzez zastosowanie transformaty Fouriera obliczonych sygnałów przyspieszeń.

2. SFORMUŁOWANIE ANALITYCZNE UKŁADU MOST-POJAZD

W niniejszej sekcji wyprowadzono analityczne sformułowanie drgań układu most-pojazd od obciążenia ruchomego. Wyprowadzenie zostało wykonane na podstawie pracy [4]. Rozwiązanie analityczne opisuje uproszczony model, w którym pojazd zdefiniowano jako układ o jednym stopniu swobody o masie m_v podparty na sprężynie o sztywności k_v . Oscylator harmoniczny porusza się z prędkością v po belce swobodnie podpartej o masie na metr bieżący m , sztywności EI i długości L . Rozpatrywany układ przedstawiono na rysunku 1.



Rys. 1. Rozpatrywany układ most-pojazd

2.1. Sformułowanie równań ruchu i działających sił

Równania ruchu dla oscylatora harmonicznego poruszającego się wzdłuż belki można zapisać jako:

$$m_v \ddot{q}_v + k_v q_v = k_v u|_{x=vt}, \quad (1)$$

$$m \ddot{u} + EI u^{IV} = p(x, t), \quad (2)$$

gdzie $q_v(t)$ oznacza pionowe przemieszczenie pojazdu zaś $u(x, t)$ jest przemieszczeniem pionowym mostu. Siła działająca na most $p(x, t)$ przyłożona w punkcie o współrzędnej $x = vt$ jest zdefiniowana przy użyciu funkcji delty Diraca $\delta(x)$ oraz siły kontaktowej $f_c(t)$ pomiędzy oscylatorem a belką:

$$p(x,t) = f_c(t)\delta(x-vt), \quad (3)$$

$$f_c(t) = k_v(q_v - u|_{x=vt}) - m_v g. \quad (4)$$

2.2 Rozwiązanie analityczne układu o jednym dynamicznym stopniu swobody

W poniższym rozwiązaniu odpowiedź dynamiczna belki została opisana z zastosowaniem jednego dynamicznego stopnia swobody. Przemieszczenie belki $u(x,t)$ może być zatem zapisane jako:

$$u(x,t) = q_b(t) \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right), \quad (5)$$

gdzie $q_b(t)$ oznacza współrzędną uogólnioną (przemieszczenie środka belki) opisującą pierwszą postać drgań. Po podstawieniu zależności (5) do równań (1) oraz (2) otrzymujemy:

$$m_v \ddot{q}_v + \omega_v^2 m_v q_v - \omega_v^2 m_v \sin\left(\frac{\pi vt}{L}\right) q_b = 0, \quad (6)$$

$$\frac{mL}{2} \ddot{q}_b + \frac{mL}{2} \omega_b^2 q_b + \omega_v^2 m_v \sin^2\left(\frac{\pi vt}{L}\right) q_b - \omega_v^2 m_v \sin\left(\frac{\pi vt}{L}\right) q_v = -m_v g \sin\left(\frac{\pi vt}{L}\right), \quad (7)$$

gdzie ω_v jest częstością drgań własnych pojazdu, zaś ω_b częstością drgań własnych belki:

$$\omega_v = \sqrt{\frac{k_v}{m_v}}, \quad \omega_b = \frac{\pi^2}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{m}}. \quad (8)$$

Zakładając, że masa pojazdu jest znacznie mniejsza niż masa mostu, tj. $m_v / mL \ll 1$, równanie (7) można przekształcić do postaci:

$$\ddot{q}_b + \omega_b^2 q_b = -\frac{2m_v g}{mL} \sin\left(\frac{\pi vt}{L}\right). \quad (9)$$

Przy założeniu zerowych warunków początkowych, rozwiązanie równania (9) jest postaci:

$$q_b(t) = \frac{\Delta_{st}}{1-S^2} \left(\sin\left(\frac{\pi vt}{L}\right) - S \sin(\omega_b t) \right), \quad (10)$$

gdzie Δ_{st} stanowi przybliżenie ugięcia statycznego środka rozpiętości belki swobodnie podpartej, zaś parametr S jest równy ilorazowi połowy częstotliwości przejazdu pojazdu $\omega_{dr} = 2\pi v / L$ i częstości drgań własnych belki ω_b :

$$\Delta_{st} = -\frac{2m_v g L^3}{\pi^4 EI}, \quad S = \frac{\pi v}{L \omega_b}. \quad (11)$$

Podstawiając równanie (10) do równania (6), a następnie wykorzystując całkę Duhamela, otrzymujemy końcowy wzór opisujący przemieszczenie pojazdu poruszającego się po belce ze stałą prędkością v :

$$q_v(t) = \frac{\omega_v \Delta_{st}}{2(1-S^2)} \left\{ \frac{1 - \cos(\omega_v t)}{\omega_v} - \frac{\cos\left(\frac{2\pi vt}{L}\right)\omega_v - \cos(\omega_v t)\omega_v}{\omega_v^2 - \left(\frac{2\pi v}{L}\right)^2} \right\} +$$

$$-S \frac{\omega_v \Delta_{st}}{2(1-S^2)} \left\{ \frac{\cos\left(\frac{\pi vt}{L} - \omega_b t\right)\omega_v - \cos(\omega_v t)\omega_v}{\omega_v^2 - \left(\frac{\pi v}{L} - \omega_b\right)^2} - \frac{\cos\left(\frac{\pi vt}{L} + \omega_b t\right)\omega_v - \cos(\omega_v t)\omega_v}{\omega_v^2 - \left(\frac{\pi v}{L} + \omega_b\right)^2} \right\}. \quad (12)$$

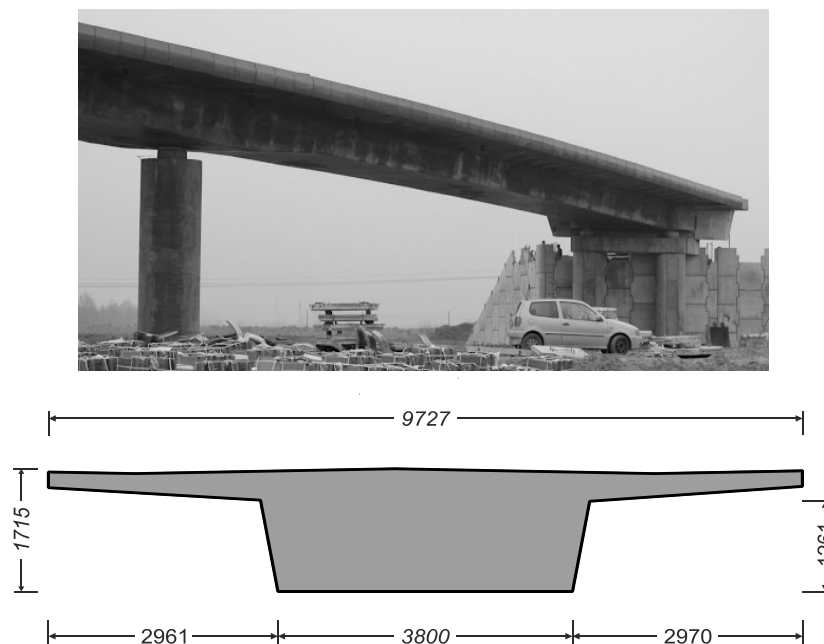
Widoczne jest zatem, że przemieszczenie (a tym samym prędkość i przyspieszenie) obliczone (lub pomierzone) na pojeździe zawiera cztery komponenty częstotliwościowe związane z następującymi częstościami kołowymi:

- częstość kołowa drgań własnych pojazdu $\omega_v = \sqrt{k_v / m_v}$,
- częstość kołowa przejazdu pojazdu $\omega_{dr} = 2\pi v / L$,
- przesunięta częstość kołowa drgań własnych belki $\omega_{s1} = \omega_b - \pi v / L$,
- przesunięta częstość kołowa drgań własnych belki $\omega_{s2} = \omega_b + \pi v / L$.

3. PRZYKŁAD NUMERYCZNY

3.1. Dane geometryczne i materiałowe

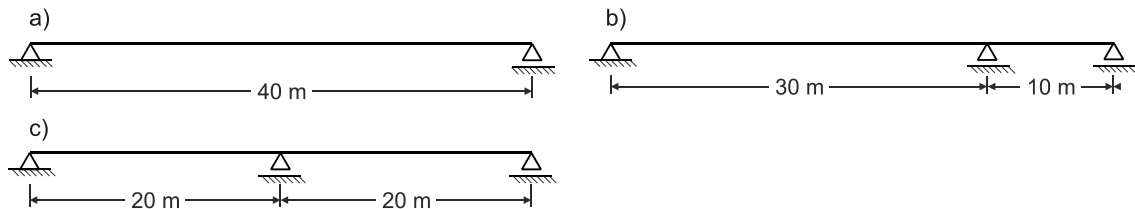
Przekrojem analizowanej belki jest rzeczywisty przekrój obiektu mostowego WD-7, wybudowanego w na ciągu Obwodnicy Południowej Gdańska na trasie Koszwały-Bogatka (rys. 2). Dla rozważanego przekroju moment bezwładności wynosi $I = 2.204 \text{ m}^4$, zaś pole przekroju $A = 8.542 \text{ m}^2$. Przyjęty materiał to beton o ciężarze objętościowym $\rho = 25 \text{ kN/m}^3$ i module sprężystości $E = 39.1 \text{ GPa}$. Stosując zastępczy model pojazdu w postaci masy m_v poruszającej się na sprężynie k_v z prędkością $v = 10 \text{ m/s}$, dobrano jego odpowiednie parametry jako $m_v = 2000 \text{ kg}$, $k_v = 700 \text{ kN/m}$.



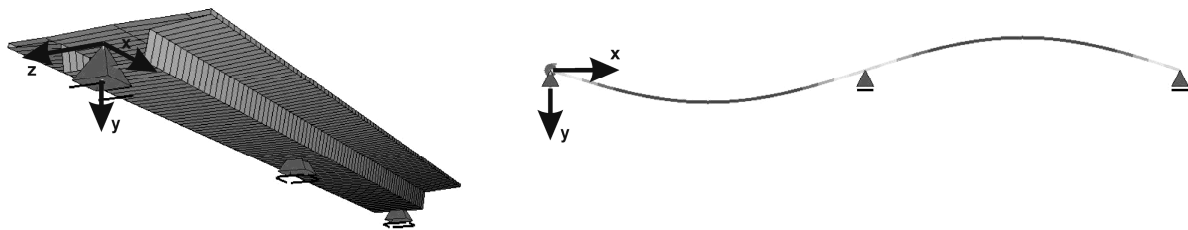
Rys. 2. Obiekt WD-7: fotografia oraz jego przekrój (wymiary w mm)

3.2. Model MES

Model numeryczny wykonano w programie SOFiSTiK, wykorzystującym metodę elementów skończonych. Zastosowano element ramy płaskiej o trzech stopniach swobody w węźle. Rozważano trzy schematy statyczne: układ *A* to belka swobodnie podparta o długości $L = 40$ m, układ *B* to belka ciągła o rozpiętości przęseł $L_1 = 30$ m oraz $L_2 = 10$ m, oraz układ *C* – dwuprzęsłowa belka ciągła o przęsłach równej rozpiętości $L_1 = L_2 = 20$ m (rys. 3, rys. 4). Każdy z układów został podzielony na 40 elementów skończonych.



Rys. 3. Schematy statyczne rozpatrywanych układów: a) układ *A*, b) układ *B*, c) układ *C*



Rys. 4. Wizualizacja układu *C* z zaznaczeniem rzeczywistego pola przekroju oraz jego pierwsza postać drgań własnych

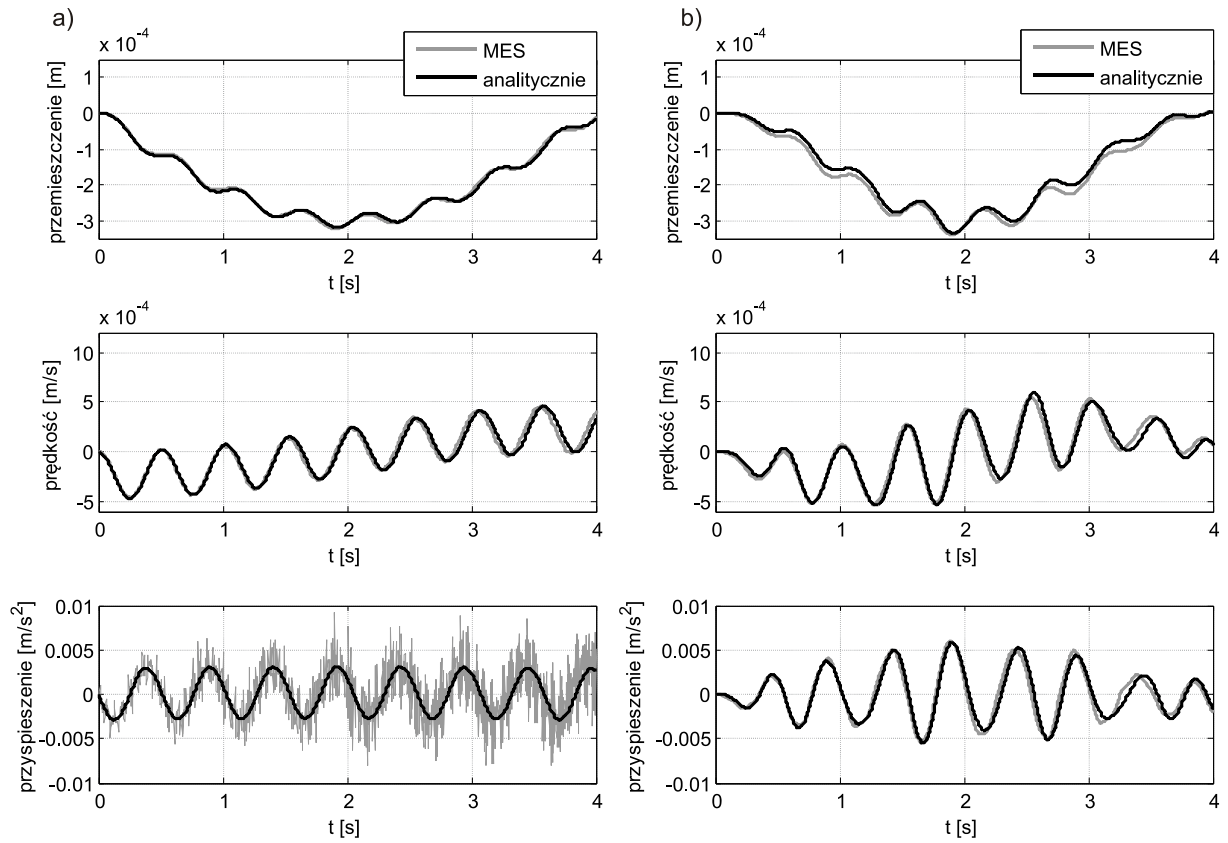
Definicja pojazdu w programie SOFiSTiK pozwala węzłowi, w którym przyłożona jest masa jedynie na ruch pionowy (zgodnie z kierunkiem działania siły grawitacji) w danych krokach czasowych. W węźle, w którym znajduje się masa zablokowane zostały obrotowe stopnie swobody. Rozwiązanie zagadnienia w module DYNA 0 polegało na niejawnym bezpośrednim całkowaniu równań ruchu z wykorzystaniem metody Newmarka-Wilsons. Obliczanie żądanych wielkości na końcu kroku czasowego $t + \Delta t$ przebiegało według wzorów 0:

$$\dot{u}(t + \Delta t) = \dot{u}(t) + \Delta t \left[(1 - \delta)\ddot{u}(t) + \delta\ddot{u}(t + \Delta t) \right], \quad (13)$$

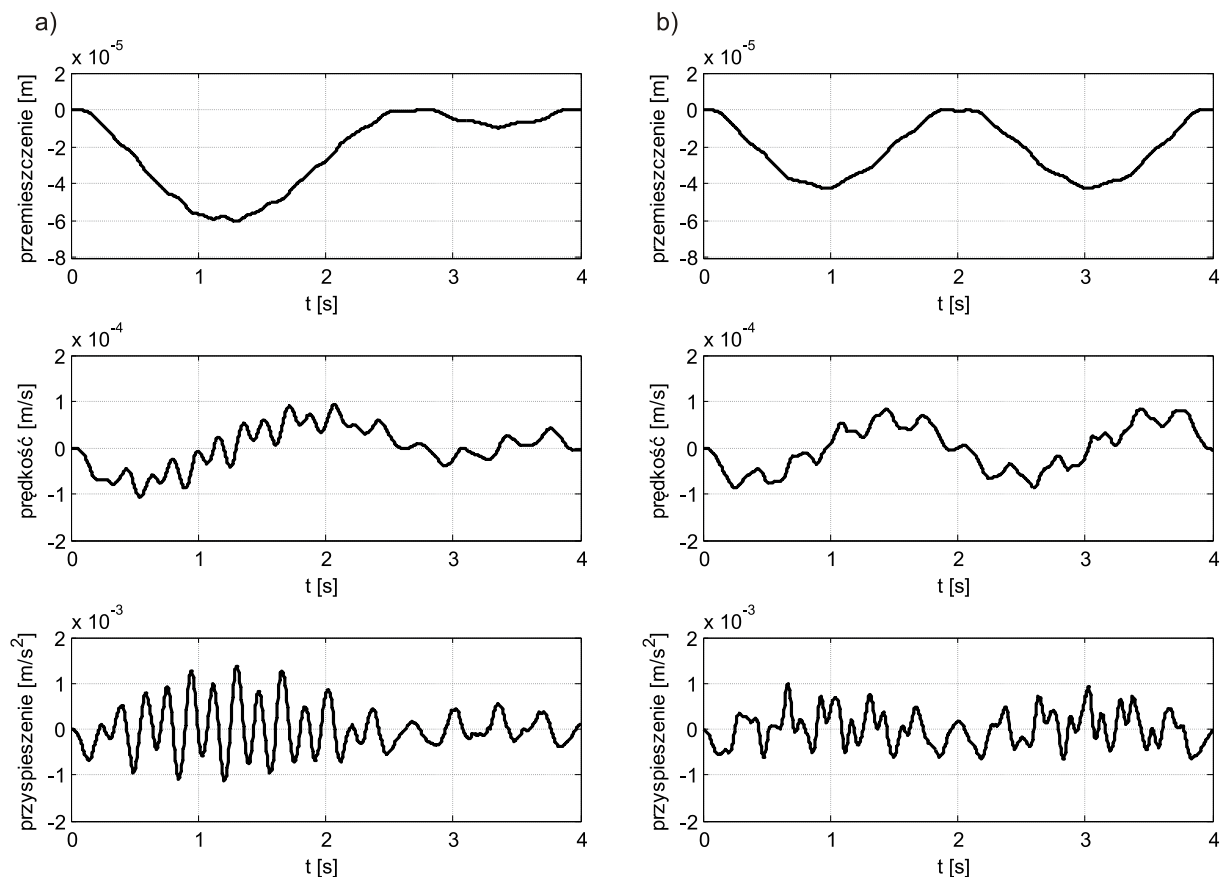
$$u(t + \Delta t) = u(t) + \dot{u}(t)\Delta t + \Delta t^2 \left[(0.5 - \beta)\ddot{u}(t) + \beta\ddot{u}(t + \Delta t) \right]. \quad (14)$$

3.3. Wyznaczanie częstości drgań własnych obiektu na podstawie drgań pojazdu

W pierwszym etapie obliczeń, wyznaczono przyspieszenia, prędkości i przemieszczenia trzech rozpatrywanych układów od poruszającego się obciążenia. W przypadku układu *A*, sygnały czasowe obliczono w środku rozpiętości belki, by możliwe było porównanie z rozwiązaniem analitycznym. Natomiast w przypadku układów *B* i *C* przyspieszenia były odczytane w środkach rozpiętości przęseł L_1 i L_2 . Na rysunku 5a sporządzono wykresy porównawcze przemieszczeń prędkości oraz przyspieszeń dla belki swobodnie podpartej (model *A*) w celu weryfikacji zgodności modelu numerycznego z rozwiązaniem analitycznym. Wykresy przemieszczeń i prędkości drgań dla obliczeń analitycznych z wykorzystaniem jednego stopnia swobody, jak i dla modelu MES są zgodne. Rozbieżność pomiędzy wynikami widoczna jest dla sygnałów przyspieszeń, gdyż wykres przyspieszeń uzyskany dla modelu MES o 41 węzłach zawiera informację o wyższych postaciach drgań. Dwie pierwsze częstotliwości drgań własnych rozważanych belek f_1 oraz f_2 zawarto w tabelicy 1.



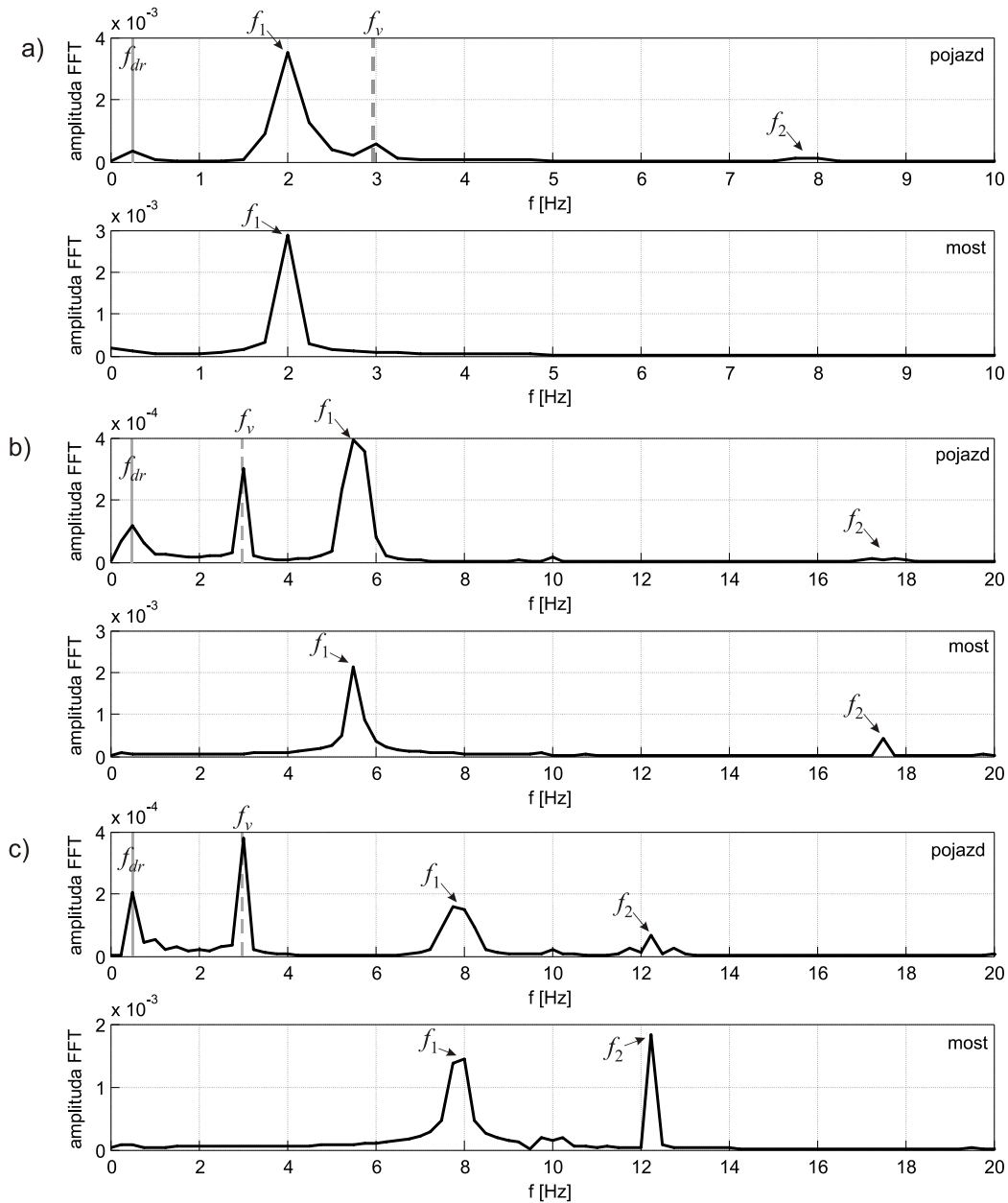
Rys. 5. Wykresy przemieszczeń, prędkości i przyspieszeń dla układu *A* : a) środka rozpiętości mostu; b) pojazdu



Rys. 6. Wykresy przemieszczeń, prędkości i przyspieszeń pojazdu uzyskane w wyniku obliczeń MES: a) układ *B*; b) układ *C*

Tablica 1. Zestawienie częstotliwości drgań własnych modelowanych układów

Układ	Opis układu	Częstotliwość f_1 [Hz]	Częstotliwość f_2 [Hz]
A	przęsło swobodnie podparte, $L = 40$ m	1.978	7.905
B	most dwuprzęsłowy, $L_1 = 30$ m, $L_2 = 10$ m	5.583	17.788
C	most dwuprzęsłowy, $L_1 = 20$ m, $L_2 = 20$ m	7.905	12.354



Rys. 7. Transformaty Fouriera sygnałów przyspieszeń pojazdu i mostu uzyskanych w wyniku obliczeń MES:
 a) układ A; b) układ B; c) układ C

Drugi etap obliczeń poświęcony został wyznaczeniu drgań pojazdu. Sygnały przemieszczeń, prędkości i przyspieszeń w punkcie przyłożenia masy m_v dla układu A pokazano na rys. 5b, zaś dla układów B i C na rys. 6. W celu wyznaczenia częstości drgań własnych rozpatrywanych układów, obliczone sygnały przyspieszeń zostały przetransformowane do dziedziny częstości za pomocą transformaty Fouriera. Na rys. 7a pokazano transformaty Fouriera sygnału zarejestrowanego na pojeździe oraz w środku rozpiętości mostu. W transformacie Fouriera przyspieszeń pojazdu widoczna jest częstości drgań własnych

pojazdu $f_v = 2.9775$ Hz, częstotliwość przejazdu pojazdu $f_{dr} = 0.25$ Hz oraz dwie częstotliwości drgań własnych f_1 i f_2 . Częstotliwość f_2 zarejestrowana na pojeździe, nie występuje w sygnale z mostu, gdyż druga postać drgań w środku rozpiętości ma zerową amplitudę drgań. Transformaty Fouriera dla sygnałów przyspieszeń obliczonych w układach B i C , pokazano odpowiednio na rys. 7b oraz 7c. Dla obu układów B i C , przyspieszenie zostało obliczone w środku rozpiętości lewego przęsła. W układach B i C częstotliwość drgań własnych pojazdu jest mniejsza niż wyznaczone częstotliwości drgań. Jednakże w obu przypadkach możliwa była jednoznaczna identyfikacja dwóch pierwszych częstotliwości drgań własnych.

4. PODSUMOWANIE

W pracy przedstawiono metodę wyznaczenia częstości drgań własnych obiektów mostowych na podstawie sygnałów przyspieszeń zarejestrowanych na poruszającym się ze stałą prędkością pojeździe. Wyznaczenie częstości drgań własnych wykonano poprzez zastosowanie transformaty Fouriera obliczonych sygnałów przyspieszeń. Obliczenia przeprowadzone zostały dla trzech modeli konstrukcji o jednakowej długości i odmiennych warunkach podparcia. Przeprowadzone badania numeryczne umożliwiły identyfikację dwóch pierwszych częstości drgań własnych we wszystkich badanych układach.

Zastosowana w pracy metoda może być zrealizowana w badaniach in situ poprzez przejazd samochodu z przyczepą. Pomiar przyspieszeń powinien być dokonywany na przyczepie. Opisywana metoda nie wymaga pomiaru drgań konstrukcji, jednakże przed jej zastosowaniem konieczny jest dobór parametrów przyczepy. Aby możliwe było jednoznaczne odczytanie żądanych wielkości, częstości drgań własnych przyczepy oraz obiektu nie powinny być sobie równe. W celu spełnienia tego warunku można dokonać dwóch przejazdów przez most, stosując w każdym z przejazdów przyczepę o innej sztywności lub masie.

Piśmiennictwo

- [1] Sieniawska R., Śniady P., Żukowski S.: Identification of the structure parameters applying a moving load. *Journal of Sound and Vibration* 319 (2009), pp. 355–365.
- [2] L. Majumder, Manohar C.S.: A time-domain approach for damage detection in beam structures using vibration data with a moving oscillator as an excitation source. *Journal of Sound and Vibration* 268 (2003), pp. 699–716
- [3] Dyniewicz B., Bajer C.: Symulacja komputerowa ruchomych obciążeń inercyjnych. *Drogi I Mosty*, nr 1/2010, s. 5–30.
- [4] Yang Y.B., Lin C.W., Yau J.D.: Extracting bridge frequencies from the dynamic response of a passing vehicle. *Journal of Sound and Vibration* 272 (2004), pp. 471–493.
- [5] Yang Y.B., Lin C.W.: Vehicle–bridge interaction dynamics and potential applications. *Journal of Sound and Vibration* 284 (2005), pp. 205–226.
- [6] Lin C.W., Yang Y.B.: Use of a passing vehicle to scan the fundamental bridge frequencies: An experimental verification. *Engineering Structures* 27 (2005), pp. 1865–1878.
- [7] DYNA. Dynamic Analysis, Version 12.74, SOFiSTiK AG, Oberschleissheim, 2010.

DETERMINATION OF NATURAL FREQUENCIES OF BRIDGE STRUCTURES BASED ON REGISTRATION OF PASSING VEHICLE VIBRATIONS

Summary

The paper presents a method for identification of natural frequencies based on registration of passing vehicle vibrations. Numerical simulations were performed for three types of beam structures. The Fourier transform was used to extract frequencies from acceleration signals.

Jarosław BEĆ¹
Tomasz LIPECKI²
Ewa BŁAZIK-BOROWA³
Politechnika Lubelska

BADANIA MODELOWE WPŁYWU STRUKTURY WIATRU NA OBCIĄŻENIE PIONOWYCH STRUKTUR KRATOWYCH Z UWZGLĘDNIENIEM WPŁYWU OBLODZENIA

STRESZCZENIE

W niniejszym referacie analizowano wpływ struktury wiatru na oddziaływanie wiatru na pionowe konstrukcje kratowe, takie jak wieże i trzony masztów z odciągami. Badania przeprowadzono w tunelu aerodynamicznym Laboratorium Inżynierii Wiatrowej Politechniki Krakowskiej. Wzięto pod uwagę 6 przypadków struktur przepływów o zróżnicowanych parametrach. Za pomocą pomiarów za pomocą wagi aerodynamicznej wyznaczono siły aerodynamiczne, a następnie na ich podstawie, współczynniki aerodynamiczne w odniesieniu do trzech typów konstrukcji. W pracy wykazano istotny wpływ struktury wiatru na oddziaływanie wiatru na konstrukcje tego typu.

SŁOWA KLUCZOWE: aerodynamika, wieże kratowe, maszty z odciągami, współczynniki aerodynamiczne, oblodzenie

1. WSTĘP

Oddziaływanie wiatru na konstrukcje kratowe, np. wieże lub trzony masztów z odciągami może być wyznaczone na podstawie przepisów normowych (0,0,0,0), za pomocą analizy komputerowej z wykorzystaniem metod komputerowej mechaniki płynów [5] lub przy pomocy metod eksperymentalnych. Ostatnia z metod, tj. badania w tunelu aerodynamicznym, jest często stosowana i dość dobrze poznana. W niniejszej pracy podjęty został problem oceny wpływu struktury wiatru na wielkość sił oddziaływania wiatru na konstrukcje kratowe typu wieżowego. Przedstawione zostały wyniki badań modelowych w tunelu aerodynamicznym w odniesieniu do konstrukcji tego typu przy zróżnicowanych charakterystykach przepływu, ze szczególnym uwzględnieniem wpływu chropowatości otaczającego terenu.

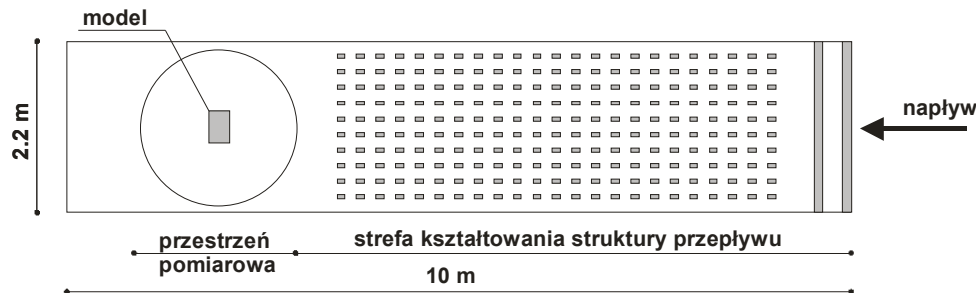
¹ j.bec@pollub.pl

² t.lipecki@pollub.pl

³ e.blazik@pollub.pl

2. OPIS PRZEPROWADZONYCH BADAŃ

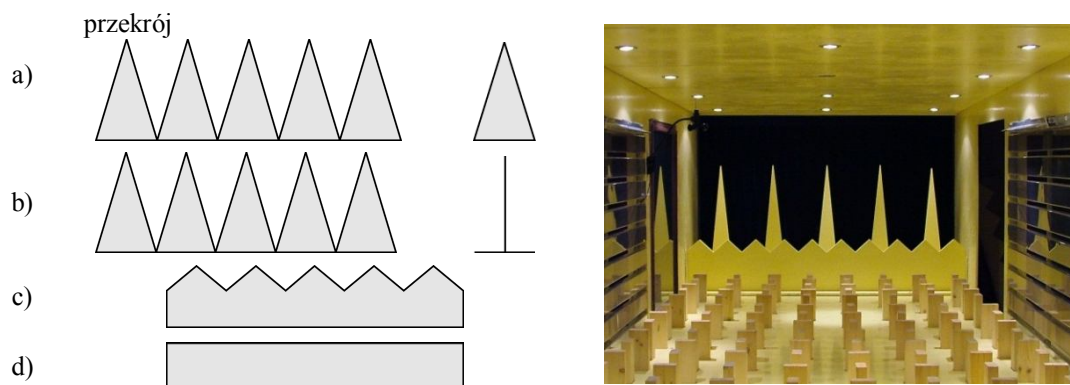
Badania zostały przeprowadzone w tunelu aerodynamicznym Laboratorium Inżynierii Wiatrowej Politechniki Krakowskiej. Podstawowe wymiary geometryczne przestrzeni pomiarowej to: szerokość – 2,20 m; wysokość – od 1,40 m na początku do 1,60 m na końcu przestrzeni pomiarowej; długość – 10 m (Rys. 1). Jest to tunel o obiegu mieszanym z możliwością modelowania warstwy przyściennej przepływu poprzez regulację parametrów przepływu za pomocą odpowiednio dobranych elementów: siatek turbulizacyjnych, iglic, barierek i klocków o regulowanej wysokości. Oznaczenia tych elementów przedstawiono w Tab. 1 i pokazano je na Rys. 2.



Rys. 1. Przestrzeń pomiarowa tunelu aerodynamicznego z modelem

Tablica 1. Oznaczenia używanych elementów formujących strukturę przepływu

Typ elementów	Wysokość elementów		
	80 cm	100 cm	120 cm
Iglice przestrzenne	iv8	iv10	iv12
Iglice płaskie	it8	it10	it12
	20 cm	30 cm	40 cm
Barierki zębate	bz2	bz3	bz4
Barierki proste	br2	br3	br4
	0 cm	10 cm	20 cm
Klocki	kl0	kl10	kl20



Rys. 2. Zastosowane elementy turbulizujące: a) iglice o przekroju trójkątnym, b) iglice płaskie, c) barierka zębata, d) barierka prosta. Z prawej: widok elementów turbulizujących w tunelu aerodynamicznym

Pomiary przeprowadzane były przy sześciu zestawach elementów turbulizujących i odpowiadających im pionowym profilom prędkości wiatru i profilom intensywności turbulencji, wybranych w wyniku wcześniejszych badań, spośród 45 analizowanych kombinacji elementów turbulizujących, w taki sposób, aby uzyskać zróżnicowane parametry struktury wiatru. Profile prędkości zostały opisane funkcjami potęgowymi:

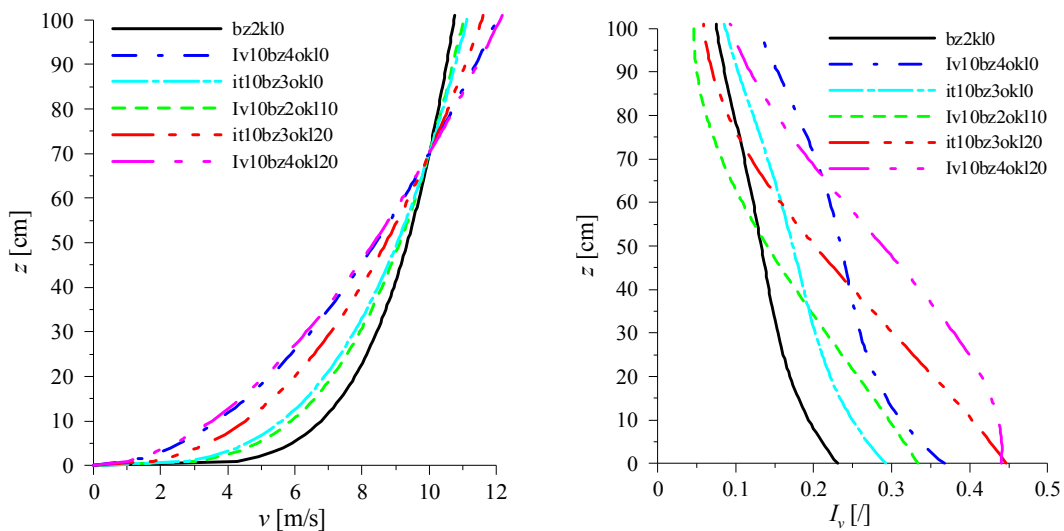
$$u(z) = k \cdot z^\alpha \text{ dla } z > z_{min}, \tag{1}$$

gdzie: k i α są wielkościami dobieranymi za pomocą metody najmniejszych kwadratów, z – wysokość mierzona w cm.

Prędkość otrzymana z tego wzoru wyrażona jest w m/s. W podobny sposób dobierano także inne parametry przepływu wiatru w tunelu aerodynamicznym, tj. profil intensywności turbulencji oraz funkcje gęstości widmowej mocy. Oznaczenia wybranych zestawów i parametry dopasowanych profili pionowych prędkości wiatru zestawiono w Tab. 2, zaś na Rys. 3 przedstawiono pionowe profile prędkości wiatru i intensywności turbulencji w tunelu aerodynamicznym w wybranych przypadkach.

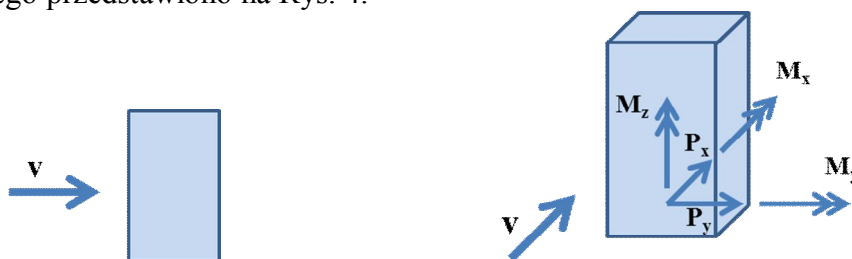
Tablica 2. Parametry wybranych pionowych profili prędkości wiatru

Profil	Symbol		k	α	z_{min}
1	<i>bz2kl0</i>	$u(z) = k \cdot z^\alpha$	4,26	0,20	1,70
2	<i>iv10bz4okl0</i>		2,42	0,32	0,55
3	<i>it10bz3kl0</i>		3,06	0,28	0,85
4	<i>iv10bz2okl10</i>		1,77	0,42	0,25
5	<i>it10bz3kl20</i>		1,13	0,52	0,10
6	<i>iv10bz4okl20</i>		0,87	0,55	0,07



Rys. 3. Profile średniej prędkości wiatru i intensywności turbulencji

Pomiary wykonano za pomocą pięcioskładnikowej tensometrycznej wagi aerodynamicznej, która umożliwiała pomiar dwóch składowych siły aerodynamicznej: siły oporu (\mathbf{P}_x – kierunek wzdłuż kierunku wiatru średniego) i siły bocznej (\mathbf{P}_y – kierunek poprzeczny do kierunku wiatru średniego) oraz trzech składowych momentu aerodynamicznego. Układ sił aerodynamicznych względem modelu i kierunku wiatru średniego przedstawiono na Rys. 4.



Rys. 4. Ustawienie modelu i układ składowych sił aerodynamicznych przy kącie napływu wiatru 0°

3. WYNIKI BADAŃ

Poniżej przedstawiony został opis badanych modeli, a także zaprezentowane zostały przykładowe wyniki przeprowadzonych pomiarów. Wyznaczone zostały siły aerodynamiczne działające na modele konstrukcji przy różnych kątach napływu wiatru. Na podstawie otrzymanych wartości można wyznaczyć odpowiednie funkcje sił aerodynamicznych względem kąta napływu wiatru. Wyniki pomiarów zestawiono w formie wykresów funkcji sił aerodynamicznych względem kąta napływu wiatru.

3.1 Modele kratowe bez oblodzenia

Przeprowadzone zostały pomiary na trzech sztywnych modelach kratowych:

- o przekroju kwadratowym trzonu wykonanego z elementów o przekrojach kwadratowych (*m_kw_10x10_kw*),
- o przekroju kwadratowym trzonu wykonanego z elementów o przekrojach okrągłych (*m_kw_10x10_cicr*),
- o przekroju trójkątnym trzonu wykonanego z elementów o przekrojach okrągłych (*m_tr_10x10_circ*),

Modele o wysokości 1 m i przekroju kwadratu lub trójkąta równobocznego wykonano w skali 1:20, przy długości boku przekroju trzonu równym 10 cm. Podstawowe dane geometryczne modeli zebrano w Tab. 3. Modele zostały również zaprezentowane na fotografiach (Rys. 5)

Tablica 3. Zestawienie sztywnych modeli ażurowych

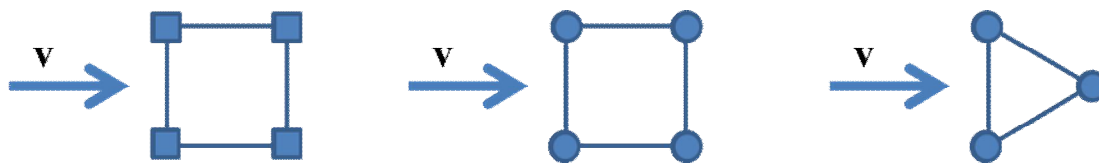
Model	Przekrój poprzeczny trzonu	Element	Przekrój elementu	Materiał
<i>m_kw_10x10_kw</i>	Przekrój kwadratowy 10 cm×10 cm×100 cm	Krawężnik	Kwadrat 10×10 mm	aluminium
		Skratowanie	Kwadrat 5×5 mm	mosiądz
<i>m_kw_10x10_cicr</i>	Przekrój kwadratowy 10 cm×10 cm×100 cm	Krawężnik	Okrągły 10 mm	aluminium
		Skratowanie	Okrągły 5 mm	aluminium
<i>m_tr_10x10_circ</i>	Przekrój trójkątny 10 cm×10 cm×100 cm	Krawężnik	Okrągły 10 mm	aluminium
		Skratowanie	Okrągły 5 mm	mosiądz



Rys. 5. Sztywne modele kratowe i ustawienie modelu w tunelu aerodynamicznym

W przypadku modeli kratowych o kwadratowym przekroju trzonu, wykonano badania całkowitych sił aerodynamicznych w funkcji kąta napływu wiatru w zakresie od 0° do 90° co 5° . Ustawienie przy kącie 0° odpowiada napływowi wiatru na jedną ze ścian trzonu (Rys. 6).

W odniesieniu do modelu kratowego o trójkątnym przekroju trzonu, wykonano badania całkowitych sił aerodynamicznych w funkcji kąta napływu wiatru w zakresie od 0° do 120° co 5° . Ustawienie przy kącie 0° odpowiada napływowi wiatru na jedną ze ścian trzonu (Rys. 6).



Rys. 6. Ustawienie modeli przy kącie napływu wiatru 0°

3.2 Modele kratowe z uwzględnieniem warstwy oblodzenia

Przy modelowaniu oblodzonych trzonów masztów lub wież kratowych wykorzystano modele sztywne konstrukcji. Model oblodzenia konstrukcji kratowej uzyskano za pomocą masy gipsowej. Warstwę oblodzenia uzyskiwano poprzez kilkukrotne zanurzenie całych modeli w zaczynie gipsowym. Model niesymetrycznego oblodzenia uzyskany został poprzez zawieszenie modeli masztów w poziomie w czasie tężenia masy gipsowej. Dodatkowe warstwy oblodzenia uzyskane zostały poprzez polewanie prętów modelu zaczynem gipsowym. Proces modelowania pokazano na Rys. 7, zaś końcowy widok modeli pokrytych warstwą oblodzenia oraz ich ustawienie w tunelu aerodynamicznym na Rys. 8.

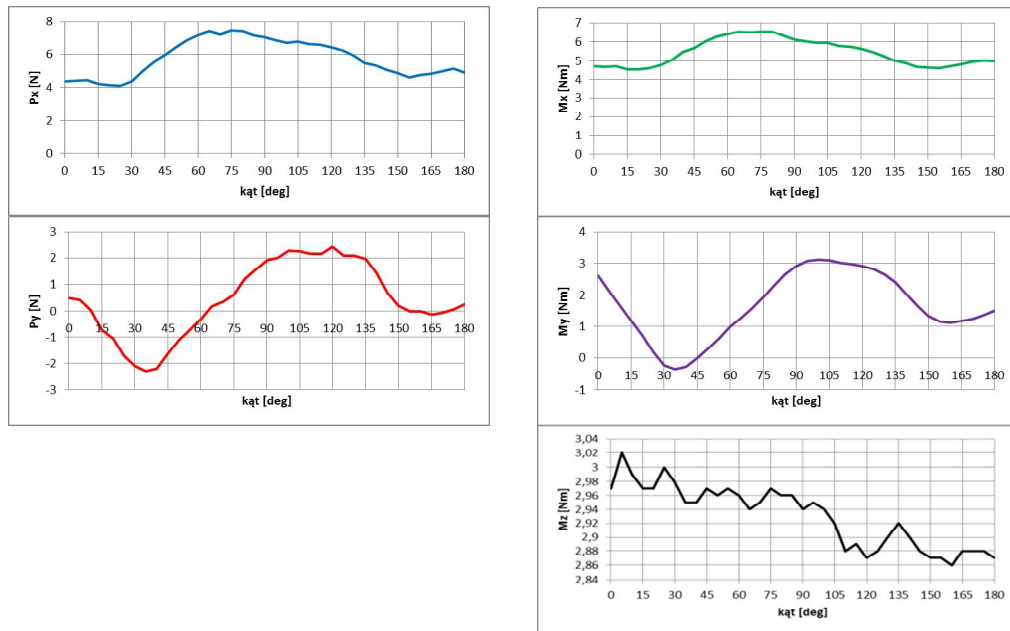


Rys. 7. Proces formowania oblodzenia na modelach kratowych



Rys. 8. Modele sztywne masztów z warstwą oblodzenia

Pomiary wykonano za pomocą pięcioskładnikowej wagi aerodynamicznej. Wyznaczone zostały siły oporu aerodynamicznego, aerodynamicznej siły bocznej oraz trzech składowych momentu aerodynamicznego przy różnych kątach napływu wiatru oraz odpowiednie współczynniki aerodynamiczne, podobnie jak w przypadku modeli nieoblodzonych, przy czym z uwagi na niesymetrię spowodowaną oblodzeniem, funkcje sił aerodynamicznych określono w zakresie od 0° do 180° co 5° . Przykładowe wykresy zostały przedstawione na Rys. 9.



Rys. 9. Przykładowe wykresy siły aerodynamicznych w funkcji kąta napływu wiatru na modelach kratowych z oblodzeniem (*11_tr_10x10_cir_bz2okl0* - model trzonu o przekroju trójkątnym wykonany z elementów o przekroju kołowym, funkcje pomierzone przy profilu wiatru *bz2okl0*)

4. WSPÓŁCZYNNIKI AERODYNAMICZNE

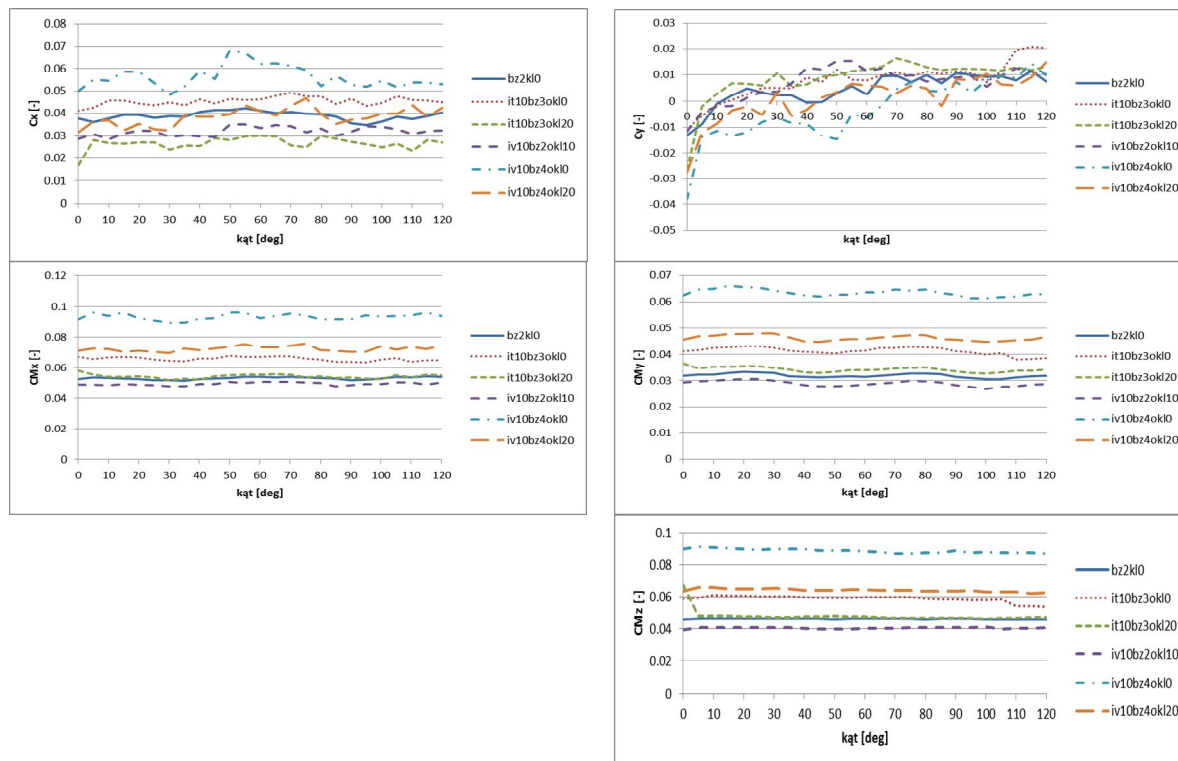
W oparciu o pomierzone funkcje zmienności sił aerodynamicznych, obliczone zostały współczynniki aerodynamiczne, zarówno w odniesieniu do modeli nieoblodzonych, jak i z warstwą modelującą oblodzenie. Wartości współczynników aerodynamicznych uzyskano przez podzielenie sił aerodynamicznych przez referencyjne ciśnienie prędkości wiatru pomierzone na wysokości 71 cm w przestrzeni pomiarowej tunelu w niezaburzonym przepływie przed modelami. Taka redukcja współczynników aerodynamicznych pozwala na ocenę wpływu struktury wiatru na otrzymane wyniki. Zastosowano następujący wzór 0,0:

$$C = F / (1/2 \rho v^2) \quad (2)$$

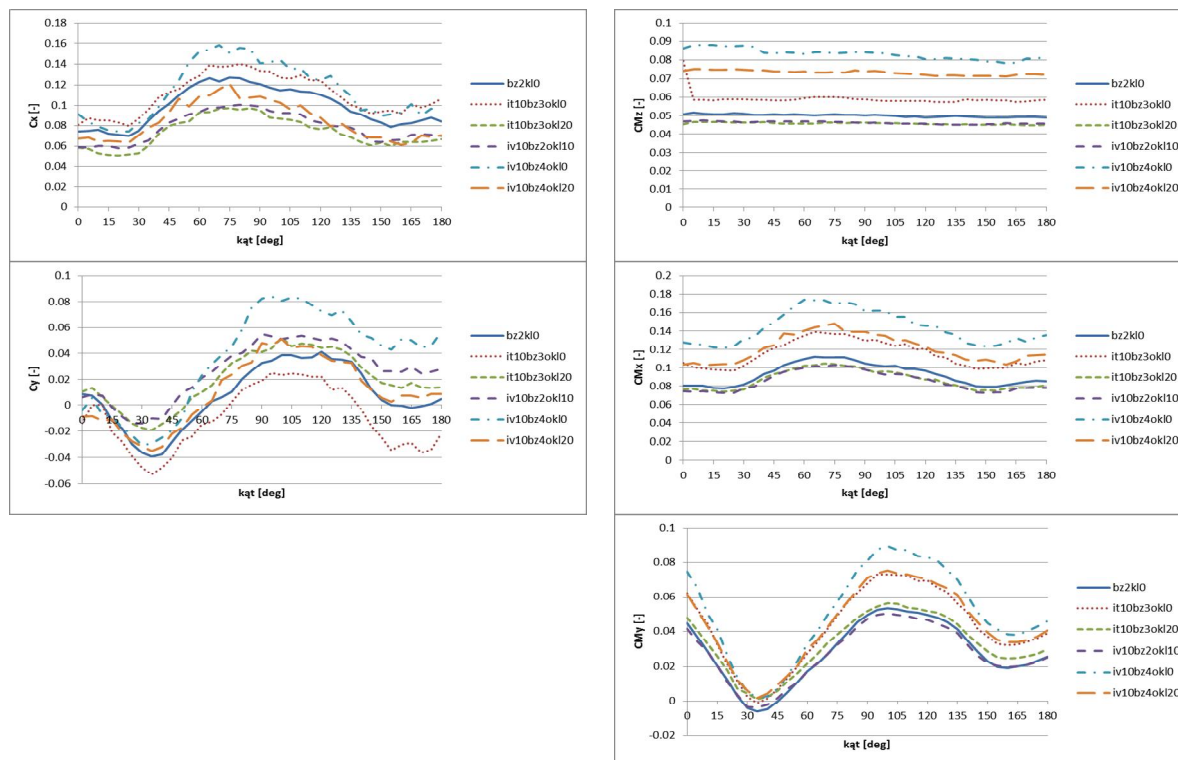
gdzie: C – współczynnik aerodynamiczny (C_x , C_y , C_{M_x} , C_{M_y} lub C_{M_z}), F – wartość odpowiedniej siły aerodynamicznej przy danym kącie napływu wiatru (P_x , P_y , M_x , M_y lub M_z), ρ – gęstość powietrza, v – referencyjna prędkość wiatru.

Na kolejnych rysunkach przedstawione zostały przykładowe współczynniki aerodynamiczne w odniesieniu do poszczególnych modeli konstrukcji przy wybranych zestawach elementów turbulizujących i odpowiadających im strukturach przepływów. Na Rys. 10 zamieszczono współczynniki aerodynamiczne w odniesieniu do modelu o przekroju trójkątnym zbudowanego z elementów o przekroju kołowym w 6 wybranych przypadkach przepływu, zaś na Rys. 11 przedstawiono współczynniki aerodynamiczne w odniesieniu do tej samej struktury przy uwzględnieniu warstwy modelującej oblodzenie.

Na podstawie przedstawionych przykładów można zaobserwować istotny wpływ struktury wiatru na oddziaływanie wiatru na konstrukcje tego typu. Wyraźnie widoczny jest także wpływ oblodzenia, który powoduje modyfikację oddziaływania wiatru nie tylko ilościową, ale istotna jest również zmiana charakteru tych funkcji związana z niesymetrią kształtu konstrukcji powstającą w wyniku oblodzenia.



Rys. 10. Wykresy współczynników aerodynamicznych – model *m_tr_10x10_cir*



Rys. 11. Wykresy współczynników aerodynamicznych – model *l1_tr_10x10_cir*

5. WNIOSKI

Na podstawie wykresów współczynników aerodynamicznych można wysnuć następujące wnioski:

- Obciążenie wiatrem jest zależne od struktury wiatru.
- Ponieważ wszystkie parametry struktury wiatru mają wpływ na otrzymane wyniki, nie jest możliwe określenie odpowiednich zależności jedynie na podstawie pomiarów. W dalszych badaniach planowane jest wykonanie analiz numerycznych, w których jednorazowo zmieniany będzie tylko jeden z parametrów struktury wiatru, co pozwoli na dokładniejsze określenie tych zależności.
- Działanie statyczne wiatru na maszt z krawężnikami o przekroju kwadratowym jest większe niż w odniesieniu do masztu z krawężnikami okrągłymi.
- Oblodzenie zwiększa powierzchnię oddziaływania wiatru, a więc zwiększa się także statyczne działanie wiatru.

Piśmiennictwo

- [1] EIA/TIA-222F: Structural Standards for Steel Antenna Towers and Antenna Supporting Structures, Electronic Industries Association, 2001.
- [2] ENV 1991-2-7. Eurocode 1: Basis of design and actions on structures – Part 2-4: Actions on structures – Wind actions, CEN 1995.
- [3] ENV 1993-3-1, Eurocode 3. Design of steel structures. Towers and masts, CEN 1997
- [4] ESDU 81028: Lattice structures. Part 2: Mean fluid forces on tower-like space frames, ESDU International LTD 1981.
- [5] Błazik-Borowa E., Bęc J., Wielgos P.: Calculating Aerodynamic Coefficients for Shafts of Guyed Masts. Environmental Effects On Buildings, Structures And People, Lublin 2007.
- [6] Flaga A.: Inżynieria wiatrowa. Podstawy i zastosowania. Arkady, Warszawa, 2008.
- [7] Flaga A., Błazik-Borowa E., Podgórski J.: Aerodynamika smukłych budowli i konstrukcji prętowo-ciężnowych. Wydawnictwo Politechniki Lubelskiej, 2004.

MODEL INVESTIGATIONS OF WIND INFLOW STRUCTURE INFLUENCE ON WIND ACTION ON LATTICE TOWER-LIKE STRUCTURES WITH RESPECT TO ICING

Summary

Wind inflow structure influence on wind action on vertical lattice structures like towers or shafts of guyed masts has been analysed. The research has been carried out in the wind tunnel of the Wind Engineering Laboratory of the Cracow University of Technology. Six cases of inflow structure of various characteristics have been taken into account. Aerodynamic forces have been obtained using aerodynamic balance, and aerodynamic coefficients have been calculated for three types of such lattice structures. Considerable influence of wind inflow structure parameters on wind action has been shown.

Daniel BURKACKI¹
Robert JANKOWSKI²
Politechnika Gdańska, Wydział Inżynierii Lądowej i Środowiska

BADANIA EKSPERYMENTALNE PARAMETRÓW DYNAMICZNYCH MODELI ZBIORNIKÓW STALOWYCH NA STOLE SEJSMICZNYM

STRESZCZENIE

Stalowe zbiorniki walcowe są niezwykle popularnymi konstrukcjami używanymi przy magazynowaniu produktów przemysłu naftowego i chemicznego. Ich bezpieczeństwo i niezawodność są kluczowe, ponieważ jakiegokolwiek uszkodzenie może nieść za sobą poważne konsekwencje. Celem niniejszego artykułu jest przedstawienie rezultatów badań eksperymentalnych na stole sejsmicznym dotyczących wyznaczenia parametrów dynamicznych modeli zbiorników stalowych z dachem stałym. W badaniach uwzględniono wpływ poziomu wypełnienia wodą. Wyniki badań wskazują, iż zwiększanie poziomu wypełnienia powoduje gwałtowny spadek częstotliwości drgań własnych oraz jednoczesny znaczny wzrost wartości współczynników tłumienia drgań.

SŁOWA KLUCZOWE: stalowy zbiornik walcowy, dach stały, stół sejsmiczny, badania eksperymentalne

1. WSTĘP

Stalowe zbiorniki walcowe o osi pionowej należą do najczęściej stosowanych konstrukcji magazynujących produkty przemysłu naftowego i chemicznego (zob. [1,2]). Ich bezpieczeństwo i niezawodność powinno być zatem zapewnione ze względu na fakt, iż ewentualne uszkodzenie konstrukcji może doprowadzić do pożaru substancji magazynowanej czy też skutkować skażeniem środowiska naturalnego, a nawet katastrofą ekologiczną. Bezpieczeństwo konstrukcji to również oporność na ekstremalne oddziaływania dynamiczne związane ze wstrząsami górnictwymi czy trzęsieniami ziemi [3]. Przy projektowaniu zbiorników na terenie Polski nie uwzględniania się obciążeń wyjątkowych w postaci wymuszeń sejsmicznych, natomiast w zakresie zjawisk związanych ze wstrząsami górnictwymi sformułowane są ogólne wytyczne projektowe (zob. [4-6]). Trzęsienia ziemi występują w naszym kraju stosunkowo rzadko, niemniej jednak mogą one powodować istotne uszkodzenia konstrukcji budowlanych. Przykładem mogą tu być dwa trzęsienia ziemi z roku 2004 (północno-wschodnia Polska – 21.09.2004 [7], Podhale – 30.11.2004 [8]). Z drugiej strony intensywna eksploatacja górnictwa

¹ daniel.burkacki@op.pl

² jankowr@pg.gda.pl

w Legnicko-Głogowskim Okręgu Miedziowym, Górnośląskim Zagłębiu Węglowym czy w kopalni Bełchatów może powodować wstrząsy zagrażające bezpieczeństwu konstrukcji (np. wstrząs górniczy w Polkowicach 20.02.2002).

Celem niniejszego artykułu jest przedstawienie wyników pierwszego etapu badań dotyczących odporności walcowych zbiorników stalowych na wstrząsy górnicze i trzęsienia ziemi mogące wystąpić w naszym kraju. Etap ten dotyczy określenia wpływu poziomu wypełnienia substancją magazynowaną na wartości dominujących częstotliwości drgań własnych i współczynników tłumienia drgań. Ze względu na trudności w wykonaniu takich badań na rzeczywistych obiektach przeprowadzono badania eksperymentalne na modelach zbiorników na stole sejsmicznym.

2. MODELE DOŚWIADCZALNE ZBIORNIKÓW

Na potrzeby badań eksperymentalnych wykonano dwa modele doświadczalne zbiorników z dachami stałymi (por. [9]). Pierwszy z nich to odwzorowany w skali 1:33 zbiornik o całkowitej pojemności 32.000 m³ zlokalizowany w Rafinerii Gdańskiej. Średnica modelu wynosi 1,5 m, natomiast wysokość jest równa 0,7 m (zob. rys. 1). Masa pustego modelu równa jest 86 kg, zaś w stanie pełnego dopuszczalnego wypełnienia wzrasta do 945 kg. Drugi model odwzorowuje w skali 1:23 zbiornik o pojemności 10.000 m³ znajdujący się w bazie paliw Koluszki. Średnica modelu jest równa 1,25 m, a wysokość wynosi 0,84 m (zob. rys. 2). Pusty zbiornik waży 71,4 kg, zaś przy pełnym dopuszczalnym wypełnieniu jego waga wzrasta do 922 kg. Dla obu przypadków modeli grubości blach dna, płaszcza i dachu wynoszą odpowiednio: 3 mm, 1,2 mm oraz 1,2 mm. Modele wykonano ze stali nierdzewnej. Zostały one zamocowane do platformy stoły sejsmicznego za pomocą osiemnastu śrub M10 (zbiornik o średnicy D=1,5 m) oraz czternastu śrub M10 (zbiornik o średnicy D=1,25 m).

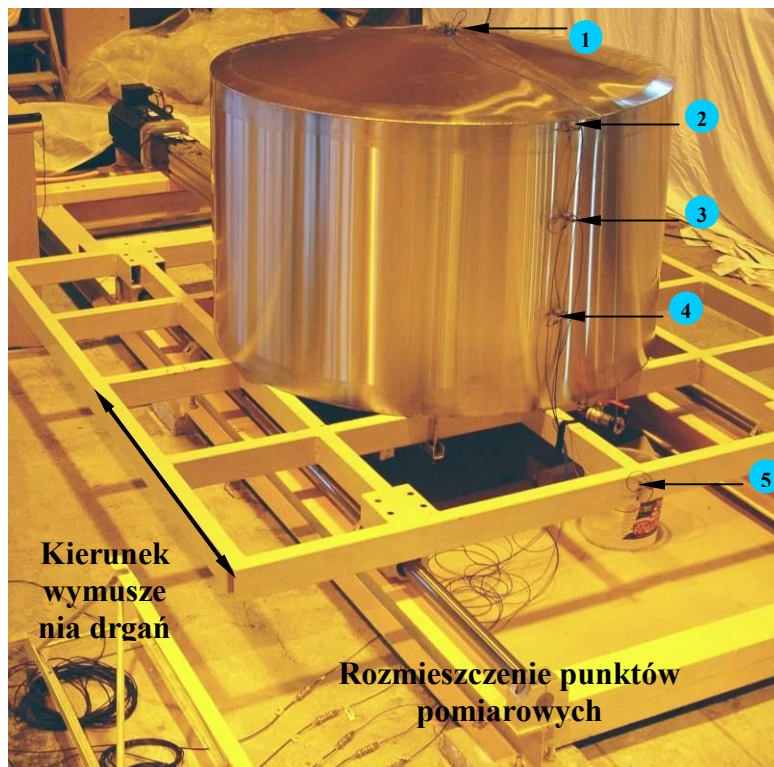


Rys. 1. Stanowisko badawcze dla modelu zbiornika o średnicy D=1,5 m

3. PROGRAM BADAŃ I APARATURA POMIAROWA

Celem pierwszego etapu przeprowadzonych badań eksperymentalnych było wyznaczenie parametrów dynamicznych (częstotliwości drgań własnych i współczynników tłumienia drgań) dwóch modeli zbiorników stalowych przy różnym poziomie wypełnienia wodą. Badania

przeprowadzono na specjalnie do tego celu wykonanym stanowisku badawczym – tzw. stole sejsmicznym. Urządzenie to wyposażone jest w platformę o wymiarach 2,0×2,0 m i umożliwia testowanie modeli konstrukcji o maksymalnej masie do 1000 kg. Z uwagi na fakt, że konstrukcja zbiorników jest symetryczna, wymuszenia drgań modeli zostały wykonane tylko dla jednego kierunku, zgodnego z kierunkiem ruchu platformy stołu sejsmicznego.



Rys. 2. Stanowisko badawcze dla modelu zbiornika o średnicy $D=1,25$ m

Wyznaczenie podstawowych charakterystyk dynamicznych przeprowadzone zostało w czterech wariantach:

- 1) pusty zbiornik,
- 2) zbiornik wypełniony wodą do 1/3 dopuszczalnej wysokości (162 mm słupa wody dla zbiornika o $D=1,5$ m, 231 mm słupa wody dla zbiornika o $D=1,25$ m),
- 3) zbiornik wypełniony wodą do 2/3 dopuszczalnej wysokości (324 mm słupa wody dla zbiornika o $D=1,5$ m, 462 mm słupa wody dla zbiornika o $D=1,25$ m),
- 4) zbiornik wypełniony do poziomu dopuszczalnego wypełnienia (486 mm słupa wody dla zbiornika o $D=1,5$ m, 693 mm słupa wody dla zbiornika o $D=1,25$ m).

Sposób wypełniania zbiorników i kontrolowania poziomu słupa wody przedstawiono na rys. 3. Do pomiarów użyto specjalistycznej laboratoryjnej aparatury pomiarowej, w skład której wchodziło:

- 1) pięć jednoosiowych czujników przyspieszeń z mechanicznym ograniczeniem częstotliwości do 4 kHz,
- 2) dwunastokanałowy wzmacniacz z filtrem dolnoprzepustowym 100 Hz (pięć kanałów aktywnych),
- 3) analogowo-cyfrowa karta pomiarowa,
- 4) komputer do rejestracji pomiarów.

Pomiar przyspieszeń odbywał się jednocześnie w pięciu punktach. Cztery z akcelerometrów rozmieszczone były na konstrukcji modeli doświadczalnych, natomiast jeden zamocowano bezpośrednio do platformy stołu sejsmicznego. Lokalizację czujników

przyspieszeń przedstawiono na rys. 1 i rys. 2, odpowiednio dla zbiornika o średnicy $D=1,5$ m i zbiornika o średnicy $D=1,25$ m.



Rys. 3. Sposób wypełniania modeli zbiorników i kontrolowania poziomu słupa wody

4. BADANIA PARAMETRÓW DYNAMICZNYCH

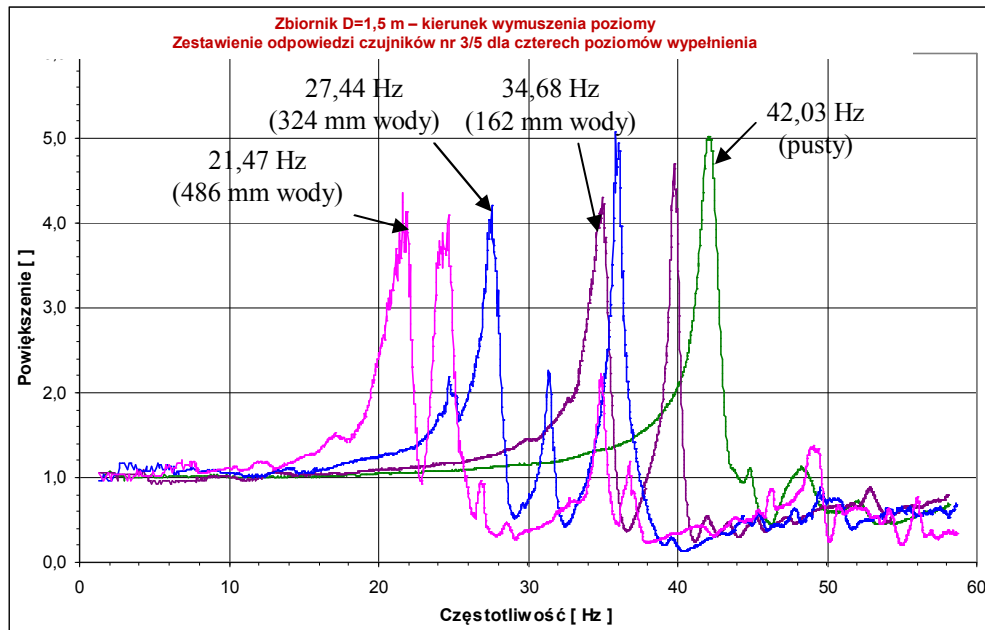
Przy wykonaniu badań charakterystyk dynamicznych modeli zbiorników zastosowano wymuszenie harmoniczne platformy stołu sejsmicznego o zmiennej częstotliwości, tzw. sweep-sine (zob. np. [10]). Pomiary zarejestrowano z częstotliwością próbkowania równą 1000 Hz. Parametry badań harmonicznych:

- 1) zakres częstotliwości wymuszenia drgań: $1,0 \text{ Hz} \div 60 \text{ Hz}$,
- 2) wymuszenie drgań częstotliwością cyklicznie zmienną sinusoidalną z prędkością przestrajania liniową w czasie 60 i 120 sekund,
- 3) amplituda przyspieszenia platformy dobrana tak, aby ujawnić rezonanse.

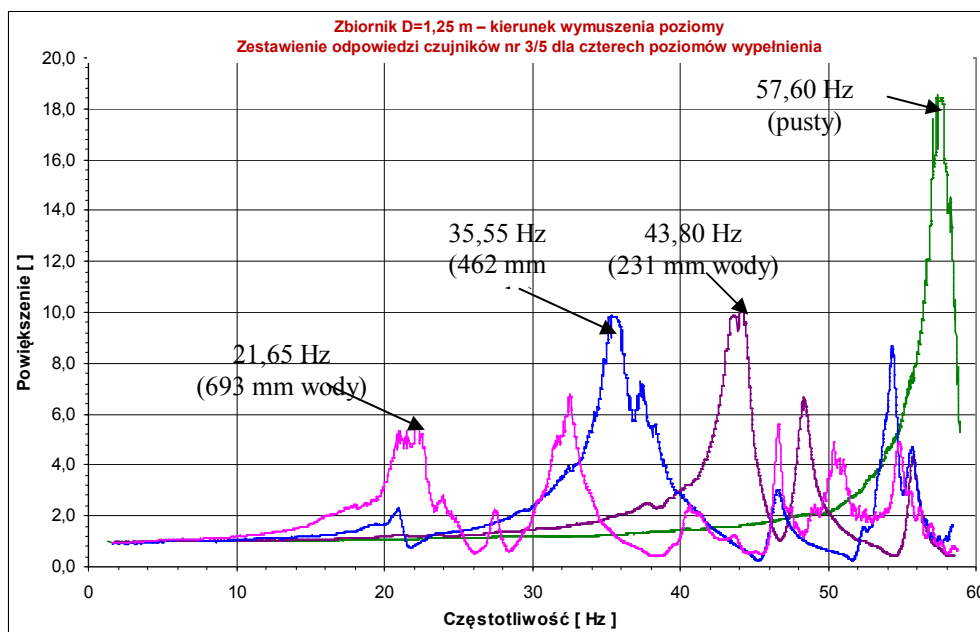
Do określenia występowania rezonansów i powiększenia drgań przyjęto metodę, w myśl której poszukiwane wielkości były wyznaczane za pomocą ilorazu wielkości wyjściowych przez wartości wejściowe [11]. Wielkością wejściową był poziom zadanego wymuszenia stołu sejsmicznego, natomiast wielkościami wyjściowymi były punkty pomiarowe na badanych obiektach, w których znajdowały się czujniki przyspieszeń. Na podstawie wyników występowania rezonansów i powiększenia drgań wyznaczono współczynniki tłumienia w odniesieniu do maksimum powiększenia drgań i szerokości rezonansu stosując metodę połowy pasma [11]. Przykłady wykresów powiększenia drgań (akcelerometr nr 3) dla zbiorników przy różnych poziomach wypełnienia wodą przedstawiono na rys. 4 (zbiornik o średnicy $D=1,5$ m) i rys. 5 (zbiornik o średnicy $D=1,25$ m). Wyniki analiz dla wszystkich czujników zestawiono w tab. 1 i tab. 2.

5. WNIOSKI

Przedstawione na rys. 4 i rys. 5 oraz zestawione w tab. 1 i tab. 2 wyniki badań jednoznacznie wskazują, iż poziom wypełnienia wodą ma zasadniczy wpływ na wartości parametrów dynamicznych analizowanych modeli zbiorników. Zwiększanie poziomu wypełnienia powoduje gwałtowny spadek częstotliwości drgań własnych oraz jednocześnie znaczny wzrost wartości współczynników tłumienia drgań. W przypadku zbiornika o średnicy $D=1,5$ m spadek wartości pierwszej dominującej częstotliwości drgań własnych w stosunku do



Rys. 4. Powiększenie drgań dla zbiornika o D=1,5 m przy różnych poziomach wypełnienia (akcelerometr nr 3)



Rys. 5. Powiększenie drgań dla zbiornika o D=1,25 m przy różnych poziomach wypełnienia (akcelerometr nr 3)

zbiornika pustego wynosi odpowiednio 17,5%, 34,7% oraz 48,9% dla poziomów wypełnienia wody 162 mm, 324 mm i 486 mm (akcelerometr nr 3). Jednocześnie dla powyższych poziomów wypełnienia tego zbiornika współczynnik tłumienia dla pierwszej postaci drgań własnych wzrasta odpowiednio o 21,7%, 22,4% i 103,3%. Z kolei, w przypadku zbiornika o średnicy D=1,25 m wartość pierwszej dominującej częstotliwości drgań własnych w stosunku do zbiornika pustego spada o 24,0%, 38,3% oraz 62,4% dla różnych poziomów wypełnienia wody (akcelerometr nr 3). Jednocześnie współczynnik tłumienia dla pierwszej postaci drgań własnych wzrasta odpowiednio o 54,1%, 90,2% i 312,8% dla poziomów wypełnienia 231 mm, 462 mm i 693 mm.

Spadek dominujących częstotliwości drgań własnych i jednoczesny wzrost współczynników tłumienia drgań przy różnych poziomach wypełniania substancją

Tablica 1. Rezonanse, powiększenia drgań i współczynniki tłumienia dla zbiornika o średnicy D=1,5 m

Punkt pomiarowy	Dominująca częstotliwość rezonansowa [Hz]	Powiększenie drgań [-]	Współczynnik tłumienia [%]
Zbiornik D=1,5 pusty			
1	42,22	18,81	1,39
2	42,17	14,22	1,40
3	42,03	5,01	1,52
4	42,14	10,23	1,43
Zbiornik D=1,5 wypełnienie 162 mm słupa wody			
1	34,95	15,81	1,31
2	34,91	12,16	1,43
3	34,68	4,31	1,85
4	34,90	8,76	1,39
Zbiornik D=1,5 wypełnienie 324 mm słupa wody			
1	27,64	13,62	2,05
2	27,59	10,28	2,15
3	27,44	4,21	1,86
4	27,52	7,24	2,23
Zbiornik D=1,5 wypełnienie 486 mm słupa wody			
1	21,69	13,34	2,10
2	21,59	10,37	2,58
3	21,47	4,37	3,09
4	21,58	7,28	2,64

Tablica 2. Rezonanse, powiększenia drgań i współczynniki tłumienia dla zbiornika o średnicy D=1,25 m

Punkt pomiarowy	Dominująca częstotliwość rezonansowa [Hz]	Powiększenie drgań [-]	Współczynnik tłumienia [%]
Zbiornik D=1,25 pusty			
1	57,61	28,37	1,35
2	57,61	25,17	1,34
3	57,60	18,56	1,33
4	57,56	11,11	1,27
Zbiornik D=1,25 wypełnienie 231 mm słupa wody			
1	43,84	16,15	1,96
2	43,81	14,08	2,04
3	43,80	10,16	2,05
4	43,71	6,45	2,17
Zbiornik D=1,25 wypełnienie 462 mm słupa wody			
1	35,57	16,06	2,47
2	35,57	13,92	2,47
3	35,55	9,90	2,53
4	35,53	6,02	2,53
Zbiornik D=1,25 wypełnienie 693 mm słupa wody			
1	21,76	9,48	4,88
2	21,76	8,18	4,98
3	21,65	5,55	5,49
4	21,53	3,55	5,97

magazynowaną stalowych zbiorników walcowych jest istotnym aspektem z punktu widzenia odporności dynamicznej tego typu obiektów. W dalszych etapach planowane jest przeprowadzenie badań eksperymentalnych (zeskalowane modele doświadczalne) oraz analiz numerycznych (modele rzeczywistych konstrukcji) obejmujących swym zakresem określenie odpowiedzi zbiorników na obciążenia dynamiczne w postaci wstrząsów górniczych i trzęsień ziemi z terenu Polski.

Należy podkreślić, iż w modelach doświadczalnych wykorzystanych w badaniach opisanych w niniejszym artykule nie było możliwe dokładne zeskalowanie grubości płaszcza zbiorników. Ograniczenie to wynika z możliwości technologicznych, jakie występują przy wykonywaniu tego typu obiektów i związane jest z minimalną grubością blachy możliwą do zastosowania (zob. [3]). Uzyskane wyniki należy zatem traktować w sensie jakościowym. Z powodzeniem mogą być one jednak wykorzystane do kalibracji modeli numerycznych, co planowane jest w kolejnym etapie badań.

PODZIĘKOWANIA

Praca naukowa finansowana ze środków Narodowego Centrum Nauki jako projekt badawczy nr N N506 121240. Autorzy pragną wyrazić swoje podziękowanie panu prof. Jerzemu Ziółko oraz panu dr. Aleksandrowi Perlińskiemu za wszelkie uwagi i sugestie dotyczące modeli zbiorników. Słowa podziękowania kierujemy również do pana mgr. Tomasza Falborskiego oraz pana inż. Henryka Michniewicza za pomoc przy wykonaniu badań eksperymentalnych.

Piśmiennictwo

- [1] Ziółko J.: Zbiorniki metalowe na cieczy i gazy, Arkady, Warszawa, 1986.
- [2] Magnucki K.: Wytrzymałość i optymalizacja zbiorników cienkościennych, PWN, Warszawa, 1998.
- [3] De Angelis M., Giannini R., Paolacci F.: Experimental investigation on the seismic response of a steel liquid storage tank equipped with floating roof by shaking table tests, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, nr 39/2010, s. 377-396.
- [4] Instrukcja ITB 364/2007: Wymagania techniczne dla obiektów budowlanych wznoszonych na terenach górniczych, Instytut Techniki Budowlanej, Warszawa, 2007.
- [5] Kwiatek J. (red.): Ochrona obiektów budowlanych na terenach górniczych, Wydawnictwo Głównego Instytutu Górniczego, Katowice, 1997.
- [6] Ciesielski R., Kawecki J. (red.): Materiały sympozjów: "Wpływy sejsmiczne i parasejsmiczne na budowlę", Kraków 1978-2009.
- [7] Zembaty Z., Cholewicki A., Jankowski R., Szulc J.: Trzęsienia ziemi 21 września 2004 r. w Polsce północno-wschodniej oraz ich wpływ na obiekty budowlane, *Inżynieria i Budownictwo*, nr 1/2005, s. 3-9.
- [8] Zembaty Z., Jankowski R., Cholewicki A., Szulc J.: Trzęsienie ziemi 30 listopada 2004 r. na Podhalu oraz jego wpływ na obiekty budowlane, *Inżynieria i Budownictwo*, nr 9/2005, s. 507-511.
- [9] Virella J.C., Godoy L.A., Suárez L.E., Mander J.B.: Influence of the roof on the natural periods of empty steel tanks, *Engineering Structures*, nr 25/2003, s. 877-887.
- [10] Jankowski R.: Shaking table experimental study on diagnosis of damage and its evaluation in steel structure, *Key Engineering Materials*, nr 417-418/2010, s. 157-160.
- [11] Chopra A.K.: Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, USA, 1995.

SHAKING TABLE EXPERIMENTAL STUDY ON DYNAMIC PROPERTIES OF STEEL TANKS MODELS

Summary

Liquid storage tanks are among the most commonly constructed structures used to store petroleum and chemical products. Their safety and reliability are crucial because any damage may cause serious consequences. The aim of the present paper is to show the results of the first stage of the study concerning the response of cylindrical steel tanks under mining tremors and earthquakes observed in Poland. This stage has been focused on experimental determination of the influence of the level of liquid filling on the dynamic properties (natural frequencies, damping ratios) of structures. The shaking table tests have been conducted on scaled models of tanks. The results of the study clearly indicate that the level of liquid is really essential in structural analysis. Increasing the level of liquid leads to a substantial decrease in the values of dominant natural vibration frequencies, whereas the values of damping ratios show a significant increase trend.

Jacek CHRÓŚCIELEWSKI¹
Magdalena RUCKA²
Krzysztof WILDE³
Wojciech WITKOWSKI⁴
Katedra Mechaniki Budowli i Mostów
Wydział Inżynierii Lądowej i Środowiska
Politechnika Gdańska

DIAGNOSTYKA BETONOWYCH BELEK PODDANYCH ZGINANIU Z ZASTOSOWANIEM PROPAGACJI FAL SPRĘŻYSTYCH

STRESZCZENIE

W artykule przedstawiono badania eksperymentalne i symulacje numeryczne propagacji fal sprężystych w belce betonowej w trakcie jej trójpunktowego zginania. W eksperymencie wykorzystano zjawisko propagacji fal generowanych wzbudnikiem piezoelektrycznym i ich pomiar za pomocą odbiornika piezoelektrycznego umieszczonego po przeciwległej stronie belki. Porównanie danych pomiarowych z wynikami symulacji numerycznych wykonano dla próbki w stanie nieuszkodzonej oraz w stanie uszkodzonej przy założeniu funkcyjnej zmiany efektywnego modułu sprężystości w strefie zarysowanej.

SŁOWA KLUCZOWE: diagnostyka ultradźwiękowa; propagacja fal sprężystych; elementy betonowe; analiza numeryczna metodą elementów spektralnych

1. WSTĘP

Określanie aktualnego stanu i trwałości betonowych elementów budowlanych wykonuje się metodami niszczącymi lub nieniszczącymi. Typowe metody niszczące polegają na badaniach laboratoryjnych próbek materiałowych pobranych z konstrukcji, przez co powodują lokalne uszkodzenia konstrukcji. Metody nieniszczące koncentrują się na wyznaczeniu własności materiałowych bez konieczności ingerencji w materiał obiektu. Obecnie dynamicznie rozwijają się metody diagnostyczne wykorzystujące propagację fal sprężystych w konstrukcjach betonowych, np. [1], [2], [3]. Podstawą precyzyjnej oceny trwałości konstrukcji są badania doświadczalne. Jednakże ze względu na częste trudności interpretacyjne oraz kosztowność

¹ jchrost@pg.gda.com

² mrucka@pg.gda.pl

³ wild@pg.gda.pl

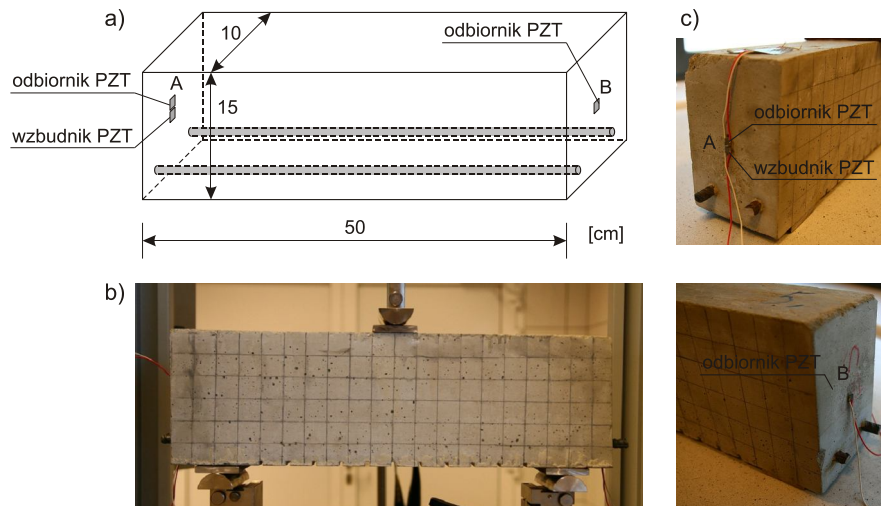
⁴ wojwit@pg.gda.pl

i praktyczne trudności z wykonaniem kompleksowych badań diagnostycznych na rzeczywistych obiektach, systemy diagnostyki elementów budowlanych są często wspomagane parametrycznymi badaniami numerycznymi [4], [5]. Podstawą do analiz numerycznych jest stworzenie odpowiednich modeli obliczeniowych konstrukcji, które muszą poprawnie opisywać zjawiska wykorzystywane w systemach diagnostycznych.

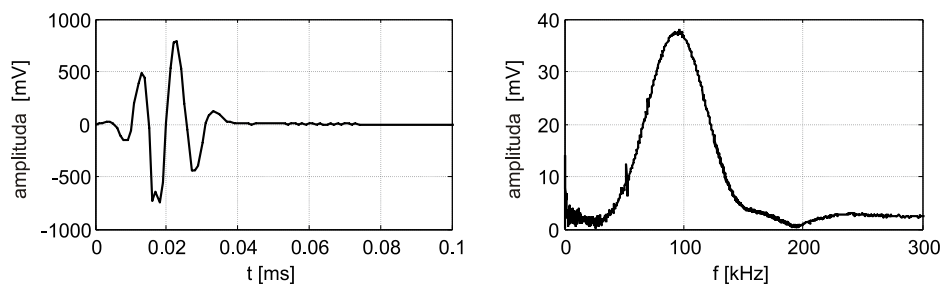
Praca poświęcona jest wykorzystaniu fenomenu rozchodzenia się zaburzonego uszkodzeniem materiału fal sprężystych do diagnostyki belek betonowych. Metoda ta wykorzystuje zjawisko propagacji fal wzbudzanych przez piezoaktuator i ich pomiar za pomocą przetwornika piezoelektrycznego położonego po przeciwległej stronie próbki. Przeprowadzone badania eksperymentalne mają na celu obserwację zmian w propagującej fali wraz z postępującą degradacją mechaniczną betonowej belki wywołanej postępującym procesem zginania. Symulacje numeryczne przeprowadzono dla belki w stanie nieuszkodzonej oraz w stanie uszkodzonej. Przyjęto, że strefa degradacji materiału jest opisana za pomocą ciągłego pola przestrzennego definiującego zmiany modułu sprężystości.

2. BADANIA EKSPERYMENTALNE

Przedmiotem badań była betonowa belka o wymiarach $50 \times 15 \times 10$ cm³ (rys. 1). Zbrojenie belki stanowią dwa pręty o średnicy 8 mm. Próbkę betonową została nacięta w dolnej części w 11 miejscach na głębokość około 5 mm. Badania ultradźwiękowe polegały na wzbudzaniu fali sprężystej wzdłuż belki. Wzbudnik piezoelektryczny (PZT) znajdował się na jednym końcu belki, zaś punkty odbioru (A oraz B), na tym samym i przeciwnym jej końcu (rys. 1). Zmienne w czasie obciążenie miało formę czterech cykli sinusoidy o częstotliwości 100 kHz zmodulowanej oknem Hanninga (rys. 2). W trakcie procesu zginania, co 15 sekund następowało wzbudzanie fali sprężystej oraz jej rejestracja w punktach A i B.

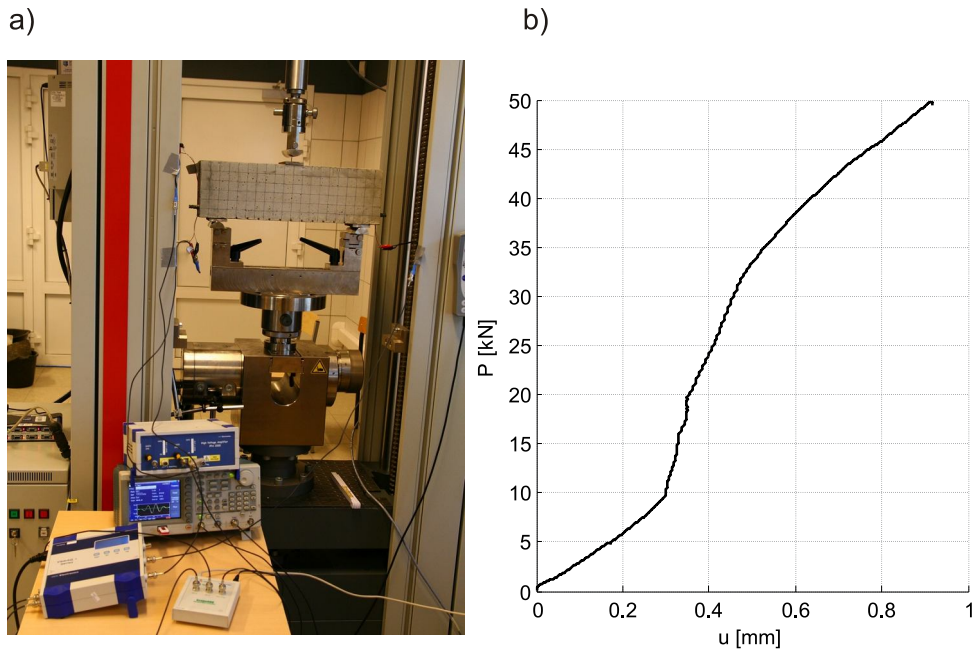


Rys. 1. Stanowisko badawcze: a) geometria, b) ustawienie na podporach; c) położenie czujników PZT

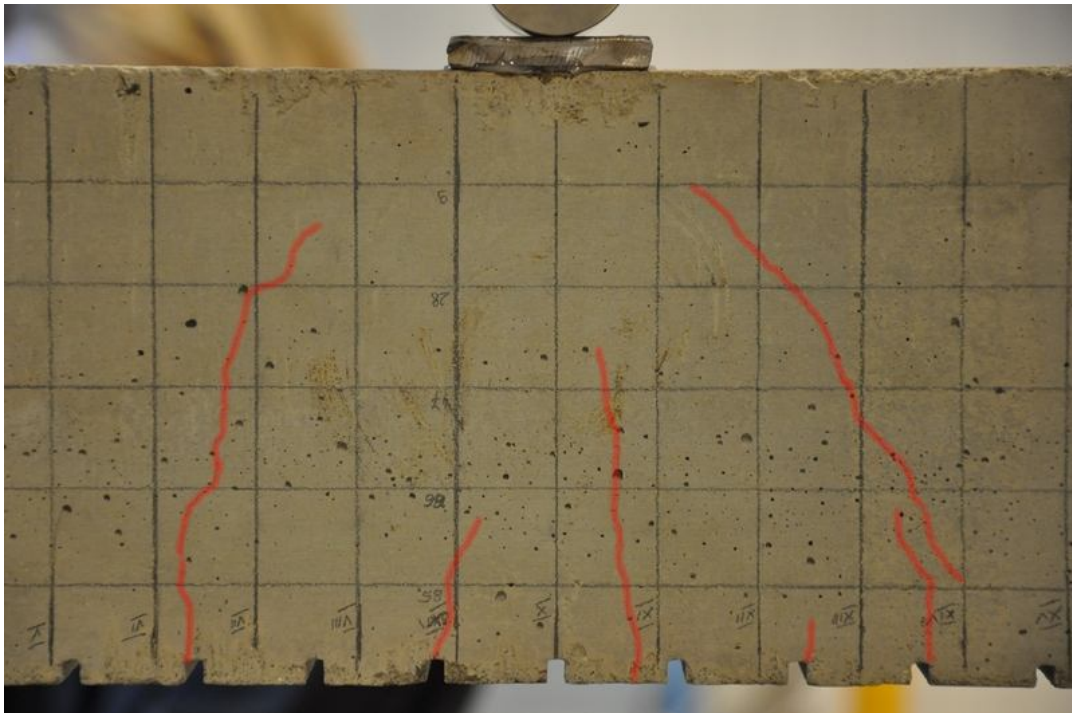


Rys. 2. Obciążenie w formie 4 cykli sinusoidy o częstotliwości 100 kHz modulowanych oknem Hanninga

Belkę zginano w maszynie wytrzymałościowej. Stanowisko pomiarowe ukazuje rys. 3a. Obciążenie w postaci siły skupionej przyłożono w środku rozpiętości elementu, w zakresie wartości od 0 do 50 kN w sposób ciągły ze sterowaną prędkością przesuwu tłoka 0.1 mm/min. Ponadto rejestrowano ugięcie w środku rozpiętości za pomocą czujnika indukcyjnego (rys. 3b). Przy wartości obciążenia 50 kN kontrolowane przemieszczenie wyniosło 0.9167 mm. Na rys. 4 pokazano środkowy fragment próbki po osiągnięciu obciążenia 50 kN. Widoczne jest, iż maksymalnej sile 50 kN towarzyszyło pojawienie się ukośnych zarysowań.

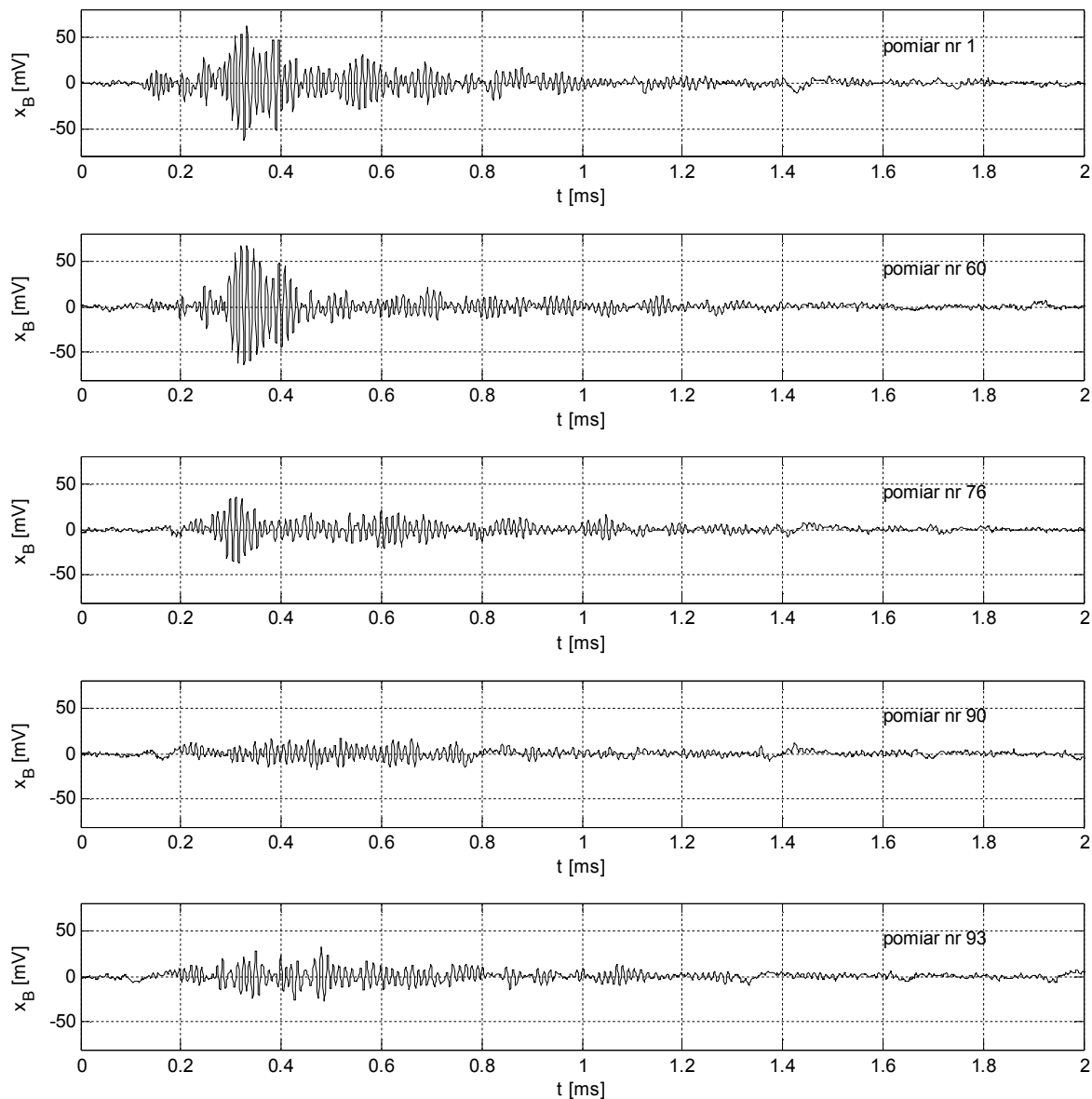


Rys. 3. a) Stanowisko badawcze oraz aparatura pomiarowa; b) wykres: obciążenie–przemieszczenie kontrolne



Rys. 4. Belka po osiągnięciu wartości obciążenia 50 kN z odpowiadającą morfologią zarysowania

Podczas obciążania belki zarejestrowano 86 sygnałów propagującej fali. Na rys. 5 widoczne są sygnały czasowe odbierane w punkcie B w wybranych etapach procesu zginania. Pierwszy sygnał (pomiar nr 1) dotyczy belki bez obciążenia. Kolejne sygnały zarejestrowano wraz ze wzrostem wartości przykładowej siły. Pomiar nr 60 (po upływie 900 s.) odpowiada momentowi inicjacji pierwszej rysy pionowej w środku rozpiętości belki. W kolejnych pomiarach można zaobserwować spadek wartości amplitudy zarejestrowanego sygnału propagującej fali wraz ze zwiększaniem przykładowego obciążenia. W pomiarze 76 (1140 s.) pionowa rysa osiągnęła środek wysokości belki. Pomiar 90 został wykonany przy sile równej 50 kN (1350 s.), gdy powstały także rysy ukośne. Po odciążeniu próbki wykonano pomiar 93 (ostatni wykres na rys. 5). Widoczne jest, iż zamknięcie rys poskutkowało zwiększeniem amplitud propagującej fali w stosunku do pomiaru nr 90 (przy sile 50 kN).



Rys. 5. Sygnały propagujących fal zarejestrowane w punkcie B w wybranych etapach zginania belki

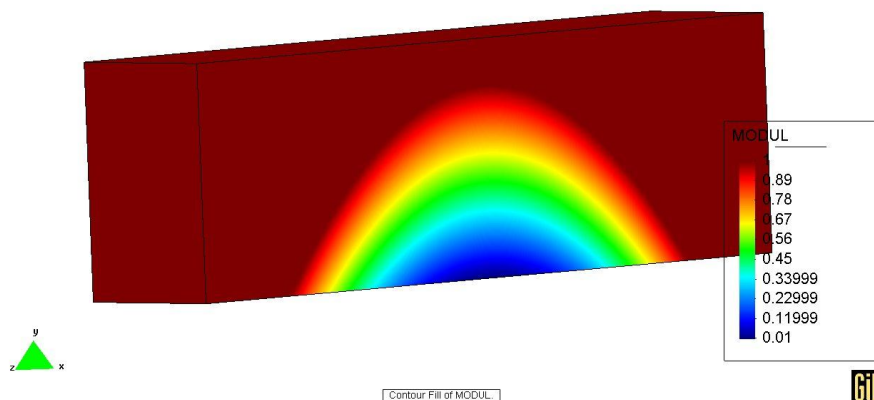
3. SYMULACJE NUMERYCZNE

3.1 Opis funkcyjnie zmiennego modułu sprężystości

Symulacje numeryczne propagacji fal sprężystych w belce betonowej przeprowadzono metodą elementów spektralnych. W metodzie tej, będącej rozwinięciem klasycznej metody elementów skończonych, stosuje się w każdym z przestrzennych kierunków aproksymacji wielowęzłowe elementy z interpolacją Lagrange'a wysokiego rzędu np. 10-tego, która to może być zróżnicowana w zależności od kierunku. Interpolacja zmiennych stanu jak i geometrii w obszarze elementu odbywa się przy użyciu tych samych interpolacyjnych funkcji kształtu, stąd elementy te są formalnie elementami izoparametrycznymi. Istotą tego podejścia z interpolacją Lagrange'owską wysokiego rzędu jest rozkład węzłów elementu wzorcowego i jego obrazu w przestrzeni fizycznej, który jest zgodny z położeniem punktów całkowania kwadraturą Gaussa-Lobatto-Legendre'a (tzw. węzły GLL). Stąd całkując numerycznie te elementy kwadraturą Gauss-Lobatto-Legendre otrzymuje się diagonalną macierz mas. Szczegóły dotyczące elementów spektralnych typu ramowych, płytowych i tarczowych dostępne są m.in. w pracach autorów 0, 0, 0, zaś dla elementów w przestrzennym (3D) stanie naprężenia np. w pracy 0.

W obliczeniach przyjęto do analizy belkę swobodnie podpartą traktowaną jako ciało trójwymiarowe o wymiarach geometrycznych jak w eksperymencie. Założono następujące wartości stałych materiałowych: $E = 32 \text{ GPa}$, $\nu = 0.16$, $\rho = 2700 \text{ kg/m}^3$. Względem badania eksperymentalnego przyjęto pewne założenia upraszczające. Mianowicie belkę modelowano bez uwzględnienia nacięć na dolnej powierzchni oraz nie uwzględniono zbrojenia.

Przyjęto założenie, że degradację materiału charakteryzuje redukcja pierwotnego modułu Younga. Stąd przestrzenną zmienność pola uszkodzeń w zdefiniowanym podobzdarze opisano kombinacją funkcji parabolicznych bazujących na parametrach uzyskanych w badaniach eksperymentalnych. Przyjętą w symulacjach numerycznych redukcję modułu Younga względem modułu materiału dziewiczego przedstawia mapa na rys. 6.

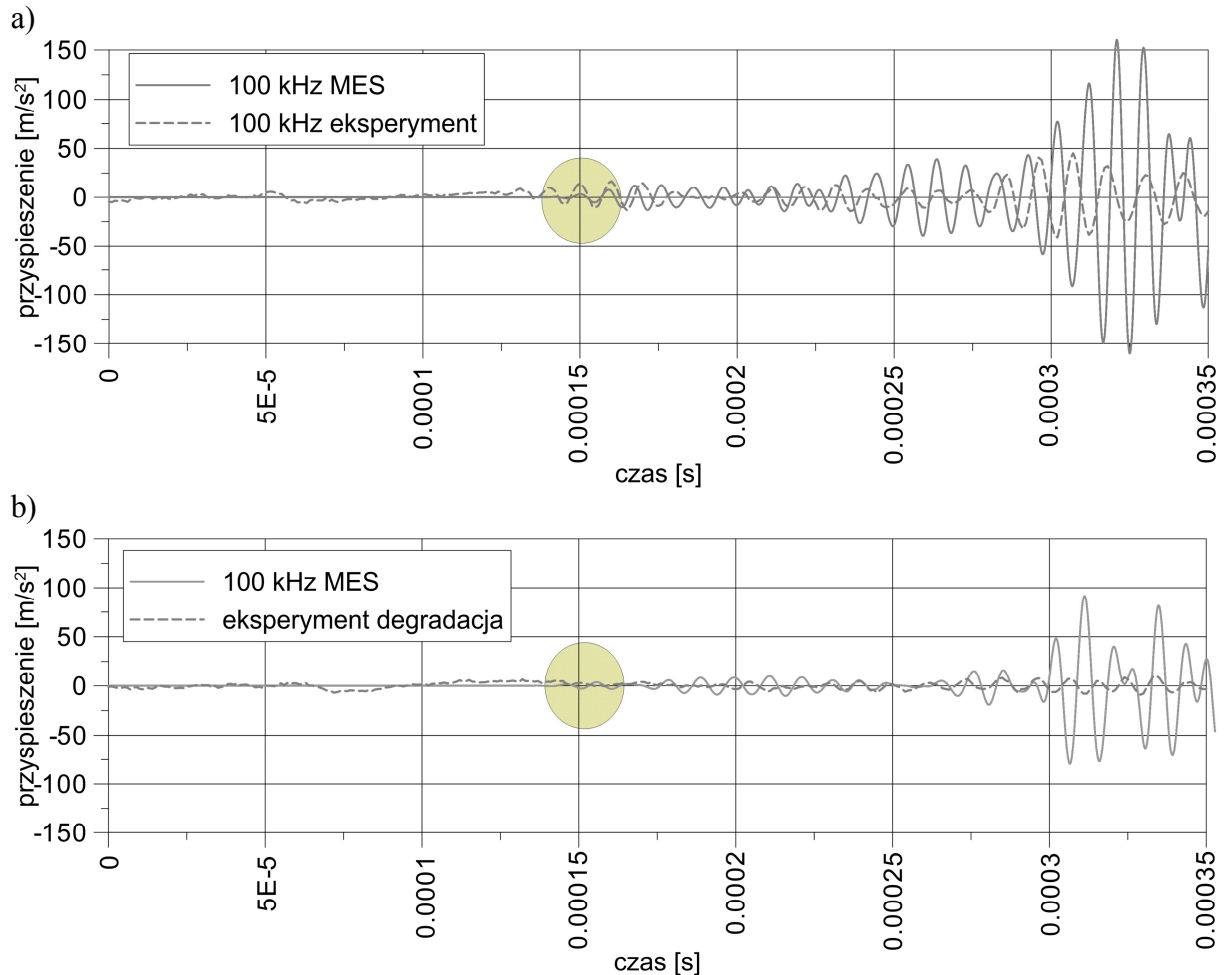


Rys. 6. Mapa pola zmienności modułu Younga w modelu obliczeniowym belki

3.2 Obliczenia propagacji fal w belce betonowej

Otrzymane rezultaty w przypadku generującego falę obciążenia jednopunktowego (1P) przyłożonego w punkcie A (rys. 1a) porównano z wynikami eksperymentalnymi (rys. 7). Z przebiegu funkcji na rys. 7 wynika, że w obliczeniach jak i eksperymencie, zmiana sztywności degradującej się belki wpływa na jakościowy kształt i ilościowe wartości amplitudy fali rejestrowanej w punkcie B (rys. 1a). Porównanie wyników numerycznych z rys. 7a i rys. 7b wskazuje na znaczne obniżenie amplitud drgań (o więcej niż 1/2) wywołane

obecnością materiału o zdegradowanym module Younga (rys. 7b) i na zmianę kształtu wykresu. Widoczne jest też, że wystąpienie/wprowadzenie degradacji ma mały wpływ na prędkość „przejścia” fali. Prędkości fali podłużnej wynosi $c_1 = 3552.64$ m/s, a czas przelotu (czas przejścia z punktu A do punktu B) dla belki o długości $L = 0.5$ m jest równy $t = 0.0001407$ s. Moment nadejścia fali do punktu B zaznaczono na rys. 7 okręgiem.

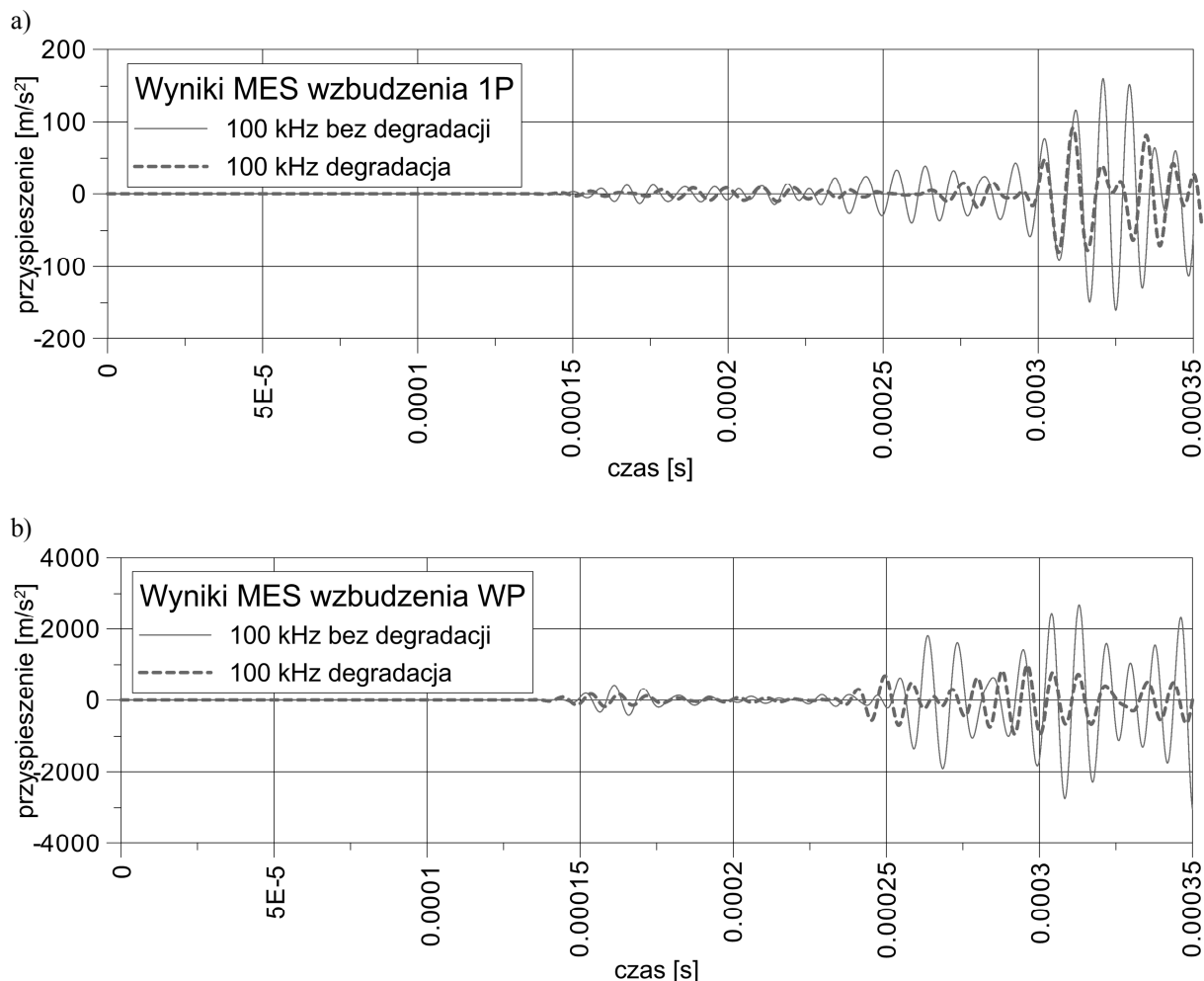


Rys. 7. Symulacje komputerowe dla belki w badaniach z funkcjnie zmiennym modulem Younga: a) przypadek bez zmian modułu, b) przypadek ze zmienną wartością modułu

Podobne zmiany w wartościach amplitud można zaobserwować w przypadku zjawisk falowych rejestrowanych w eksperymencie. Uwypuklić trzeba różnicę między wartościami amplitud pomierzonych w eksperymencie, a otrzymanymi z symulacji komputerowych. Jedną z przyczyn rozbieżności jest pominięcie tłumienia w obliczeniach numerycznych. Wynika to z faktu, że tłumienie w badaniach eksperymentalnych nie było identyfikowane.

W drugim etapie badań numerycznych podjęto próbę oceny wpływu zastosowanej techniki realizacji obciążenia generującego falę sprężystą typu płaskiego na jakość rejestrowanego sygnału. Założono, po pierwsze – jak w poprzednim zadaniu, że obciążenie przykładane jest w jednym punkcie (wzbudzenie jednopunktowe typu kulistego, 1P) i po drugie, że wzbudzenie realizowane jest w kilku punktach jednocześnie (wzbudzenie wielopunktowe typu płaskiego, WP). Oba te przypadki porównano między sobą. Ponadto w tym drugim przypadku przyjęto, że obciążenie we wszystkich punktach ma ten sam przebieg w czasie i generowane jest w tej samej chwili. Otrzymane wyniki obliczeń przedstawia rys. 8. Widoczny jest, odpowiednio do zwielokrotnionej liczbą wzbudników mocy sygnału,

znaczący wzrost (o jeden rząd) wartości obliczanych przyspieszeń w punkcie B belki (rys. 8b). Ponadto, w przypadku WP – wzbudzenia wielopunktowego pseudopłaskiej fali – zauważyć można, że w punkcie tym rejestrowanych jest kilka sygnałów, wartości amplitud które tworzą na wykresie lokalne ekstrema. Jest to związane z nadchodzeniem do punktu B kolejnych fal, które po drodze doznały wielokrotnych odbić.



Rys. 8. Symulacje komputerowe dla belki w badaniach z funkcjnie zmiennym modułem Younga: a) wzbudzenie 1P – typu kulistego, b) wzbudzenie WP – typu pseudopłaskiego

4. WNIOSKI

Opracowanie nieniszczących metod wyznaczania przestrzennego rozkładu parametrów materiałowych i możliwość szacowania trwałości elementów konstrukcyjnych pozwoli na znaczne oszczędności dla podmiotów gospodarczych, które wykorzystują betonowe elementy budowlane. Przedstawione wyniki badań eksperymentalnych i numerycznych wskazują na pewne różnice jakościowe i ilościowe przebiegów czasowych przyspieszeń fal sprężystych w układzie bez zmiany modułu Younga (materiał jednorodny) i ze zmianami (materiał zdegradowany) oraz w zależności od sposobu przykładania obciążenia. W obu rozważanych przypadkach wzbudzenia możliwe było wykrycie zmiany struktury materiału związanej z degradacją mechaniczną bazując na analizie różnic amplitud przyspieszeń i czasach przelotu sygnału. Jednak porównując przypadki wzbudzenia jednopunktowego i wielopunktowego wyraźnie zaznaczyła się różnica w amplitudach kolejnych fal rejestrowanych w punkcie pomiaru. Wskazuje to na potrzebę dalszych parametrycznych badań dotyczących konfiguracji układu punktów wzbudzenia i punktów rejestracji sygnałów.

Piśmiennictwo

- [1] Hoła J., Sadowski Ł., Schabowicz K.: Nondestructive identification of delaminations in concrete floor toppings with acoustic methods. *Automation in Construction*, 20 (2011), pp. 799–807.
- [2] Yang Y., Cascante G., Polak M.A.: Depth detection of surface-breathing crack in concrete plates using fundamental Lamb modes. *NDT&E International* 42 (2009), pp. 501–512.
- [3] Rucka M., Wilde K.: Non-destructive diagnostics of concrete cantilever beam and slab by impact echo method. *Diagnostyka* 3 (2010), pp. 63–68.
- [4] Chróścielewski J., Rucka M., Witkowski W., Wilde K.: Formulation of spectral truss element for guided waves damage detection in spatial steel trusses. *Archives of Civil Engineering*, LV(2009), pp. 43–63.
- [5] Chróścielewski J., Rucka M., Wilde K., Witkowski W.: Zastosowanie metody elementów spektralnych do modelowania zjawisk propagacji fal sprężystych dla celów diagnostyki, 56 Konferencja Naukowa KILiW PAN oraz KN PZITB, Kielce- Krynica, 2010, s. 821–828.
- [6] Witkowski W., Rucka M., Chróścielewski J., Wilde K.: On some properties of 2D spectral finite elements in problems of wave propagation. *Finite Elements in Analysis and Design* 55 (2012), pp. 31–41.
- [7] Peng H., Meng G., Li F.: Modeling of wave propagation in plate structures using three-dimensional spectral element method for damage detection. *Journal of Sound and Vibration*, 320 (2009), pp. 942-954.

Podziękowania

Artykuł wykonano w ramach projektu POIG 01.01.02-10-106/09 „Innowacyjne środki i efektywne metody poprawy bezpieczeństwa i trwałości obiektów budowlanych i infrastruktury transportowej w strategii zrównoważonego rozwoju”.

DIAGNOSTICS OF CONCRETE BEAMS DURING BENDING PROCESS USING ELASTIC WAVE PROPAGATION

Summary

The paper presents an experimental study and numerical simulations of guided wave propagation through a concrete beam for a purpose of ultrasonic diagnostics. An influence of material damage due to bending on propagating elastic waves amplitudes is assessed.

Bronisław GOSOWSKI¹
Michał REDECKI²
Politechnika Wroclawska

ROZWIĄZANIE PROBLEMÓW SKRĘCANIA CIĄGLYCH PRĘTÓW DWUTEOWYCH PAKIETEM MATHEMATICA

STRESZCZENIE

Przedstawiono w postaci schematu procedury obliczeniowej sposób wykorzystania pakietu obliczeniowego *Mathematica* do rozwiązania zagadnień skręcania wieloprzęsłowych, pryzmatycznych prętów cienkościennych o przekroju otwartym znajdujących się w ośrodku obrotowo-sprężystym typu Winklera. Zaprezentowano ponadto przykłady wykorzystania wyprowadzonego rozwiązania do obliczeń statycznych skręcanego pręta ciągłego w ośrodku obrotowo-sprężystym, a także sporządzania linii wpływu przemieszczeń i sił przekrojowych.

SŁOWA KLUCZOWE: pręt cienkościenny otwarty, nieswobodne skręcanie, rachunek dystrybucyjny, ośrodek typu Winklera, *Mathematica*

1. WSTĘP

W monografii [0] przedstawiono zamknięte rozwiązania, wyprowadzone w dziedzinie dystrybucji, problemów zginania belek wieloprzęsłowych, a także nieswobodnego skręcania ciągłych prętów cienkościennych o przekroju otwartym. Do rozwiązania wymienionych problemów w przypadku dowolnie obciążonych elementów zastosowano rachunek dystrybucyjny, co pozwoliło na otrzymanie rozwiązań w postaci odpowiednich funkcji uogólnionych opisujących przemieszczenia i siły wewnętrzne, a także linie wpływu wymienionych wielkości, obowiązujących na całej długości rozważanych elementów. Rozwiązanie problemów nieswobodnego skręcania prętów cienkościennych z zastosowaniem dystrybucji, zostało przedstawione również na form międzynarodowym w pracy [0].

Podstawę omawianych rozwiązań stanowią zamknięte rozwiązania ogólne stosownych równań różniczkowych równowagi sformułowanych w dziedzinie dystrybucji. Przejście od rozwiązań ogólnych do rozwiązań szczegółowych dla konkretnych elementów, wymaga obliczenia stałych całkowania i reakcji na podporach pośrednich z odpowiednich warunków brzegowych i pośrednich. W [1, 2] podano konkretne algorytmy postępowania, które mogą stanowić podstawę do sporządzenia odpowiednich programów na kalkulatory naukowe lub komputery. Do tego należy dodać konieczność opracowania oprogramowania umożliwiającego przedstawienie wyników obliczeń szczegółowych w formie graficznej lub w postaci tablic. Konieczność sporządzenia takich programów może stanowić utrudnienie

¹ bronislaw.gosowski@pwr.wroc.pl

² michal.redecki@pwr.wroc.pl

w korzystaniu z rozwiązań podanych w [1, 2]. Można tego uniknąć wykorzystując do obliczeń pakiet *Mathematica*.

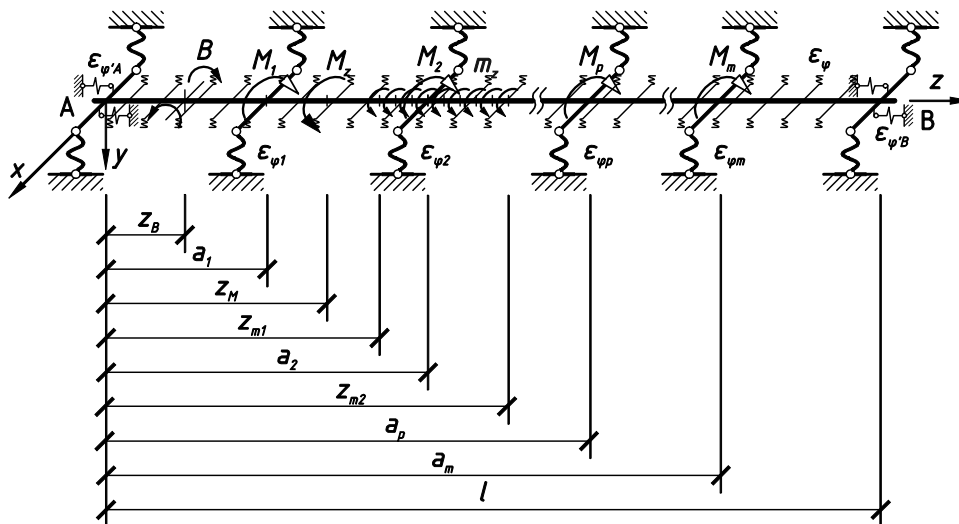
Celem pracy jest przedstawienie jednej z możliwości przeprowadzania obliczeń nieswobodnie skręcanych, dowolnie obciążonych, ciągłych prętów cienkościennych o przekroju otwartym z użyciem pakietu *Mathematica*. Podobnie jak w [1, 2] stosuje się przy tym transformację Laplace'a. W pakiecie tym przejście do rozwiązań szczegółowych nie wymaga specjalnego oprogramowania. To samo dotyczy formy graficznej przedstawienia wyników obliczeń.

2. PRĘTY WIELOPRZESŁOWE W OŚRODKU OBROTOWO-SPRĘŻYSTYM

Równanie różniczkowe kątów skręcenia wieloprzesłowego pręta o dowolnym, cienkościennym przekroju otwartym, znajdującego się w ośrodku obrotowo-sprężystym typu Winklera (rys. 1), który kontaktuje się z elementem wzdłuż osi środków ścinania 0, z dowolnym obciążeniem zewnętrznym oraz reakcjami podpór pośrednich M_p (potraktowanymi jako obciążenie 0), zapisanymi w postaci dystrybucyjnej, przyjmie postać:

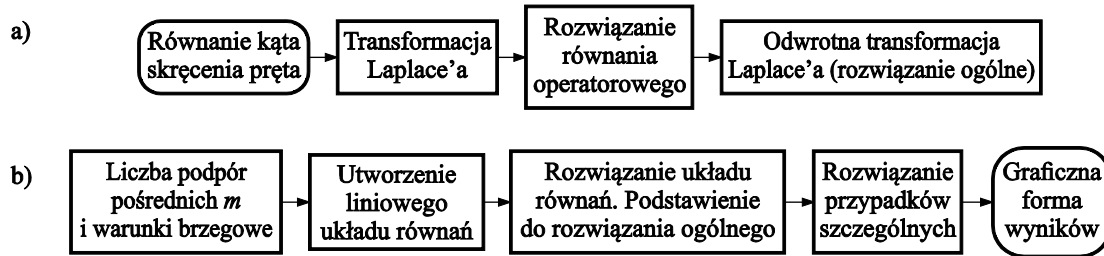
$$\begin{aligned} & \varphi^{(4)} - 2k_c^2 \varphi^{(2)} + k_\varphi^4 \varphi \\ &= \frac{1}{EI_\omega} \left\{ B \delta^{(1)}(z - z_B) + M_z \delta(z - z_M) - \sum_{p=0}^m M_p \delta(z - a_p) \right. \\ & \left. + m_z [H(z - z_{m1}) - H(z - z_{m2})] \right\}. \end{aligned} \quad (1)$$

gdzie: $\delta(\dots)$, $H(\dots)$ to dystrybucje Diraca i Heaviside'a, natomiast $2k_c^2 = \frac{GJ}{EI_\omega}$, $k_\varphi^4 = \frac{1}{\varepsilon_\varphi EI_\omega}$.



Rys. 1. Rozpatrywany wieloprzesłowy pręt cienkościenny w ośrodku obrotowo-sprężystym typu Winklera

Rozwiązanie ogólne równania (1) można uzyskać pakietem *Mathematica 0* wykorzystując przekształcenie Laplace'a. Poszczególne kroki procedury obliczeniowej zilustrowano na schemacie blokowym pokazanym na rys. 2, obejmującym także dalsze procedury, aż do uzyskania rozwiązania dla przypadków szczególnych i wyników szczegółowych w formie graficznej.



Rys. 2. Schemat blokowy rozwiązania problemu w programie *Mathematica*: a) rozwiązanie ogólne, b) rozwiązanie szczegółowe

Ogólnym rozwiązaniem równania (1), w postaci najogólniejszej (por. [1, 2]), będzie funkcja uogólniona:

$$\begin{aligned}
 \varphi(z) = & \varphi_0 \sum_{i=1}^4 \frac{s_i^2 - 2k_t^2}{4(s_i^2 - k_t^2)} e^{s_i z} + \varphi_0^{(1)} \sum_{i=1}^4 \frac{s_i^2 - 2k_t^2}{4s_i(s_i^2 - k_t^2)} e^{s_i z} + \varphi_0^{(2)} \sum_{i=1}^4 \frac{1}{4(s_i^2 - k_t^2)} e^{s_i z} \\
 & + \varphi_0^{(3)} \sum_{i=1}^4 \frac{1}{4s_i(s_i^2 - k_t^2)} e^{s_i z} + \frac{B}{EI_\omega} \sum_{i=1}^4 \frac{1}{4(s_i^2 - k_t^2)} e^{s_i(z-z_B)} H(z-z_B) \\
 & + \frac{M_z}{EI_\omega} \sum_{i=1}^4 \frac{1}{4s_i(s_i^2 - k_t^2)} e^{s_i(z-z_M)} H(z-z_M) \\
 & - \sum_{p=0}^m \frac{M_p}{EI_\omega} \sum_{i=1}^4 \frac{1}{4s_i(s_i^2 - k_t^2)} e^{s_i(z-a_p)} H(z-a_p) \\
 & + \frac{m_z}{EI_\omega} \left\{ \left[\frac{1}{k_\varphi^4} + \sum_{i=1}^4 \frac{1}{4s_i^2(s_i^2 - k_t^2)} e^{s_i(z-z_{m1})} \right] H(z-z_{m1}) \right. \\
 & \left. - \left[\frac{1}{k_\varphi^4} + \sum_{i=1}^4 \frac{1}{4s_i^2(s_i^2 - k_t^2)} e^{s_i(z-z_{m2})} \right] H(z-z_{m2}) \right\}.
 \end{aligned} \tag{2}$$

w której punkty $s_{1,2,3,4} = \pm \sqrt{k_t^2 \pm \sqrt{k_t^4 - k_\varphi^4}}$ są biegunami transformaty równania (1).

Aby otrzymać rozwiązanie szczegółowe należy uprzednio zdefiniować liczbę niewiadomych układu równań, która wynosi $4 + m$ (m – liczba podpór pośrednich). Pierwsze cztery równania opisują warunki brzegowe na końcach pręta (A, B), natomiast pozostałe są warunkami na podporach pośrednich:

$$\varphi(a_p) = \varepsilon_{\varphi p} M_p \quad \text{przy } p = 1, 2, 3, \dots, m.$$

Rozwiązaniem układu równań będą stałe całkowania $\varphi_0, \varphi_0^{(1)}, \varphi_0^{(2)}, \varphi_0^{(3)}$ (wartości funkcji $\varphi(z)$ i kolejnych jej pochodnych przy $z = 0$) i niewiadome reakcje M_p podpór pośrednich. Podstawiając otrzymane wartości do rozwiązania ogólnego (2) uzyskano rozwiązanie szczegółowe. Takie podejście ma tę zaletę, że jest rozwiązaniem ścisłym i dopiero na tym etapie można podstawiać konkretne wartości liczbowe jak: lokalizacja i wartości obciążenia, charakterystyki przekroju, podatność ośrodka sprężystego, rozmieszczenie podpór i długość całkowitą elementu. Ponadto ze znanych zależności różniczkowych 0 można wyznaczyć siły wewnętrzne. Otrzymane rozwiązanie umożliwia łatwe przejście do funkcji linii wpływu, uzmienniając współrzędne (z_M, z_B) położenia skupionego momentu skręćającego M_z czy bimomentu B .

3 PRZYKŁADY LICZBOWE

Chcąc zaprezentować możliwości przedstawionego algorytmu i samego pakietu, przeanalizowano dwa schematy prętów wieloprzęsłowych. Charakterystyki przekrojowe prętów przyjęto na podstawie tablic 0, jak dla równoległościennych dwuteowników walcowanych IPE 300 i IPE 400, Natomiast wartości stałych materiałowych ($E = 210\,000\text{ kN/mm}^2$, $\nu = 0,3$) na podstawie aktualnej normy dotyczącej projektowania konstrukcji stalowych 0. Obliczenia przeprowadzono z wykorzystaniem mocy obliczeniowej klastra Supernova Wrocławskiego Centrum Sieciowo-Superkomputerowego. Nie miało to większego wpływu na czas poszczególnych obliczeń. Pozwoliło jednak na równoległe otrzymanie wielu rozwiązań. W tym przypadku wykresy kątów skręcenia, poszczególnych sił przekrojowych oraz linii wpływu wyznaczonych wielkości były sporządzane w osobnych kolejkach.

3.1 Trzyprzęsłowy pręt obciążony w sposób dowolny

Możliwości wyprowadzonego rozwiązania przedstawiono na przykładzie trójprzęsłowego pręta z kształtownika IPE 400 o długościach przęseł 3, 5 i 2 m (rys. 3). Ponadto wprowadzono podatność podpór pośrednich ε_{pp} . Element obciążono w pierwszym przęśle skupionym momentem skręcającym $M_x = 5\text{ kNm}$, w drugim równomiernie rozłożonym momentem skręcającym $m_x = 1\text{ kNm/m}$, a w trzecim – bimomentem $B = 5\text{ kNm}^2$.

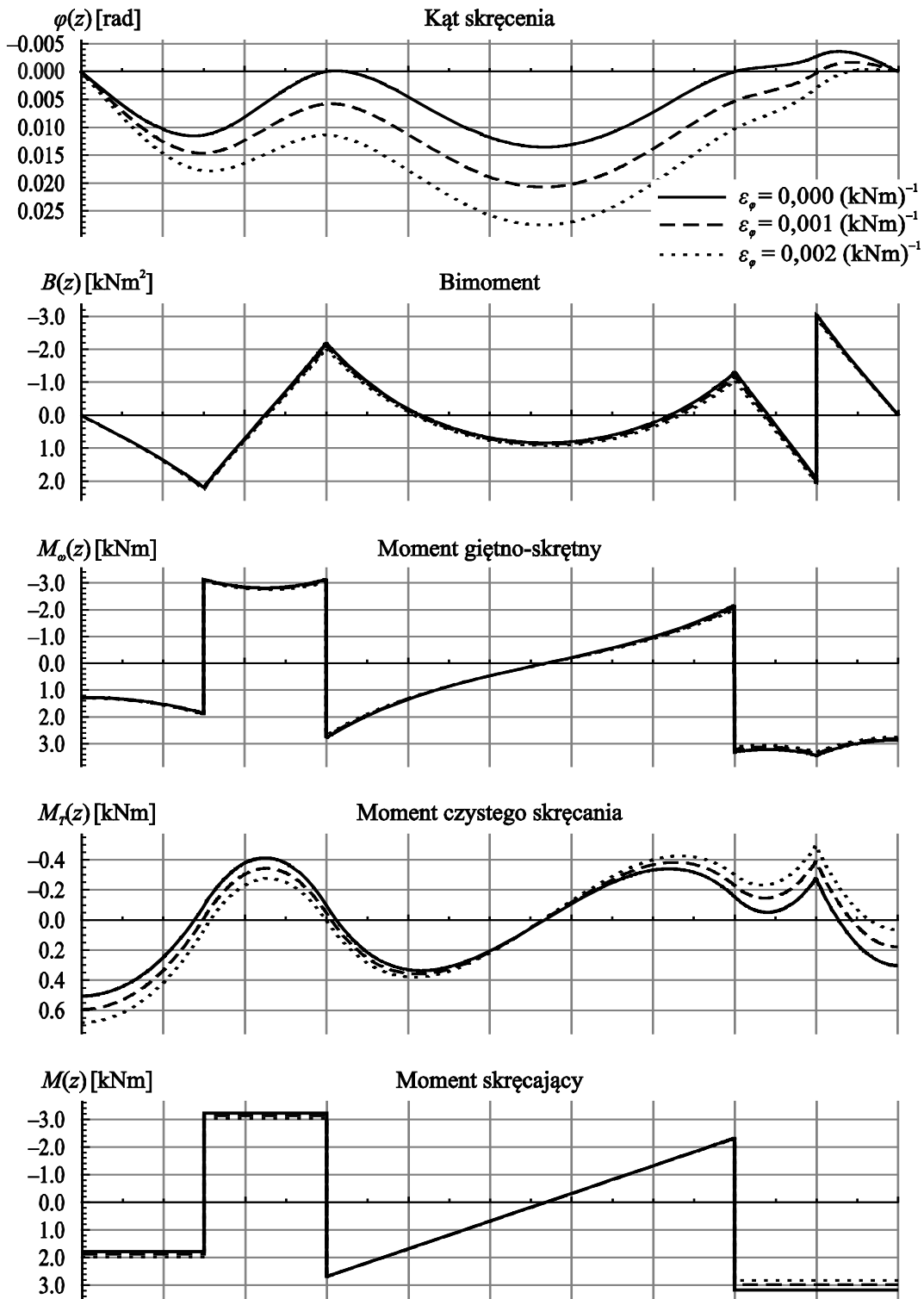
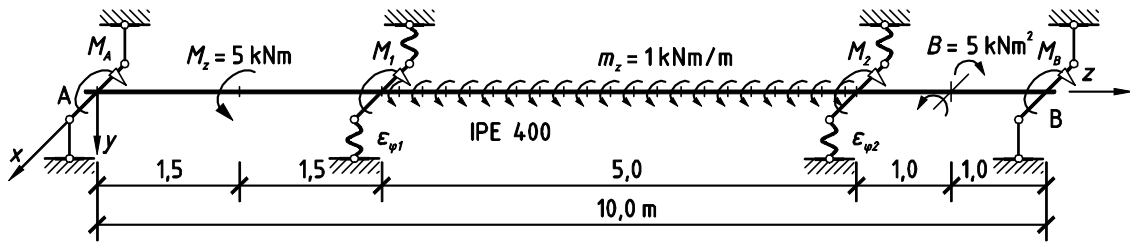
Chcąc zaoszczędzić moc obliczeniową, równanie kątów skręcenia elementu zostało rozwiązane w tym przypadku bez wpływu ośrodka sprężystego. Miało to istotny wpływ na czas obliczeń. Samo uzyskanie rozwiązania szczegółowego wszystkich wyznaczonych wielkości trwało 9 s, sporządzenie natomiast jednego wykresu zajęło 16 s.

3.2 Pręt w ośrodku obrotowo-sprężystym typu Winklera

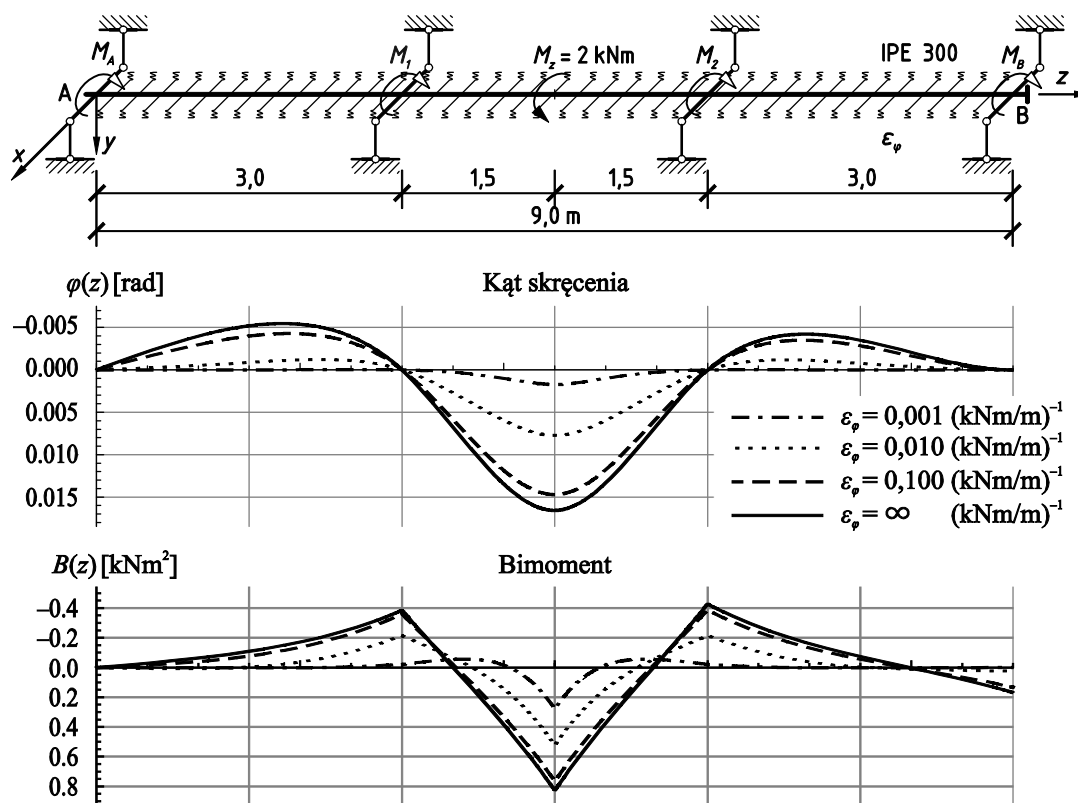
Drugim przykładem jest trzyprzęsłowy pręt w ośrodku obrotowo-sprężystym typu Winklera (rys. 4). Charakterystyki przekrojowe przyjęto jak dla kształtownika IPE 300. Przęsła mają po 3 m rozpiętości. Obciążeniem zewnętrznym jest skupiony moment skręcający przyłożony w połowie długości pręta. Na wszystkich podporach nie ma możliwości skręcenia ($\varphi = 0$). Dodatkowo koniec A ma swobodę deplanacji ($\varphi^{(2)} = 0$), natomiast koniec B ma uniemożliwione spaczenie ($\varphi^{(1)} = 0$).

Na rysunku 4 pokazano wykres kąta skręcenia i bimoment, a na rys. 5 linie wpływu wymienionych wielkości oraz reakcji podporowych w zależności od podatności ośrodka obrotowo-sprężystego.

Ze względu na ośrodek obrotowo-sprężysty, czas trwania obliczeń był znacznie dłuższy niż w poprzednim przykładzie. Na otrzymanie rozwiązania szczególnego funkcji kąta skręcenia komputer potrzebował 245 s, a ponadto 41 s na wyznaczenie funkcji sił przekrojowych i linii wpływu wyznaczonych wielkości. Czasochłonne okazało się graficzne opracowanie wyników, gdyż na sporządzenie pojedynczego wykresu komputer potrzebował 1682 s, czyli prawie 30 minut.



Rys. 3. Kąty skrećania i wartości sił przekrojowych w zależności od podatności ϵ_{φ} podpór pośrednich



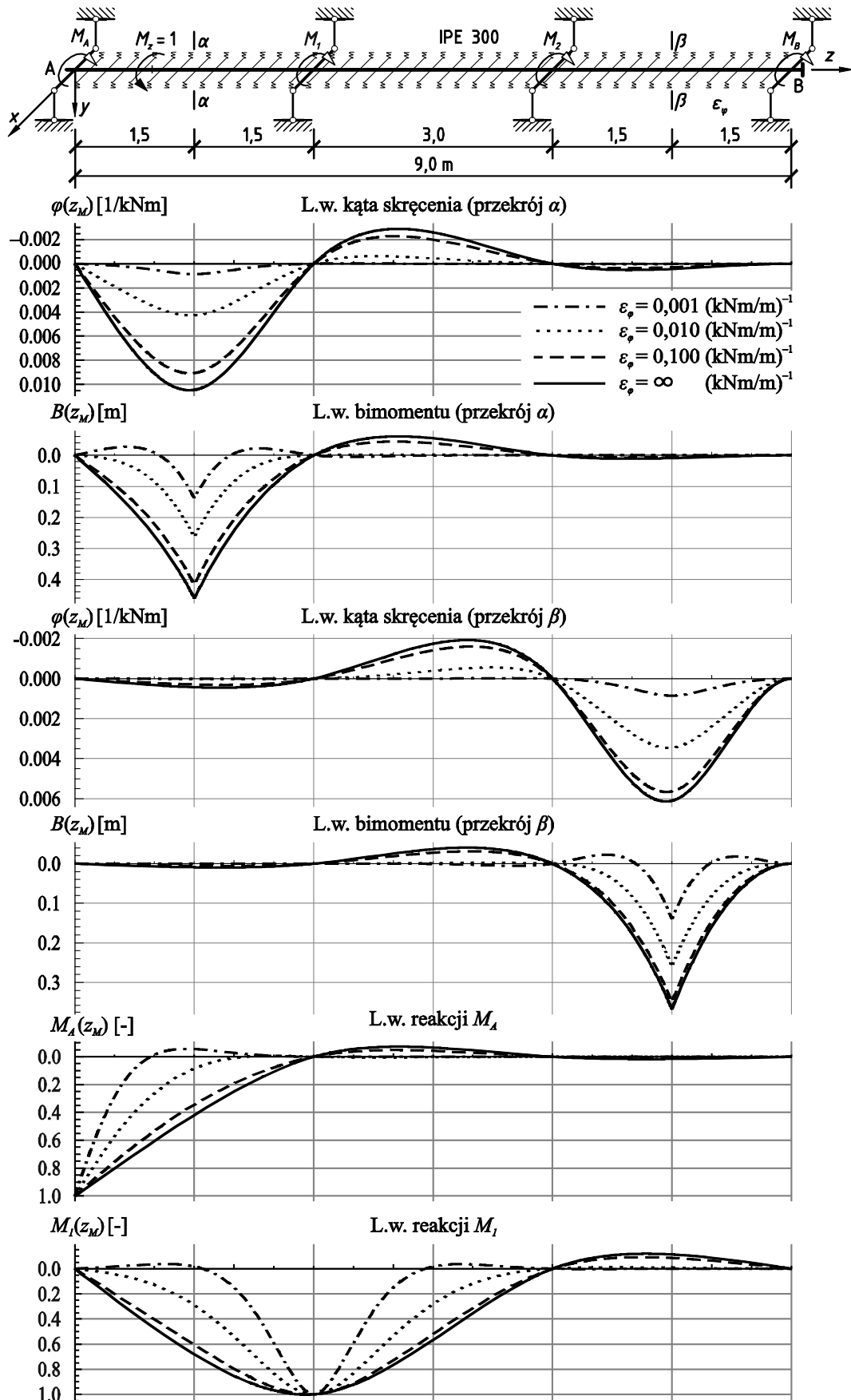
Rys. 4. Kąty skręcenia i bimomenty w zależności od podatności ε_{φ} ośrodka obrotowo-sprężystego

Zastosowanie przekształcenia Laplace'a wydaje się optymalne w przypadku dowolnego (sprężystego) podparcia pręta w przekrojach końcowych. Dla przypadków pokazanych na rys. 3, 4 i 5, jest możliwość skorzystania w pakiecie *Mathematica* z funkcji DSolve, co pozwoli przypuszczalnie na skrócenie czasów obliczeń.

4. ZAKOŃCZENIE

Zastosowanie pakietu *Mathematica* umożliwia optymalne rozwiązanie złożonych problemów nieswobodnego skręcania dowolnie obciążonych ciągłych prętów cienkościennych o przekroju otwartym. Pręty te mogą mieć podpory sprężyste oraz współpracować z ośrodkiem obrotowo-sprężystym typu Winklera. Przedstawione przykłady są ogólniejsze niż rozwiązania wyprowadzone w [1, 2]. Korzystanie z pakietu nie wymaga biegłej znajomości teorii dystrybucji, co konieczne jest przy korzystaniu z rozwiązań podanych w [1, 2].

Dokładność obliczeń szczegółowych otrzymanych pakietem *Mathematica*, sprawdzona z wynikami zamieszczonymi w 0, mieści się w granicach do 2%. Ponadto rozwiązania zweryfikowano programem SOFiSTiK stosując prętowe elementy skończone o 7 stopniach swobody w węzle. Dla domyślnych charakterystyk przekrojowych obliczonych przez program, różnice w wynikach odbiegają niestety od odpowiednich wartości nawet do 37%. Przyczynę tego typu rozbieżności w programach MES analizowano w pracy 0. W przypadku elementów prętowych dokładność obliczeń numerycznych można zwiększyć, wprowadzając wprost wartości charakterystyk przekrojowych dla danego elementu. I tak, wyniki otrzymane programem SOFiSTiK przy przyjęciu charakterystyk podanych wg 0, są praktycznie takie same jak wyznaczone pakietem *Mathematica*.



Rys. 5. Linie wpływu kątów skęrcenia, bimomentów i reakcji podporowych w zależności od podatności ε_φ ośrodka obrotowo-sprężystego

Podziękowania

Obliczenia wykonano na komputerach Wrocławskiego Centrum Sieciowo-Superkomputerowego (<http://www.wcss.wroc.pl>), grant obliczeniowy Nr 102319.

Piśmiennictwo

- [1] Gosowski B.: Skręcanie i zginanie otwartych, stężonych elementów konstrukcji metalowych. Wrocław, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, 2004.
- [2] Gosowski B.: Non-uniform torsion of stiffened open thin-walled members of steel structures. *Journal of Constructional Steel Research*, vol. 63 (2007), Nr. 6, pp. 849-865.
- [3] Vlasov V.Z.: *Tonkostiennyje uprugije stierzni*. Moskwa, GIFML, 1959.
- [4] Grzymkowski R., Kapusta A., Kuboszek T., Słota D.: *Mathematica 6*. Gliwice, Wydawnictwo Komputerowe Pracowni Jacka Skalmierskiego, 2008.
- [5] Bogucki W., Żyburtowicz M.: *Tablice do projektowania konstrukcji metalowych*. Warszawa, Arkady, 2006.
- [6] PN-EN 1993-1-1:2006 Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków.
- [7] Gosowski B., Nizniowski P.: Verification of FEM program solutions of stability and torsion problems for I shape steel members. *Archives of Civil Engineering*, vol. 54 (2008), iss. 1, pp. 129-145.

SOLUTION OF TORSION PROBLEMS OF CONTINUOUS I-SECTIONS USING *MATHEMATICA* PACKAGE

Summary

Computational procedure as a flowchart, implemented by *Mathematica* package, to solve torsion problems of continuous, prismatic thin-walled opened members situated in a Winkler rotational-elastic environment is presented. Moreover, examples of the derived solution are shown as applied in static calculations of torsional continuous members in rotational-elastic environment. Graphs of influence lines and internal forces are attached.

Mathematica package allows derivation of a solution of complex non-uniform torsion of freely loaded continuous thin-walled opened cross section. Members can be flexibly supported and be situated in a Winkler rotational-elastic medium influencing along shear centre axis. One of the benefits is that *Mathematica* does not require proficient knowledge of distributions, which is necessary using solutions given by Gosowski [1, 2].

The accuracy of the obtained particular results was compared to examples published in [1] and the difference is not greater than 2%. Furthermore, the solutions were verified by FEM commercial software SOFiSTiK using bar elements with 7 DOF in each node. For default values of cross section characteristics calculated by the software the biggest discrepancy reached almost 37%. The accuracy may be increased through manual setting of warping resistance I_{ω} and especially torsional inertia I_T . Thus the obtained results are exactly the same as the values calculated by *Mathematica*.

Calculations have been carried out in Wrocław Centre for Networking and Supercomputing (<http://www.wcss.wroc.pl>), grant No. 102319.

Krzysztof GROMYSZ¹
Politechnika Śląska

BADANIE SZTYWNOŚCI I ROZPRASZANIA ENERGII W ŻELBETOWYCH PŁYTACH WARSTWOWYCH PODDANYCH OBCIĄŻENIOM CYKLICZNYM

STRESZCZENIE

Występowanie zespolenia w żelbetowych płytach warstwowych wywołuje spadek sztywności tych płyt w stosunku do płyty monolitycznej. Związane jest to ze wzajemnym oddziaływaniem dwóch warstw betonów [1]. W modelu płyty warstwowej o jednym stopniu swobody spadek ten uwzględnia się przez szeregowe dołączenie do sztywności płyty monolitycznej sztywności warstwy kontaktowej [2]. Charakterystyka sztywności warstwy kontaktowej, wyznaczona na podstawie zrelacjonowanych w artykule badań płyt, jest nieliniowa i niesprężysta. Sztywność warstwy kontaktowej maleje wraz ze wzrostem obciążenia, a elementy odpowiadające większej sztywności cechują się większą dyssypacją energii. Przywołane wyniki badań płyt potwierdzają założenia modelu żelbetowej płyty warstwowej o jednym stopniu swobody poczynione w [2]. Wyczerpaniu nośności płyt cechujących się małą sztywnością warstwy kontaktowej towarzyszyło rozwarstwienie. Tym samym znajomość sztywności warstwy kontaktowej pozwala na prognozowanie nośności żelbetowych płyt warstwowych.

SŁOWA KLUCZOWE: konstrukcje żelbetowe, stropy warstwowe, pętla histerezy

1. WPROWADZENIE

Celem pracy jest estymacja parametrów modelu płyty warstwowej o jednym stopniu swobody. Model ten jest szeregowym połączeniem modelu płyty monolitycznej o jednym stopniu swobody i modelu warstwy kontaktowej [2].

Modelem płyty monolitycznej jest równoległe połączenie elementu liniowo – sprężystego cechującego się sztywnością $k_{m,el}$ i elementu sprężysto – tarcowego opisującego tarcie wewnętrzne, co przedstawiono na rysunku 1a. Pod narastającym obciążeniem, niezależnie od zwrotu obciążenia [2], element sprężysto – tarcowy cechuje się sztywnością $k_{m,fi}$, a pod obciążeniem malejącym, także niezależnie od zwrotu obciążenia [2], nie wykazuje przemieszczeń. W cyklu pełnego obciążenia i odciążenia model płyty monolitycznej generuje pętlę histerezy o polu powierzchni ψ_m oraz cechuje się wypadkową sztywnością $k_{m,x}$ (rys. 1a). Pętlę histerezy modelu płyty monolitycznej można wpisać w prostokąt o powierzchni

$$V_m = \Delta Q \cdot \Delta y, \quad (1)$$

gdzie ΔQ jest zmianą siły obciążającej, a Δy przemieszczeniem, które ta zmiana wywołuje (rys. 1a).

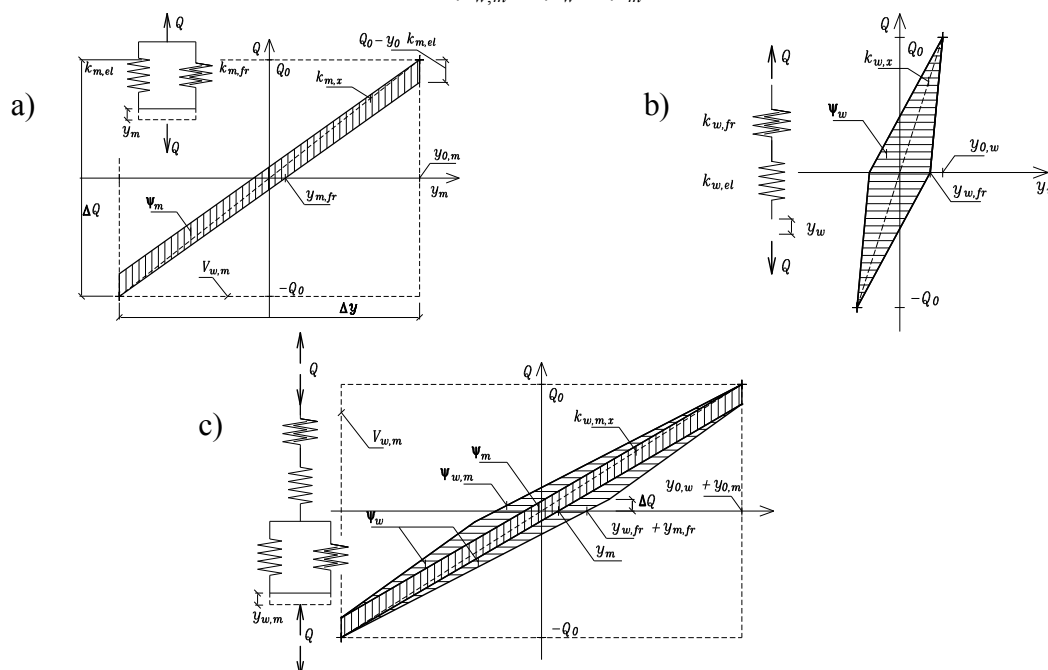
¹ krzysztof.gromysz@polsl.pl

Iloraz

$$\chi_m = \frac{\Psi_m}{V_m} \quad (2)$$

jest współczynnikiem dyssypacji energii modelu płyty monolitycznej. Model warstwy kontaktowej składa się z szeregowego połączenia elementu liniowo – sprężystego o sztywności $k_{w,el}$ i elementu modelującego tarcie wewnętrzne, którego sztywność pod zwiększającym się obciążeniem wynosi $k_{w,fr}$, a pod zmniejszającym się obciążeniem nie wykazuje przemieszczeń. Pole powierzchni pętli histerezy modelu warstwy kontaktowej jest równe Ψ_w , a przekątna pola rombu opisującego pętlę histerezy tego modelu odpowiada wypadkowej sztywności $k_{w,x}$ (rys. 1b). Model żelbetowej płyty warstwowej o jednym stopniu swobody, jako połączenie modelu płyty monolitycznej i modelu warstwy kontaktowej (rys. 1c), w cyklu pełnego obciążenia i odciążenia, cechuje się polem powierzchni pętli histerezy

$$\Psi_{w,m} = \Psi_w + \Psi_m \quad (3)$$



Rys. 1. Model płyty warstwowej o jednym stopniu swobody a) element modelujący płytę monolityczną i pętlę histerezy elementu, b) element modelujący warstwę kontaktową i pętlę histerezy elementu, c) model płyty warstwowej i pętlę histerezy wywołana obciążeniem cyklicznym

Pole to można wpisać w prostokąt o powierzchni $V_{w,m}$ i wyznaczyć współczynnik dyssypacji energii modelu płyty warstwowej

$$\chi_{w,m} = \frac{\Psi_{w,m}}{V_{w,m}} \quad (4)$$

gdzie $V_{w,m}$ jest polem powierzchni prostokąta, w który wpisano pętlę o polu powierzchni $\Psi_{w,m}$. Współczynnik dyssypacji energii w modelu warstwy kontaktowej χ_w , przy założeniu $k_{w,x} \gg k_{m,x}$ określa się jako

$$\chi_w = \chi_{w,m} - \chi_m \quad (5)$$

Przekątna figury o powierzchni $\Psi_{w,m}$ odpowiada wypadkowej sztywności modelu płyty warstwowej i wynosi (rys. 1c)

$$k_{w,m,x} = \frac{k_{w,x} \cdot k_{m,x}}{k_{w,x} + k_{m,x}} \quad (6)$$

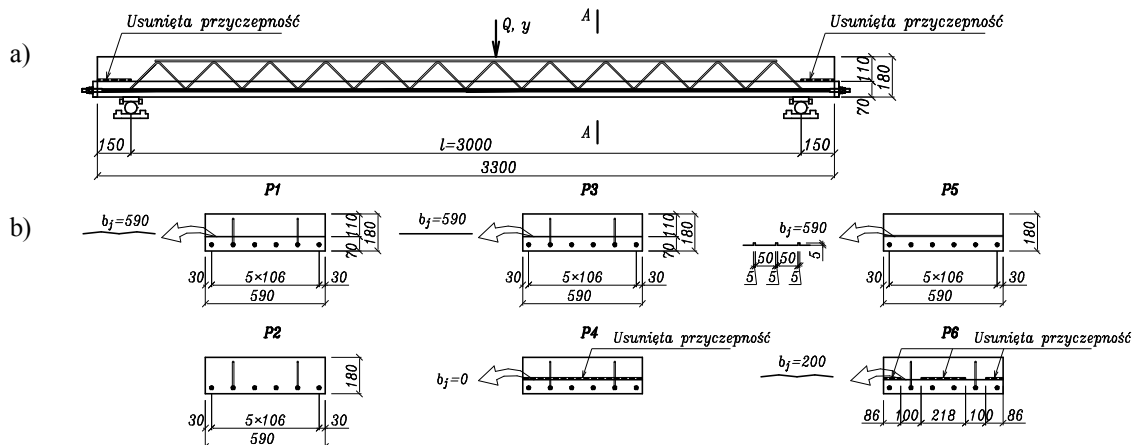
2. PROGRAM BADAŃ

Celem badań była estymacja parametrów modelu opisanego w punkcie 1. Badania objęły sześć swobodnie podpartych płyt, każda o długości 3300 mm, szerokości $b = 590$ mm, wysokości $h = 180$ mm i rozpiętości przęsła $l = 3000$ mm. Płyty oznaczone: P1, P3, P4, P5, P6 były warstwowe, a płyta P2 - monolityczna. Wysokość warstwy górnej płyt warstwowych (h_g) wynosiła 110 mm a dolnej (h_d) 70 mm.

Zbrojenie przęsłowe każdej płyty stanowiło sześć prętów żebrowanych średnicy 20 mm. W przypadku pięciu płyt P1, P2, P3, P4, P6 zastosowano zbrojenie pionowe w postaci dwóch kratowniczek wykonanych z prętów gładkich średnicy 6 mm przyspawanych do pręta średnicy 20 mm (rys. 2a). W płytach tych występowało zatem w przęśle również zbrojenie górą (rys. 2a). W przypadku płyt warstwowych wykonano cztery typy powierzchni zespolenia (rys. 2b): gładką – wyrównaną kielnią (P1, P6), gładką od formy ze sklejki szalunkowej (P3), z wrębami 5/5 mm co 50 mm w postaci odlewu formy ze sklejki szalunkowej (P5) oraz z usuniętą przyczepnością na całej szerokości przekroju (P4) i z usuniętą przyczepnością na części szerokości przekroju (P6). Szerokość zespolenia była równa szerokości płyty, a w jednym przypadku ograniczona do 200 mm (płyta P6).

Zaprojektowano obszerne badania płyt, przy czym przedmiotem niniejszego artykułu jest tylko ich część obejmująca obciążenia cykliczne. Obciążenia cykliczne przeprowadzono dla dwóch stanów płyt oznaczonych jako „0” i „II”. Za stan „0” przyjęto sytuację płyt, w której znalazły się one po wykonaniu i umieszczeniu na stanowisku badawczym. Płyty w stanie „II” znalazły się po przyłożeniu do nich maksymalnego obciążenia, które wywołało rozwarstwienie, co miało miejsce w przypadku płyt P1, P4 i P6, lub uplastycznienie zbrojenia przęsłowego co nastąpiło w płytach P2, P3 i P5. Obciążenia cykliczne polegały na kilkukrotnym przykładaniu do płyty obciążenia na przemian o zwrocie ujemnym, kiedy siła Q była skierowana w dół i dodatnim, gdy siła Q była skierowana ku górze. Wymuszano w ten sposób ugięcie płyty w środku rozpiętości (ugięcie płyty w punkcie) w zakresie od $-A$ do A . Dążono do tego aby wielkość A , którą nazwano amplitudą, w kolejnych etapach przyjmowała wartości: 0,1 mm, 0,5 mm, 1 mm i 2 mm. Badanie płyt w stanie „II” (rozwarstwionych) zaprojektowano ze względów diagnostycznych. Znajomość reakcji płyty znajdującej się w stanie „II” na obciążenia cykliczne umożliwi w przyszłości wykrywanie rozwarstwienia w konstrukcjach rzeczywistych, gdzie nie jest znana historia obciążenia. Zaprojektowane etapy obciążenia zestawiono w tabelicy 1.

W trakcie badań płyt mierzono siłę obciążającą (Q – rys. 2a) i ugięcie elementu w środku rozpiętości (y – rys. 2a).



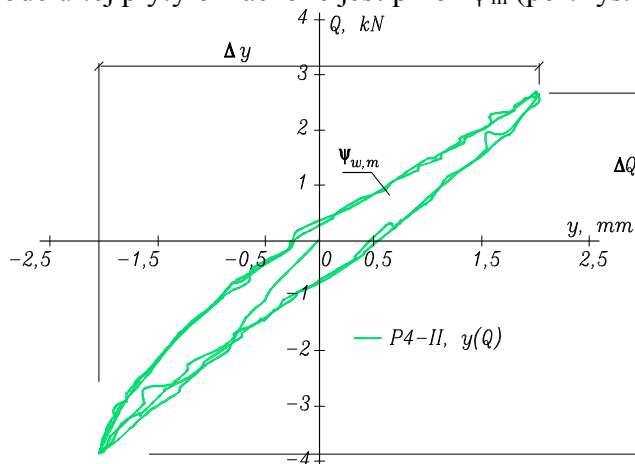
Rys. 2. Elementy badawcze a) przekrój podłużny przez płytę oraz mierzone wielkości, b) przekroje poprzeczne płyt (A-A)

Tablica 1. Etapy obciążenia

Nr etapu obciążenia	Typ obciążenia	Stan płyty	Opis obciążenia
1	Obciążenie cykliczne	„0”	Wymuszanie ugięcia płyty (y) siłą skupioną (Q) w zakresie od ok. $-0,1$ mm do ok. $0,1$ mm ($A \cong 0,1$ mm)
2	Obciążenie cykliczne	„0”	Jak wyżej, $A \cong 0,5$ mm
3	Obciążenie cykliczne	„0”	Jak wyżej, $A \cong 1$ mm
4	Obciążenie cykliczne	„0”	Jak wyżej, $A \cong 2$ mm
5	Obciążenie cykliczne	„II”	Wymuszanie ugięcia płyty (y) siłą skupioną (Q) w zakresie od $-0,1$ mm do $0,1$ mm ($A \cong 0,1$ mm)
6	Obciążenie cykliczne	„II”	Jak wyżej, $A \cong 0,5$ mm
7	Obciążenie cykliczne	„II”	Jak wyżej, $A \cong 1$ mm
8	Obciążenie cykliczne	„II”	Jak wyżej, $A \cong 2$ mm

3. WYNIKI BADAŃ

Jak przedstawiono powyżej cykliczne obciążenia płyt polegały na kilkukrotnym wymuszaniu ugięcia płyt (y) w miejscu przyłożenia siły Q w środku rozpiętości w zakresie od $-A$ do A . W przypadku wszystkich płyt zauważono, że mierzone wartości w trakcie kolejnych cykli stabilizowały się tworząc pętle histerezy. Przykład tworzenia się ustabilizowanej pętli histerezy ugięcia (y) w płycie P4, przy zmianie siły wymuszającej o wartość ΔQ i odpowiadającej zmianie ugięcia Δy przedstawiono na rysunku 3. Pole ustabilizowanej pętli histerezy w układzie współrzędnych (y , Q), w przypadku płyty warstwowej, jak i modelu tej płyty oznaczone jest przez $\psi_{w,m}$ (rys. 3, por. rys. 1c). Analogiczne pole w przypadku płyty monolitycznej jak i modelu tej płyty oznaczone jest przez ψ_m (por. rys. 1a).



Rys. 3. Przykładowe wyniki badań płyty P4 obciążonej cyklicznie w 8. etapie obciążenia

W przypadku ustabilizowanych pętli wyznaczono różnicę ugięć (Δy), różnicę siły (ΔQ) oraz pole powierzchni ustabilizowanej pętli histerezy $\psi_{w,m}$ (płyty warstwowe) i ψ_m (płyta monolityczna). Uzyskane wartości dla stanu „0” i stanu „II” zamieszczono w tablicy 2.

Wytrzymałość betonu na ściskanie płyt wyznaczona na próbkach sześciennych o boku 150 mm wynosiła od 44,04 MPa do 60,28 MPa, a wytrzymałość na ściskanie wyznaczona na próbkach walcowych $\phi 160/150$ mm wahała się od 38,33 MPa do 50,02 MPa. Wytrzymałość na rozciąganie wyznaczana w próbie rozłupywania walców $\phi 160/150$ mm wynosiła od 1,98 MPa do 3,71 MPa. Sieczne moduły sprężystości E_{cm} dla betonu wyznaczone na próbce walcowej $\phi 160/150$ mm w granicach $0 \div 0,4 \cdot f_{c,cyl}$ wynosiły od 31,08 GPa do 42,23 GPa. Granica proporcjonalności siły do odkształceń prętów średnicy 20 mm wynosiła 147,77 kN, a prętów średnicy 6 mm 10,05 kN. Wartości sił zrywających pręty wynosiły odpowiednio 199,24 kN i 12,72 kN.

Tablica 2. Wyniki badań płyt poddanych obciążeniom cyklicznym

Nr etapu obciążenia, amplituda, stan	wielkość	P1	P2	P3	P4	P5	P6
1, A≅0,1 mm, Stan „0”	ΔQ	12,194	6,858	8,625	5,568	5,248	4,298
	Δy	0,391	0,218	0,217	0,230	0,229	0,227
	ψ _{w,m} (ψ _m)	3,246	0,303	1,177	0,982	0,439	0,227
2, A≅0,5 mm, Stan „0”	ΔQ	12,194	23,978	18,980	15,115	18,980	13,992
	Δy	0,765	1,055	1,094	1,059	1,055	1,074
	ψ _{w,m} (ψ _m)	4,248	3,731	8,605	7,486	4,870	4,478
3, A≅1 mm, Stan „0”	ΔQ	16,896	36,535	32,359	24,520	31,655	21,816
	Δy	1,180	1,957	1,095	2,058	2,095	2,100
	ψ _{w,m} (ψ _m)	7,552	8,623	23,247	18,727	18,157	15,614
4, A≅2 mm, Stan „0”	ΔQ	44,837	39,756	63,914	33,736	59,208	37,036
	Δy	3,539	2,946	2,412	4,120	4,190	4,131
	ψ _{w,m} (ψ _m)	41,630	12,276	87,889	56,817	68,661	49,610
5, A≅0,1 mm, Stan „II”	ΔQ	2,398	2,218	4,113	0,767	1,378	0,585
	Δy	0,217	0,207	0,217	0,242	0,226	0,280
	ψ _{w,m} (ψ _m)	0,187	0,096	0,499	0,017	0,033	0,021
6, A≅0,5 mm, Stan „II”	ΔQ	6,220	8,181	14,243	2,328	4,418	1,867
	Δy	1,032	1,043	1,041	1,044	1,045	1,060
	ψ _{w,m} (ψ _m)	2,765	1,362	6,431	0,400	0,958	0,457
7, A≅1 mm, Stan „II”	ΔQ	10,529	14,128	26,964	3,759	6,936	2,883
	Δy	2,043	2,043	2,059	2,026	2,038	2,084
	ψ _{w,m} (ψ _m)	7,672	4,078	16,883	1,764	2,455	1,585
8, A≅2 mm, Stan „II”	ΔQ	17,741	26,288	36,217	6,479	12,076	4,545
	Δy	4,086	4,091	4,101	4,052	4,065	4,060
	ψ _{w,m} (ψ _m)	17,894	10,962	57,474	5,518	6,868	3,736

4. ANALIZA WYNIKÓW BADAŃ

Celem analizy badań doświadczalnych jest estymacja parametrów opisujących sztywność i rozpraszanie energii modelu żelbetowej płyty warstwowej. Znajomość tych parametrów, co zostanie wykazane poniżej, pozwala na prognozowanie czy występowanie zespolenia w żelbetowej płycie warstwowej ma wpływ na jej nośność.

4.1. Sztywność płyt

Wypadkową sztywność modelu płyty warstwowej o jednym stopniu swobody ($k_{w,m,x}$ – rys. 1c) estymuje się sztywnością płyty dwuwarstwowej w punkcie przyłożenia siły Q ($k_{w,m}$), a wypadkową sztywność płyty monolitycznej o jednym stopniu swobody ($k_{m,x}$ – rys. 1a) estymuje się sztywnością płyty monolitycznej w punkcie przyłożenia siły Q (k_m). Punkt przyłożenia siły znajduje się w środku rozpiętości płyt. Parametry sztywności płyt określa się na podstawie zależności

$$k_{w,m} = \frac{\Delta Q}{\Delta y}; \quad k_m = \frac{\Delta Q}{\Delta y} . \quad (7)$$

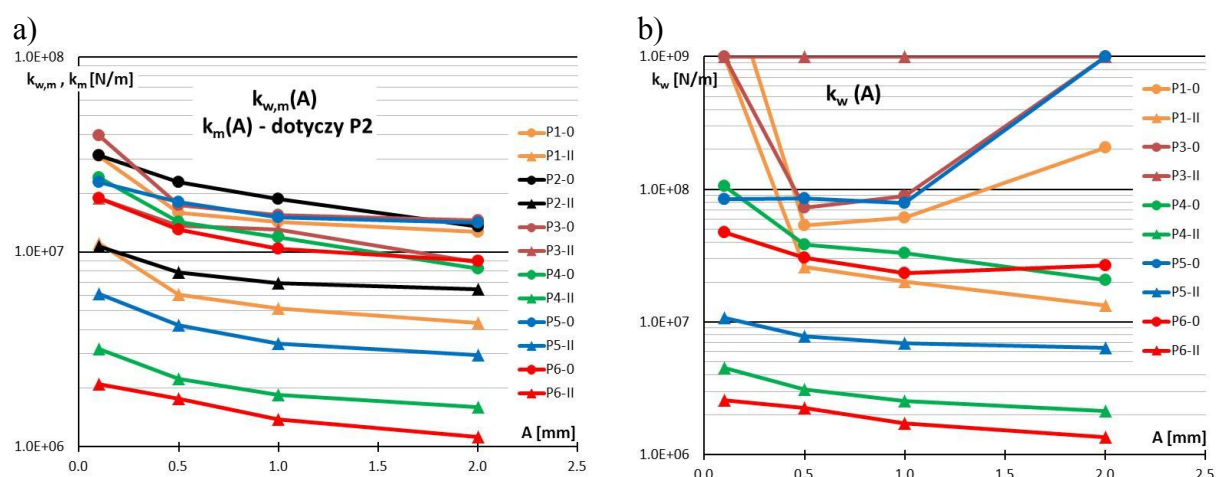
Wykorzystując wartości ΔQ i Δy pochodzące z tablicy 2 wyznaczono sztywności płyt warstwowych i monolitycznej w punkcie przyłożenia siły odpowiadające poszczególnym etapom obciążenia. Obliczone wartości zamieszczono w tablicy 3. W tablicy tej podano ponadto, wyznaczone na podstawie zależności (6), składowe sztywności, za które odpowiedzialne jest występowanie warstwy kontaktowej (k_w).

Wyznaczone sztywności płyt warstwowych $k_{w,m}$ i płyty monolitycznej k_m maleją wraz z amplitudą, co przedstawiono na rysunku 4a. Obserwacje te potwierdzają spostrzeżenia

poczynione w [3]. W przypadku płyt P1, P4 i P5, które w stanie „II” charakteryzowały się rozwarstwieniem, obliczone sztywności k_w maleją wraz ze wzrostem amplitudy. Z kolei w przypadku płyt warstwowych P3 i P5, którym nie towarzyszyło rozwarstwienie w stanie „II”, zmiana sztywności k_w wraz ze zmianą amplitudy nie jest jednoznaczna. W płytach tych, wyznaczona sztywność k_w przy zmianie amplitudy z 0,1 mm do 0,5 mm malała, a przy zmianie amplitudy z 1 mm na 2 mm wyznaczona sztywność k_w była w przybliżeniu stała. W każdym razie w płytach tych wpływ sztywności k_w na sztywność $k_{w,m}$ nie jest znaczący. Wyznaczone sztywności k_w w zależności od amplitudy (A) zamieszczono na rysunku 4b. Niezgodne z oczekiwaniami jest spostrzeżenie, że sztywność płyty warstwowej P3 jest większa od sztywności płyty monolitycznej P2 (tablica 3). Zjawisko to wynika z większej wartości modułu sztywności betonu w przypadku płyty P3 przy jednocześnie bardzo dużej sztywności warstwy kontaktowej w tej płycie.

Tablica 3. Obliczone sztywności płyt dwuwarstwowych w punkcie ($k_{w,m}$) i w płycie monolitycznej (k_m) według (6) i (7) wyrażone w GN/m

Nr etapu obciążenia, amplituda, stan	Wielkość ($k_{m,x}$ dotyczy P2)	P1	P2	P3	P4	P5	P6
1, $A \approx 0,1$ mm, Stan „0”	$k_{w,m}$ ($k_{m,x}$)	31,2	31,4	39,7	24,2	22,9	18,9
	$k_{w,x}$	4690	/	> 1000	106	84,9	47,7
2, $A \approx 0,5$ mm, Stan „0”	$k_{w,m,x}$ ($k_{m,x}$)	15,9	22,8	17,4	14,3	18,0	13,0
	$k_{w,x}$	53,2	/	73,2	38,3	85,9	30,5
3, $A \approx 1$ mm, Stan „0”	$k_{w,m,x}$ ($k_{m,x}$)	14,3	18,7	15,4	11,9	15,1	10,4
	$k_{w,x}$	60,8	/	89,4	32,9	79,2	23,4
4, $A \approx 2$ mm, Stan „0”	$k_{w,m,x}$ ($k_{m,x}$)	12,7	13,5	14,5	8,19	14,1	8,97
	$k_{w,x}$	208	/	> 1000	20,8	> 1000	26,7
5, $A \approx 0,1$ mm, Stan „II”	$k_{w,m,x}$ ($k_{m,x}$)	11,1	10,7	19,0	3,17	6,10	2,09
	$k_{w,x}$	> 1000	/	> 1000	4,5	14,2	2,60
6, $A \approx 0,5$ mm, Stan „II”	$k_{w,m,x}$ ($k_{m,x}$)	6,03	7,84	13,7	2,23	4,23	1,76
	$k_{w,x}$	26	/	> 1000	3,12	9,17	2,27
7, $A \approx 1$ mm, Stan „II”	$k_{w,m,x}$ ($k_{m,x}$)	5,15	6,92	13,1	1,86	3,40	1,38
	$k_{w,x}$	20,2	/	> 1000	2,54	6,70	1,73
8, $A \approx 2$ mm, Stan „II”	$k_{w,m,x}$ ($k_{m,x}$)	4,34	6,43	8,83	1,60	2,97	1,12
	$k_{w,x}$	13,4	/	> 1000	2,13	5,52	1,36



Rys. 4. Sztywności płyt znajdujących się w stanie „0” i „II” jako zmienne zależne od amplitudy (A) a) sztywność płyt warstwowych w punkcie ($k_{w,m}$ dotyczy płyt P1, P3, P4, P5, P6) i sztywność płyty monolitycznej w punkcie (k_m dotyczy płyty P2) estymujące sztywności $k_{w,m,x}$ i $k_{m,x}$ b) składowa sztywność płyt, za które odpowiedzialna jest warstwa kontaktowa (k_w)

4.2. Rozpraszanie energii

Rozpraszanie energii w modelu żelbetowej płyty warstwowej zachodzi wskutek odkształceń elementów sprężysto – tarciovych opisujących niezachowawcze siły w modelu płyty monolitycznej i w modelu warstwy kontaktowej. Miarą ilości rozproszonej energii do energii całkowitej w płycie warstwowej jest współczynnik dyssypacji $\chi_{w,m}$. Jeżeli sztywność opisująca wpływ warstwy kontaktowej (k_w) jest znacznie większa od sztywności k_m , co ma miejsce w przypadku badanych płyt, wówczas do szacowania wartości χ_w można wykorzystać zależność (5).

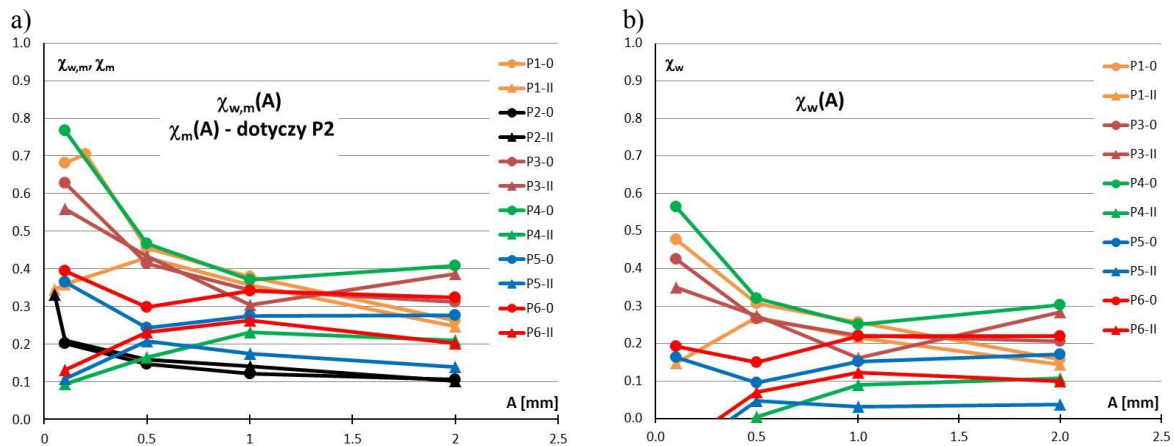
Wartości współczynników dyssypacji energii (χ_m i $\chi_{w,m}$) estymowano na podstawie zależności (2) i (4). Powierzchnie pętli histerezy $\psi_{w,m}$ i ψ_m , niezbędne do wyznaczenia współczynników dyssypacji energii, zaczerpnięto z tablicy 2. Pola $V_{w,m}$ i V_m wyznaczono jako iloczyn odpowiednich ΔQ przez Δy zamieszczonych również w tablicy 2. Uzyskane wartości współczynników dyssypacji energii zamieszczono w tablicy 4.

Analizując wykresy obrazujące zależności współczynników dyssypacji energii od amplitudy zamieszczone na rysunku 5 można wyciągnąć następujące spostrzeżenia. Współczynnik dyssypacji energii żelbetowej płyty warstwowej ($\chi_{w,m}$) cechuje się większymi wartościami w przypadku płyt znajdujących się w stanie „0”, a mniejszymi w przypadku płyt w stanie „II”. W płytach znajdujących się w stanie „0” większe wartości współczynnika $\chi_{w,m}$ występują w przypadku mniejszych amplitud, co oznacza, że wartość tego współczynnika maleje wraz ze spadkiem sztywności modelu warstwy kontaktowej. Z kolei w przypadku płyt znajdujących się w stanie „II” wartość tego współczynnika jest w przybliżeniu stała. Wartość współczynnika rozpraszania energii płyty monolitycznej (χ_m) jest mniejsza od wartości współczynnika rozpraszania energii płyt warstwowych.

O ilości rozpraszanej energii w płytach znajdujących się w stanie „0” decyduje warstwa kontaktowa, a w mniejszym stopniu rozpraszanie energii w warstwach dolnej i górnej.

Tablica 4. Estymacja parametrów opisujących rozpraszanie energii przez płyty obciążone cyklicznie. Współczynnik $\chi_{w,m}$ dotyczy płyt dwuwarstwowych, a χ_m płyty monolitycznej

Nr etapu obciążenia	Współczynnik dyssypacji	P1	P2	P3	P4	P5	P6
1, A≅0,1 mm, Stan „0”	$\chi_{w,m} (\chi_m)$	0,680	0,202	0,629	0,767	0,366	0,395
	χ_w	0,478		0,426	0,564	0,163	0,193
2, A≅0,5 mm, Stan „0”	$\chi_{w,m} (\chi_m)$	0,455	0,147	0,415	0,468	0,243	0,298
	χ_w	0,308		0,267	0,320	0,096	0,151
3, A≅1 mm, Stan „0”	$\chi_{w,m} (\chi_m)$	0,378	0,121	0,343	0,371	0,274	0,341
	χ_w	0,257		0,222	0,250	0,153	0,220
4, A≅2 mm, Stan „0”	$\chi_{w,m} (\chi_m)$	0,262	0,105	0,312	0,409	0,277	0,324
	χ_w	0,158		0,207	0,304	0,172	0,219
5, A≅0,1 mm, Stan „II”	$\chi_{w,m} (\chi_m)$	0,359	0,210	0,559	0,164	0,107	0,131
	χ_w	0,149		0,349	~0	~0	~0
6, A≅0,5 mm, Stan „II”	$\chi_{w,m} (\chi_m)$	0,431	0,160	0,434	0,232	0,208	0,231
	χ_w	0,271		0,274	~0	0,048	0,071
7, A≅1 mm, Stan „II”	$\chi_{w,m} (\chi_m)$	0,357	0,141	0,304	0,214	0,174	0,264
	χ_w	0,215		0,163	0,090	0,032	0,122
8, A≅2 mm, Stan „II”	$\chi_{w,m} (\chi_m)$	0,247	0,102	0,387	0,174	0,140	0,202
	χ_w	0,145		0,285	0,108	0,038	0,101



Rys. 5. Aproxymowane na podstawie badań współczynniki rozpraszania energii jako wielkości zależne od amplitudy (A) a) współczynnik $\chi_{w,m}$ i χ_m , b) współczynnik χ_w

5. PODSUMOWANIE

Występowanie zespolenia w żelbetowych płytach wywoływało spadek sztywności tych płyt względem płyty monolitycznej. Jeżeli spadek ten wynosił 12% i więcej, wówczas wyczerpaniu nośności płyty warstwowej towarzyszyło rozwarstwienie. Spadek ten interpretowano jako szeregowe połączenie sztywności płyty monolitycznej i sztywności warstwy kontaktowej. Sztywność badanej płyty monolitycznej (k_m) w punkcie przyłożenia siły wynosiła ok. 30 GN/m. Sztywność opisująca wpływ warstwy kontaktowej (k_w) zależała od obciążenia i w przypadku płyt, które uległy rozwarstwieniu wynosiła od 26 GN/m do 208 GN/m. Z kolei w płytach, które nie uległy rozwarstwieniu, wielkość ta była o dwa rzędy większa. Większym rozpraszaniem energii w przeprowadzonych badaniach cechowały się płyty o dużej sztywności warstwy kontaktowej.

Piśmiennictwo

- [1] Cholewicki A.: Konstrukcje zespolone z prefabrykatów. Wydawnictwa Instytutu Techniki Budowlanej, Warszawa 2001.
- [2] Gromysz K.: Model tarcia wewnętrznego w poziomym zespoleniu żelbetowych płyt. Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej nr 276, Budownictwo i Inżynieria Środowiska z 58 (3/11/II), str. 127-134.
- [3] Halicka A.: Studium stanu naprężeń i odkształceń w płaszczyźnie styku i strefie przypodporowej elementów zespolonych z udziałem betonów skurczowych i ekspansywnych. Wydawnictwo Politechniki Lubelskiej, Lublin 2007.

TESTING STIFFNESS AND ENERGY DISSIPATION IN REINFORCED-CONCRETE COMPOSITE SLABS CYCLICALLY LOADED

Summary

Reinforced concrete composite slabs consist of a thin prefabricated slab in which span reinforcement is located and of concrete joined with the slab laid on site. The existence of a joint of two concretes in such floors is interpreted as introducing a contact layer into a monolithic slab. Delamination was experienced by the slabs characterised by low contact layer stiffness after applying a maximum load. In addition, the strains of a contact layer having low stiffness were accompanied by lower energy dissipation than for a layer with high stiffness. The findings represent a basis for establishing a method of evaluating the condition of a joint in composite slabs according to statistical investigations.

Paweł KOSSAKOWSKI¹
Grzegorz ORDYSIŃSKI²
Politechnika Świętokrzyska w Kielcach

NUMERYCZNE SZACOWANIE SZTYWNOŚCI ZGINANYCH ELEMENTÓW DREWNIANYCH WZMACNIANYCH MATAMI KOMPOZYTOWYMI

STRESZCZENIE

W artykule przedstawiono zagadnienia związane z numerycznym szacowaniem sztywności belek drewnianych wzmocnionych matami kompozytowymi z włókien szklanych, aramidowych i węglowych. Opisano sposób prowadzenia obliczeń, budowę modeli numerycznych oraz modele materiałowe. Przeprowadzono również weryfikację symulacji komputerowych uzyskując wysoką zbieżność z wynikami badań eksperymentalnych.

SŁOWA KLUCZOWE: kompozyty, obliczenia numeryczne, wzmocnianie elementów drewnianych.

1. WPROWADZENIE

Sukcesywnie wprowadzane przez wiele lat do stosowania w budownictwie kompozyty stały się podstawowym materiałem używanym do wzmocnienia elementów konstrukcyjnych. W największym stopniu materiały te używane są do wzmocnienia konstrukcji żelbetowych co jest wynikiem prowadzonych badań eksperymentalnych i teoretycznych owocujących opracowaniem szeregu komercyjnych technologii oraz wielu procedur i programów obliczeniowych. Kompozyty stosowane są również do wzmocnienia elementów i obiektów wykonanych z materiałów innych niż beton, tj. stali, materiałów ceramicznych czy wreszcie drewna.

Elementy wykonane z drewna i materiałów drewnopochodnych wzmocniane są analogicznie jak te z betonu czy stali, tj. przy zastosowaniu lamel i mat kompozytowych. O ile jednak w przypadku wzmocnienia elementów betonowych istnieje wiele kompletnych już systemów, to w odniesieniu do wzmocnienia drewna tematyka ta wciąż jest przedmiotem szerokich badań oraz rozważań teoretycznych, zarówno w kraju jak i za granicą.

W niniejszym artykule przedstawiono zagadnienia związane z numerycznym szacowaniem sztywności belek drewnianych wzmocnionych matami kompozytowymi z włókien szklanych, aramidowych i węglowych. Opisano sposób budowy modeli numerycznych, ze szczególnym uwzględnieniem przyjętych anizotropowych modeli materiałowych drewna i kompozytów.

¹ kossak@tu.kielce.pl

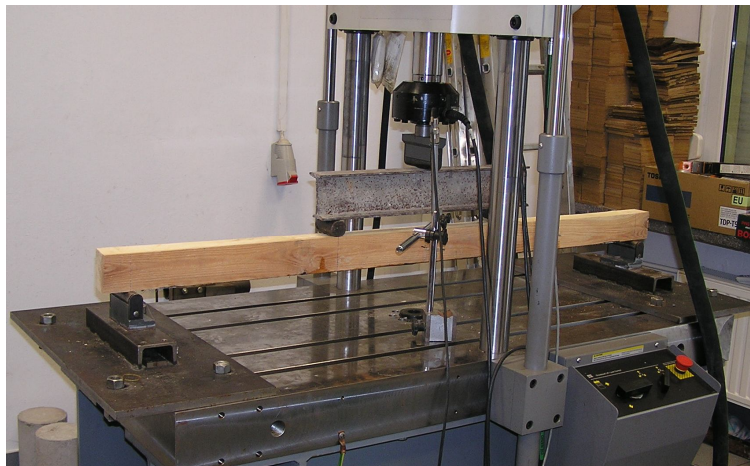
² ordys@tu.kielce.pl

2. BADANIA EKSPERYMENTALNE

Pierwszym etapem przeprowadzonej analizy były badania eksperymentalne, obejmujące wyznaczenie parametrów sprężystych drewna oraz sztywności belek drewnianych wzmocnianych matami kompozytowymi w strefie rozciąganej przekroju poprzecznego.

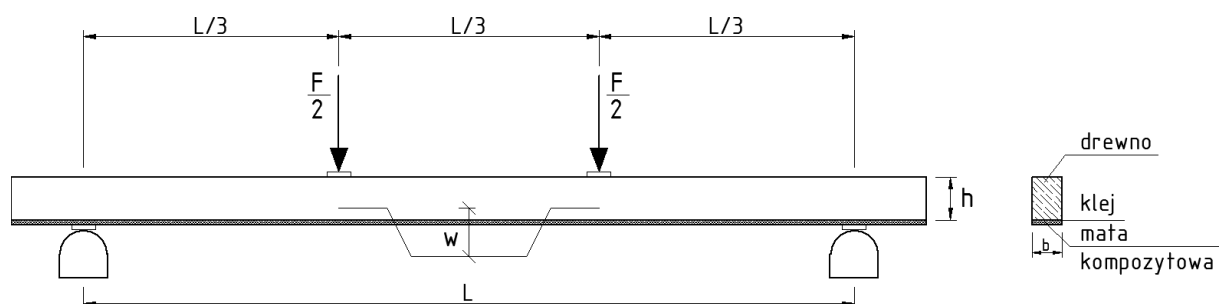
Badania przeprowadzone zostały na belkach wykonanych z drewna sosnowego o wymiarach nominalnych $b \times h \times L = 6 \times 8 \times 144$ cm bez wzmocnień oraz wzmocnionych trzema rodzajami mat kompozytowych w układzie jednowarstwowym firmy S&P Reinforcement [1]:

- z włókien szklanych S&P G Sheet AR 50/50 (moduł sprężystości $E = 65$ GPa)
- z włókien aramidowych S&P A Sheet 120/290 (moduł sprężystości $E = 120$ GPa)
- z włókien węglowych S&P C Sheet 240/400 (moduł sprężystości $E = 240$ GPa)



Rys. 1. Widok stanowiska badawczego

Próby wytrzymałościowe przeprowadzono na stanowisku pozwalającym na zrealizowanie tzw. „czteropunktowego” symetrycznego zginania statycznego, podczas którego zarejestrowano siłę F i przemieszczenie środkowej części przekroju belki w , według schematu statycznego pokazanego na rysunku 2.



Rys. 2. Schemat statyczny stanowiska badawczego

Zmierzone w trakcie badań eksperymentalnych ugięcia pozwoliły na wyznaczenie średniego modułu sprężystości podłużnej drewna $E = 9030 \pm 14$ MPa zgodnie z [2], przy liczbie próby $n = 10$, odchyleniu standardowym $s = 687$ MPa oraz poziomie istotności wynoszącym 0,05.

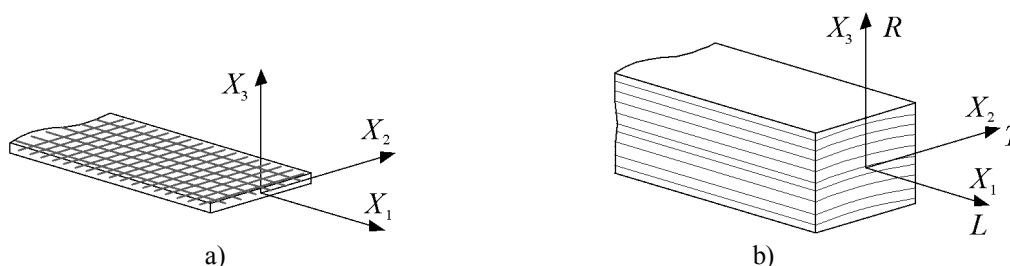
W badaniach przyjęto metodę pomiarów sztywności tych samych elementów, przed i po wzmocnieniu, dzięki czemu porównywane wielkości odnoszono do tego samego materiału, a więc zredukowano wpływ niejednorodności drewna na uzyskane wyniki. Wartości modułów E dla poszczególnych belek poddanych wzmocnieniu podano w dalszej części artykułu.

Sztywność S zdefiniowano jako iloraz siły F do przemieszczenia w belki w zakresie sprężystym, zgodnie ze wzorem:

$$S = \frac{F}{w} \left[\frac{N}{mm} \right] \quad (1)$$

3. MODELE MATERIAŁOWE DREWNA I MAT KOMPOZYTOWYCH

Belki drewniane wzmocniane matami z włókien kompozytowych składały się z trzech różnych materiałów, w układzie drewno-klej-mata kompozytowa, o odmiennej budowie strukturalnej oraz różnych własnościach sprężysto-wytrzymałościowych. Materiałem o najprostszej budowie z punktu widzenia mechaniki ciała stałego jest klej, gdyż z uwagi na jego wysoką jednorodność traktowany on może być jak materiał izotropowy. Do jego opisu potrzebna jest znajomość dwóch stałych sprężystych, np. modułu sprężystości podłużnej E i liczby Poissona ν . Natomiast drewno i maty użyte do jego wzmocnienia to materiały o niejednorodnej, anizotropowej budowie. Z uwagi na ściśle określone kierunki anizotropii kompozyty włókniste oraz drewno traktowane są jako materiały ortotropowe o wydzielonych wzajemnie ortogonalnych kierunkach i płaszczyznach anizotropii. W przypadku drewna ortotropia określona jest trzema charakterystycznymi kierunkami powiązanimi z jego budową anatomiczną, a mianowicie kierunkiem podłużnym L , stycznym T i radialnym R w stosunku do ułożenia włókien i słoików. Główne kierunki ortotropii przyjmowane w modelach materiałowych kompozytów włóknistych i drewna pokazano na rysunku 3.



Rys. 3. Główne kierunki ortotropii kompozytów włóknistych (a) i drewna (b).

Skomplikowana budowa materiałów ortotropowych ma odbicie w opisie fizycznym ich własności mechanicznych definiowanych przez macierze podatności i sztywności.

Macierze podatności S_k i sztywności Q_k ortotropowego kompozytu włóknistego wyrażona za pomocą stałych inżynierskich przybiera postać [3]:

$$S_k = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\nu_{21} & -\nu_{31} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & -\nu_{32} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{13}}{E_1} & \frac{-\nu_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{31}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$Q_k = \begin{bmatrix} \frac{1-v_{23}v_{32}}{E_2 E_3 \Delta} & \frac{v_{21}+v_{31}v_{23}}{E_2 E_3 \Delta} & \frac{v_{31}+v_{21}v_{32}}{E_2 E_3 \Delta} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{v_{12}+v_{13}v_{32}}{E_1 E_3 \Delta} & \frac{1-v_{13}v_{31}}{E_1 E_3 \Delta} & \frac{v_{32}+v_{12}v_{31}}{E_1 E_3 \Delta} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{v_{13}+v_{12}v_{23}}{E_1 E_2 \Delta} & \frac{v_{23}+v_{21}v_{13}}{E_1 E_2 \Delta} & \frac{1-v_{12}v_{21}}{E_1 E_2 \Delta} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_{23} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G_{13} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G_{12} \end{bmatrix} \quad (3)$$

gdzie: E_1, E_2, E_3 – współczynniki sprężystości podłużnej w kierunkach głównych osi ortotropii kompozytu, G_{12}, G_{13}, G_{23} – współczynniki sprężystości poprzecznej w płaszczyznach głównych osi ortotropii kompozytu, $v_{12}, v_{21}, v_{13}, v_{31}, v_{23}, v_{32}$ – liczby Poissona względem głównych osi ortotropii kompozytu, $\Delta = \frac{1-v_{12}v_{21}-v_{23}v_{32}-v_{31}v_{13}-2v_{21}v_{32}v_{13}}{E_1 E_2 E_3}$.

Analogiczne macierze podatności S_d i sztywności Q_d ortotropowego modelu materiałowego w zapisie stosowanym w odniesieniu do drewna opisane są następująco [4]:

$$S_d = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_L} & \frac{-v_{TL}}{E_T} & \frac{-v_{RL}}{E_R} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-v_{LT}}{E_L} & \frac{1}{E_T} & \frac{-v_{RT}}{E_R} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-v_{LR}}{E_L} & \frac{-v_{TR}}{E_T} & \frac{1}{E_R} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{TR}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{LR}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{LT}} \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$Q_d = \begin{bmatrix} \frac{1-v_{TR}v_{RT}}{E_T E_R \Delta} & \frac{v_{TL}+v_{RL}v_{TR}}{E_T E_R \Delta} & \frac{v_{RL}+v_{TL}v_{RT}}{E_T E_R \Delta} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{v_{LT}+v_{LR}v_{RT}}{E_L E_R \Delta} & \frac{1-v_{LR}v_{RL}}{E_L E_R \Delta} & \frac{v_{RT}+v_{LT}v_{RL}}{E_L E_R \Delta} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{v_{LR}+v_{LT}v_{TR}}{E_L E_T \Delta} & \frac{v_{TR}+v_{TL}v_{LR}}{E_L E_T \Delta} & \frac{1-v_{LT}v_{TL}}{E_L E_T \Delta} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_{TR} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G_{LR} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G_{LT} \end{bmatrix} \quad (5)$$

gdzie: E_L, E_T, E_R – współczynniki sprężystości podłużnej w kierunkach głównych osi ortotropii drewna, G_{LT}, G_{LR}, G_{TR} – współczynniki sprężystości poprzecznej w płaszczyznach głównych osi ortotropii drewna, $v_{LT}, v_{TL}, v_{LR}, v_{RL}, v_{TR}, v_{RT}$ – liczby Poissona względem głównych osi ortotropii drewna, $\Delta = \frac{1-v_{12}v_{21}-v_{23}v_{32}-v_{31}v_{13}-2v_{21}v_{32}v_{13}}{E_1 E_2 E_3}$

Do opisu własności mechanicznych materiałów ortotropowych potrzeba 9 niezależnych stałych inżynierskich, tj. 3 współczynniki sprężystości podłużnej E , 3 współczynniki sprężystości poprzecznej G i 3 liczby Poissona ν . Sytuacja ulega uproszczeniu w przypadku tzw. izotropii transwersalnej, gdy własności mechaniczne materiału są jednakowe w płaszczyźnie prostopadłej do kierunku głównego, a liczba niezależnych stałych materiałowych wynosi 5.

Z uwagi na analizowany przypadek elementu belkowego oraz wyniki wcześniej przeprowadzonych badań [5] w niniejszej analizie przyjęto, że w przypadku drewna zastosowany zostanie model materiału transwersalnie izotropowego, o kierunku głównym wzdłuż włókien, i płaszczyźnie izotropii odpowiadającej przekrojowi poprzecznemu.

Wartości podłużnych modułów sprężystości podłużnej $E_1 = E_L$ wyznaczono w pierwszym etapie badań. Pozostałe współczynniki sprężystości podłużnej E_T , E_R i poprzecznej G_{LT} , G_{LR} przyjęto wykorzystując zależności: $E_T = E_R = E_L/30$, oraz $G_{LT} = G_{LR} = E_L/16$ według [6]. Wartość G_{TR} przyjęto jako $G_{TR} = G_{LT}/10$ według [4].

Wartości tzw. większych współczynników Poissona ν_{LT} , ν_{LR} i ν_{RT} wyznaczono na podstawie zależności przedstawionej w artykule Bodiga i Goodmana [7], opartej na statystycznej analizie wzajemnych relacji pomiędzy gęstością i stałymi sprężystymi drewna. Zależność pomiędzy stałymi sprężystymi drewna określona jest w postaci funkcji wykładniczej [7]:

$$y = k \cdot x^b \quad (6)$$

gdzie: y – wartość obliczanej stałej sprężystej, x – argument (np. gęstość, lub wartość dowolnej stałej sprężystej drewna), k i b – współczynniki zależne od rodzaju drewna.

Za argument przyjęto wartości współczynników E_L wyznaczone w trakcie badań dla analizowanych elementów. Szukanymi wartościami były współczynniki ν_{LT} , ν_{LR} i ν_{RT} . Pozostałe współczynniki Poissona ν_{TL} , ν_{RL} i ν_{TR} wyznaczono wykorzystując symetrię macierzy podatności S_d (4). Stałe sprężyste drewna dla analizowanych belek zestawiono w tabelicy 1.

Tablica 1. Stałe sprężyste drewna

Stała sprężysta	Drewno wzmacniane matą z włókna szklanego S&P G Sheet AR 50/50	Drewno wzmacniane matą z włókna aramidowego S&P A Sheet 120/290	Drewno wzmacniane matą z włókna węglowego S&P C Sheet 240/400
$E_1 (E_L)$	9 295 MPa	8 569 MPa	9 510 MPa
$E_2 (E_T)$	310 MPa	286 MPa	317 MPa
$E_3 (E_R)$	310 MPa	286 MPa	317 MPa
$G_{12} (G_{LT})$	581 MPa	536 MPa	594 MPa
$G_{13} (G_{LR})$	581 MPa	536 MPa	594 MPa
$G_{23} (G_{TR})$	58 MPa	54 MPa	59 MPa
$\nu_{21} (\nu_{TL})$	0,02393	0,02390	0,02394
$\nu_{31} (\nu_{RL})$	0,02393	0,02390	0,02394
$\nu_{32} (\nu_{RT})$	0,39822	0,39540	0,39902

W odniesieniu do kleju z żywicy Resin 55, użytego do przyklejenia mat kompozytowych do wzmacnianych belek, przyjęto model materiału izotropowego, opisany stałymi sprężystymi podanymi w tabelicy 2.

Tablica 2. Stałe sprężyste kleju Resin 55

Stała sprężysta	Klej Resin 55
E	2 500 MPa
ν	0,3

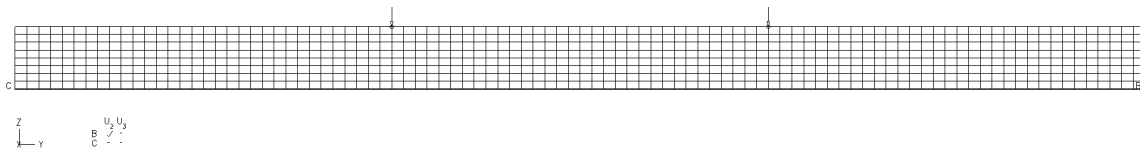
Własności mechaniczne mat kompozytowych wyznaczono na podstawie modułów sprężystości podłużnej włókien E_1 wg [1, 3] stosując prawo mieszanin, pozwalające na wyznaczenie poszczególnych stałych sprężystych kompozytu na podstawie udziałów zawartych w nim włókien i matrycy. Przyjęto model materiału ortotropowego o kierunku głównym pokrywającym się z osią wzmacnianych belek drewnianych. Wartości stałych sprężystych zastosowanych mat kompozytowych podano w tablicy 3.

Tablica 3. Stałe sprężyste mat kompozytowych

Stała sprężysta	Mata z włókna szklanego S&P G Sheet AR 50/50	Mata z włókna aramidowego S&P A Sheet 120/290	Mata z włókna węglowego S&P C Sheet 240/400
E_1	58 770 MPa	108 270 MPa	209 150 MPa
E_2	4 198 MPa	7 734 MPa	14 939 MPa
E_3	420 MPa	773 MPa	1 494 MPa
G_{12}	1 959 MPa	3 609 MPa	6 972 MPa
G_{13}	196 MPa	361 MPa	697 MPa
G_{23}	20 MPa	36 MPa	70 MPa
ν_{21}	0,0214	0,0214	0,0214
ν_{31}	0,0021	0,0021	0,0021
ν_{32}	0,0300	0,0300	0,0300

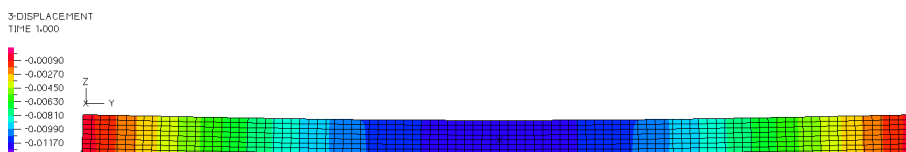
4. ANALIZA NUMERYCZNA

Obliczeniom numerycznym poddano elementy wzmacnione matami kompozytowymi, które badano eksperymentalnie. W analizie zastosowano program ADINA v.8.4.

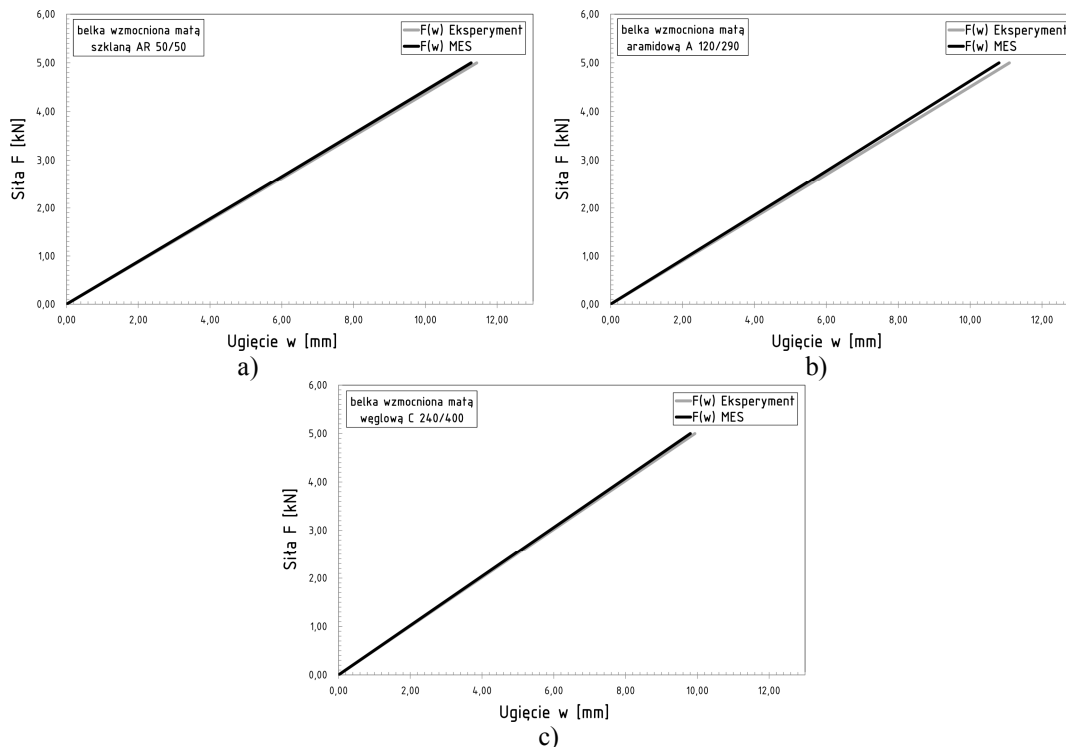


Rys. 4 Model numeryczny

Przeanalizowano 3 modele obliczeniowe modelujące każdy z badanych elementów, tj. belki drewniane wzmacnione jednowarstwowo matami z włókien szklanych S&P G Sheet AR 50/50, aramidowych S&P A Sheet 120/290 oraz węglowych S&P C Sheet 240/400 (rys. 4). Schemat statyczny oraz wymiary modeli numerycznych przyjęto jako $b \times h \times L = 5,8 \div 5,9 \times 7,8 \div 8,0 \times 144,0$ cm wg rysunku 2. W modelach wydzielono 3 warstwy materiałowe w układzie drewno-klej-mata kompozytowa (jedna warstwa), modelowane za pomocą dwuwymiarowych elementów skończonych o szerokości 1,5 cm. W przypadku drewna zastosowano 8 warstw elementów skończonych o wysokości równej $0,975 \div 1,0$ cm, w zależności od wysokości belki. Stałe materiałowe drewna przyjęto wg tabeli 1. Klej modelowano jako 1 warstwę elementów skończonych o wysokości 0,0935 cm, 0,08 cm i 0,082 cm odpowiednio dla mat z włókien szklanych, aramidowych i węglowych, stosując parametry materiałowe wg tabeli 2. Wzmocnienie kompozytowe modelowano jako 1 warstwę elementów skończonych o wysokości odpowiadającej grubości obliczeniowej mat kompozytowych odpowiednio 0,0065 cm, 0,02 cm, i 0,018 cm dla włókien szklanych, aramidowych i węglowych, których parametry materiałowe przyjęto wg tabeli 3. Całkowita grubość wzmocnienia klej-mata kompozytowa wyniosła 0,1 cm. Połączenia belka-klej-mata modelowano jako sztywne. W modelu obliczeniowym pominięto strefy poza podporowe. Modele numeryczne obciążono w zakresie sprężystym obciążeniem analogicznym jak podczas badań. Na rysunku 5 pokazano mapę ugięć jednego z analizowanych elementów, natomiast na rysunku 6 zestawiono wykresy siła-ugięcie $F(w)$ uzyskane eksperymentalnie i numerycznie dla poszczególnych elementów.

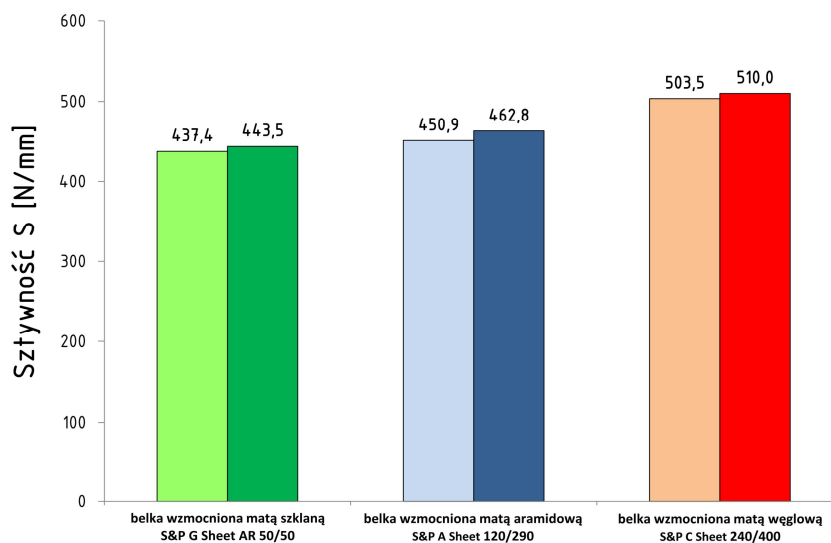


Rys. 5 Mapa ugięć belki drewnianej wzmocnionej matą z włókien aramidowych S&P A Sheet 120/290



Rys. 6 Wykresy siła-ugięcie $F(w)$ belek drewnianych wzmocnianych matami z włókien: a) szklanych S&P G AR 50/50; b) aramidowych S&P A Sheet 120/290; c) węglowych S&P C Sheet 240/400.

Jak widać, w odniesieniu do wszystkich badanych elementów obserwowano wysoką zbieżność wartości sił i ugięć (rys. 6), a co za tym idzie sztywności wyznaczonej eksperymentalnie i numerycznie (rys. 7). Różnice w wartościach sztywności oszacowanej numerycznie i wyznaczonej eksperymentalnie są minimalne i wynoszą od 1,27% dla wzmocnienia matami z włókna węglowego do 2,59% dla wzmocnienia matami aramidowymi (tab. 4).



Rys. 7 Sztywności elementów wyznaczonych eksperymentalnie (lewe słupki) i numerycznie (prawe słupki)

Tablica 4. Sztywność elementów wyznaczone eksperymentalnie i numerycznie

Belka wzmocniona	Sztywność elementów		S_n/S_e [%]	Odchylenie standardowe sztywności s [N/mm]
	Eksperyment S_e [N/mm]	Obliczenia numeryczne S_n [N/mm]		
Włókno szklane S&P G Sheet AR 50/50	437,4	443,5	1,37	4,30
Włókno aramidowe S&P A Sheet 120/290	450,9	462,8	2,59	8,47
Włókno węglowe S&P C Sheet 240/400	503,5	510,0	1,27	4,58

Oszacowany wzrost sztywności elementów wzmocnionych w stosunku do elementów bez wzmocnień kształtował się na poziomie 2,55%, 10,05% oraz 15,26% w przypadku zastosowania mat odpowiednio z włókien szklanych, aramidowych i węglowych.

5. PODSUMOWANIE

Wyniki przeprowadzonych symulacji numerycznych potwierdziły poprawność zastosowanej metodologii numerycznego szacowania sztywności belek drewnianych wzmocnianych matami kompozytowymi. Wysoka zbieżność uzyskanych wyników na drodze obliczeń numerycznych i badań eksperymentalnych wymaga stosowania anizotropowych modeli materiałowych, precyzyjnego modelowania warstw wzmocnienia oraz prawidłowego wyznaczenia charakterystyk sprężystych drewna, co powinno być uwzględniane w prowadzonych badaniach nad wzmocnianiem belek drewnianych za pomocą mat kompozytowych.

Piśmiennictwo

- [1] S&P Reinforcement, karty techniczne mat kompozytowych z włóknami szklanymi, aramidowymi i węglowymi, 2005.
- [2] PN-EN 408:1998. Konstrukcje drewniane. Drewno konstrukcyjne lite i klejone warstwowo. Oznaczanie niektórych właściwości fizycznych i mechanicznych.
- [3] German J., Podstawy mechaniki kompozytów włóknistych, Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej, Kraków, 2001.
- [4] Kossakowski P. Analiza odporności na pękanie sosnowych elementów belkowych w złożonym stanie obciążenia, Praca Doktorska, Politechnika Świętokrzyska, Kielce, 2004.
- [5] Kossakowski P.G., Influence of Anisotropy on the Energy Release Rate G_I for Highly Orthotropic Materials, Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2007, 45, 4, pp. 739-752.
- [6] PN-EN 384:1999. Drewno konstrukcyjne. Oznaczanie wartości charakterystycznych właściwości mechanicznych i gęstości.
- [7] Bodig J., Goodman J. R., Prediction of Elastic Parameters for Wood, Wood Science, Vol. 5, 249-264, 1973.

NUMERICAL ESTIMATION OF STIFFNESS OF BENT TIMBER ELEMENTS REINFORCED WITH COMPOSITE SHEETS

Summary

The article presents issues related to numerical estimation of stiffness of bent timber elements reinforced with composite sheets made of glass, aramid and carbon fibres. The procedure of numerical calculations, construction of numerical models and applied material models are described. The results of computer simulations were similar to the results of experiments.

Bożena KUCZMA¹
Mieczysław KUCZMA²
Instytut Budownictwa, Uniwersytet Zielonogórski

BADANIA DOŚWIADCZALNE I MODELOWANIE KLEJONYCH STAŁOWO-BETONOWYCH BELEK ZESPOLONYCH

STRESZCZENIE

Praca przedstawia wyniki modelowania teoretycznego i badań doświadczalnych belek zespolonych typu stal-beton połączonych za pomocą kleju. Próbom 3-punktowego zginania poddano belki długości 3,70 m, w których betonową płytę połączono ze stalową półką dwuteownika różnymi łącznikami: tradycyjnie za pomocą stalowych sworzni i nowatorsko za pomocą kleju (podatnego i sztywnego). Przeprowadzono liczne uzupełniające badania próbek materiałów oraz fragmentów dźwigara stalowego i zespolonych z nimi kostek betonowych. Użyto nowoczesne urządzenia i aparaturę pomiarową: maszynę wytrzymałościową Instron 8804 z dwoma siłownikami (pionowym i poziomym), optyczne urządzenia Aramis i Pontos do bezdotykowego pomiaru przemieszczeń oraz system ESAM Traveller do pomiaru odkształceń i przemieszczeń. Opracowano model teoretyczny belek zespolonych o podatnych łącznikach oraz autorski program komputerowy wykorzystujący metodę elementów skończonych (MES). Uzyskano dobrą zgodność wyników teoretycznego modelu z wynikami doświadczalnych badań. Klejenie okazało się skutecznym sposobem łączenia betonu i stali w belkach zespolonych, równoważnym połączeniu przy użyciu stalowych sworzni.

SŁOWA KLUCZOWE: podatne zespolenie, klejowe połączenie betonu i stali, MES

1. WPROWADZENIE

Konstrukcje zespolone, dzięki swym wielu zaletom konstrukcyjnym i ekonomicznym, są często stosowane w budownictwie mostowym i kubaturowym o znacznych rozpiętościach jako pomosty, stropy i słupy stalowo-betonowe [1,2,3,4,5,6,7,8]. Połączenie betonu ze stalą w konstrukcjach zespolonych realizuje się przy pomocy łączników, najczęściej stalowych wiotkich lub sztywnych, które do stali są przyspawane (używa się też terminu „przypawane”), jak w przypadku popularnych sworzni Nelsona. Problem podatności łączników rozpatrywany był np. w pracach [9,10,11,12].

Powstaje tutaj naturalne pytanie: *Czy obecnie stosowane rozwiązania połączenia w konstrukcjach zespolonych są optymalne, czy można je zastąpić lub uzupełnić?* Wiadomo,

¹ b.kuczma@ib.uz.zgora.pl

² m.kuczma@ib.uz.zgora.pl

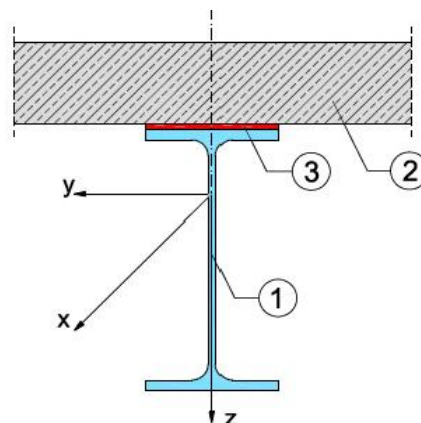
że do przyspawania sworzni Nelsona potrzebny jest specjalistyczny, kosztowny sprzęt, którym dysponują tylko nieliczne zakłady produkcyjne, i mogą to wykonywać tylko nieliczni uprawnieni specjaliści. W związku z tym może się wkrótce okazać, że połączenia tego typu staną się drugorzędne, podobnie jak stało się to z łącznikami nitowanymi. Taka zmiana dotyczy szczególnie budownictwa mostowego; zagadnienia wzmacniania przez doklejenie elementów nośnych były już rozpatrywane [13]. W przemyśle motoryzacyjnym klejenie jest już sprawdzoną alternatywą, którą łatwiej nam zaakceptować.

W laboratorium Instytutu Budownictwa Uniwersytetu Zielonogórskiego zostały ostatnio (lata 2009 – 2010) przeprowadzone rozległe badania wytrzymałościowe różnych typów połączenia płyty betonowej z półką dźwigara stalowego [14]. Rozpatrzono tradycyjne już połączenie sworzniami Nelsona oraz nowatorskie w dziedzinie belek zespolonych połączenie za pomocą kleju (elastycznego i sztywnego). Do badań użyto nowoczesne urządzenia do pomiaru siły i przemieszczeń (odkształceń): maszynę wytrzymałościową Instron 8804 z dwoma siłownikami (pionowym i poziomym o wydajności ± 500 kN każdy) oraz aparaturę Aramis/Pontos do bezdotykowych optycznych pomiarów, jak również elektroniczny system Traveller do pomiaru odkształceń i przemieszczeń za pomocą czujników i tensometrów. Badania doświadczalne obejmowały testy wytrzymałościowe materiałów, fragmentów belek zespolonych i całych belek zespolonych.

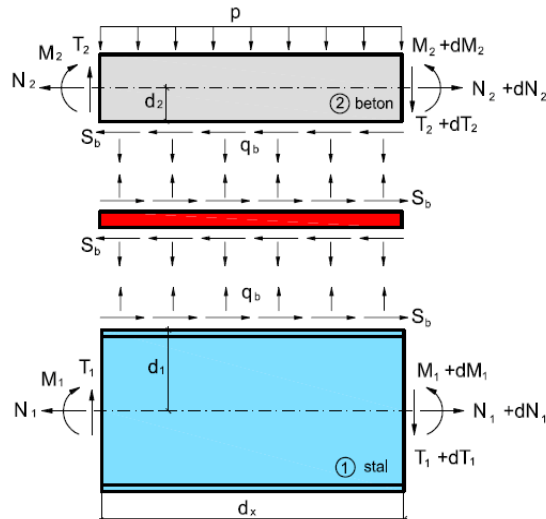
W pracy tej przedstawiamy część wyników badań laboratoryjnych, koncentrując się na belkach zespolonych stalowo-betonowych, w których płytę betonową połączono z półką dźwigara stalowego za pomocą kleju sztywnego. Formułujemy też model matematyczny belek zespolonych o podatnym zespoleniu. Model uwzględnia możliwość poślizgu, tj. względnego przemieszczenia sprężystego (odwracalnego) między płytą betonową i półką stalową. Przyjęto trzy niezależne pola do opisu przemieszczeń belki zespolonej: ugięcie belki zespolonej (wspólne dla stalowej belki i betonowej płyty) oraz przemieszczenia poziome środka ciężkości stalowej belki i środka ciężkości betonowej płyty. Wykorzystując metodę elementów skończonych (MES), zapisujemy przynależne zagadnienie brzegowe dla zginanej belki zespolonej o podatnym połączeniu w postaci układu równań algebraicznych, w którym niewiadomymi są przemieszczenia węzłów siatki elementów skończonych.

2. MODEL TEORETYCZNY BELEK ZESPOLONYCH O PODATNYCH ŁĄCZNIKACH

Przekrój poprzeczny badanych zespolonych belek stalowo-betonowych pokazano na rys. 1, gdzie wyróżniono 3 części składowe: belkę stalową – 1, betonową płytę – 2, płaszczyznę (warstwę) zespolenia – 3.

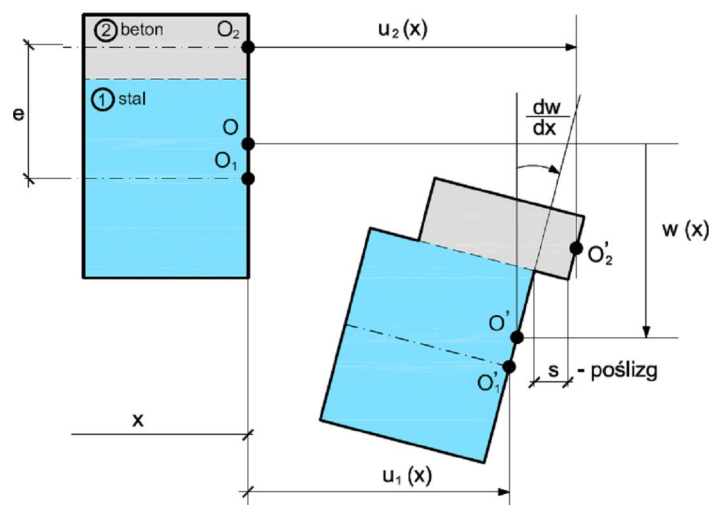


Rys. 1. Przekrój poprzeczny belki zespolonej z wyróżnioną warstwą łączącą



Rys. 2. Siły działające na wycinek różniczkowy belki zespolonej z warstwą łączącą

Na rys. 2 pokazano siły przekrojowe i wzajemnego oddziaływania dla różniczkowego fragmentu belki zespolonej. Siły normalne, poprzeczne i momenty zginające oznaczono odpowiednio przez N_i , T_i , M_i ($i = 1,2$), natomiast przez S_b siłę styczną ścinającą na jednostkę długości a przez q_b siłę normalną (rozwarstwiająca) na jednostkę długości w płaszczyźnie zespolenia. Obciążenie zewnętrzne belki reprezentuje obciążenie ciągłe o intensywności p .



Rys. 3. Przemieszczenia przekroju poprzecznego belki zespolonej

Na rys. 3 pokazano przyjęty schemat opisu przemieszczeń belki zespolonej, w którym wyróżniono: $w = w(x)$ – ugięcie belki zespolonej (takie same dla belki stalowej i płyty betonowej), $u_1 = u_1(x)$ – poziome przemieszczenia środka ciężkości przekroju poprzecznego belki stalowej, $u_2 = u_2(x)$ – poziome przemieszczenia środka ciężkości przekroju poprzecznego płyty betonowej, $s = s(x)$ – poślizg, tj. wzajemne przemieszczenie płyty względem belki w płaszczyźnie zespolenia. Na podstawie rys. 3 otrzymuje się następującą zależność geometryczną definiującą poślizg (ang. slip) betonowej płyty względem półki górnej stalowego dźwigara

$$s(x) = u_2(x) - u_1(x) - e \frac{dw(x)}{dx} \quad (1)$$

W tej pracy rozpatrujemy przypadek sprężystego zachowania się stali, betonu i ich zespolenia, wykorzystując liniowe prawa fizyczne (prawo Hooke'a) i liniowe związki geometryczne oraz założenie Bernoulliego o prostych normalnych. Siłę poziomą ścinającą $S_b \equiv S_x$ w płaszczyźnie zespolenia określa wzór

$$S_b = k_x s(x) = k_x (u_2(x) - u_1(x) - e \frac{dw(x)}{dx}) \quad (2)$$

gdzie $k_x \equiv k_b$ oznacza współczynnik sztywności połączenia wzdłuż osi x .

Uwzględniając różniczkowe warunki równowagi dla wycinka według rys. 2 i sprężyste związki konstytutywne, dochodzimy do układu równań różniczkowych zwyczajnych w przemieszczeniach, dalsze szczegóły można znaleźć w [14, 15].

$$\begin{bmatrix} D_{12} \frac{d^4}{dx^4} - e^2 k_x \frac{d^2}{dx^2} & -ek_x \frac{d}{dx} & ek_x \frac{d}{dx} \\ -ek_x \frac{d}{dx} & B_1 \frac{d^2}{dx^2} - k_x & k_x \\ ek_x \frac{d}{dx} & k_x & B_2 \frac{d^2}{dx^2} - k_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

który należy uzupełnić o odpowiednie warunki brzegowe wynikające ze sposobu podparcia kbelki zespolonej, np. w postaci (5). Przez $B_i = E_i A_i$, $D_i = E_i I_i$ ($i = 1, 2$) oznaczono sztywności odpowiednio podłużną i giętą przekroju poprzecznego belki stalowej i betonowej płyty, a $D_{12} = D_1 + D_2$ to suma prosta ich sztywności giętych, dla współczynnika sprężystości E_i , pola przekroju A_i , momentu bezwładności I_i przekroju stalowego ($i = 1$) i betonowego ($i = 2$).

Rozwiązanie układu równań różniczkowych (3) w postaci zamkniętej (analitycznej) daje się uzyskać tylko w nielicznych, prostych przypadkach jednoprzęsłowych belek równomiernie obciążonych. W przypadku zadań z praktyki inżynierskiej, do rozwiązania (3) konieczne jest zastosowanie metod komputerowych, np. metody elementów skończonych (MES), bazującej na aproksymacjach skończenie wymiarowych. W pracy wykorzystano wielomiany sześciennego jako funkcje kształtu ugięć belki i wielomiany kwadratowe jako funkcje kształtu przemieszczeń poziomych. Dokonując aproksymacji układu (3) za pomocą MES dochodzimy do liniowego układu równań algebraicznych

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{11} & \mathbf{K}_{12} & \mathbf{K}_{13} \\ \mathbf{K}_{21} & \mathbf{K}_{22} & \mathbf{K}_{23} \\ \mathbf{K}_{31} & \mathbf{K}_{32} & \mathbf{K}_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{w} \\ \mathbf{u}_1 \\ \mathbf{u}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{p} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (4)$$

gdzie niewiadomymi są wartości funkcji przemieszczeń \mathbf{w} , \mathbf{u}_1 , \mathbf{u}_2 w węzłach zastosowanej siatki elementów skończonych. Wektor \mathbf{p} jest wektorem obciążeń węzłów siatki elementów skończonych od obciążeń zewnętrznych belki, macierze \mathbf{K}_{ij} zdefiniowano w pracy [14].

2.1 Wpływ sztywności połączenia

Zbadamy tutaj wpływ sztywności połączenia betonu i stali, $k_x = k$ [MN/m], na wielkość przemieszczeń i sił wewnętrznych w belce zespolonej, na podstawie rozwiązania układu równań różniczkowych (3). W tym celu rozpatrujemy przypadek belki swobodnie podpartej, wykonanej ze stalowego dźwigara dwuteowego i płyty betonowej, o długości $L = 20$ m, obciążonej równomiernie przez $p = 0,1$ MN/m. Zadanie jest symetryczne. Swobodne podparcie w przypadku belki opisanej układem równań różniczkowych (3) oznacza, że

$$\begin{aligned} w(0) = w(L) = 0, & \quad u_1'(0) = u_1'(L) = 0 \\ w''(0) = w''(L) = 0, & \quad u_2'(0) = u_2'(L) = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

Przyjęto następujące dane liczbowe: (a) dźwigar stalowy: szerokość półki dolnej = 600 mm, grubość półki dolnej = 40 mm, grubość środnika = 12 mm, wysokość środnika = 1500 mm, szerokość półki górnej = 300 mm, grubość półki górnej = 20 mm, moduł $E_1 = 205$ GPa, (b) płyta betonowa 3000 x 250 mm, moduł $E_2 = 30$ GPa.

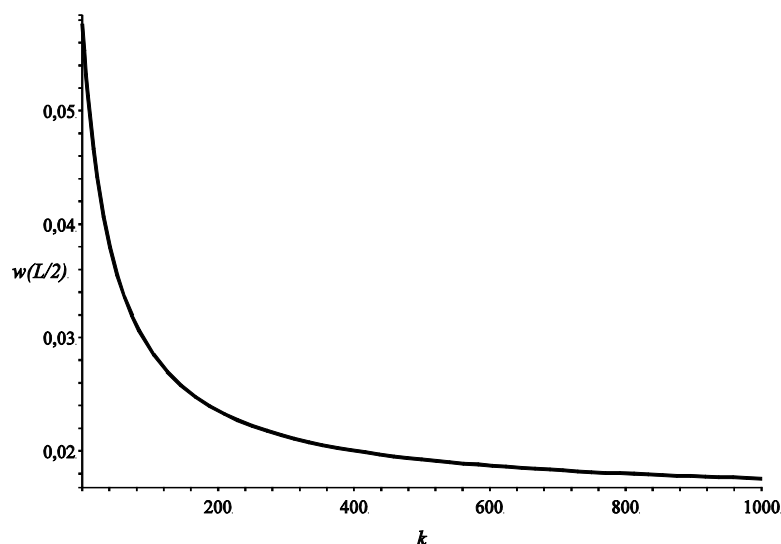
W rozpatrywanym przypadku udało się uzyskać rozwiązanie analityczne układu równań różniczkowych (3) zależne od sztywności k jako parametru; tutaj ograniczamy się do podania tylko wzoru na strzałkę ugięcie belki, gdzie $\alpha = \sqrt{4219294681603878031/4439969745}$:

$$\begin{aligned} \delta(k) = \frac{1}{1219139670689104183494 k^2} \times & \left\{ \frac{122245233900828450138 \cdot 10^{13}}{14254471057} \frac{1}{\cosh(\alpha\sqrt{k}/2)} + \right. \\ & - 115247398495845 \cdot 10^5 k^2 - 22944081627 \cdot 10^{11} k + \\ & \left. + 4 \cdot 10^6 \times (1147204081350000 + 7683159899723 k) k - \frac{122245233900828450138 \cdot 10^{13}}{14254471057} \right\} \quad (6) \end{aligned}$$

Zachowując tylko 6 cyfr znaczących, ze wzoru (6) otrzymujemy

$$\delta(k) = \frac{1}{k^2} \left(\frac{70,3440}{\cosh(0,231318\sqrt{k})} + 0,0157553 k^2 + 1,88198 k - 70,3440 \right) \quad (7)$$

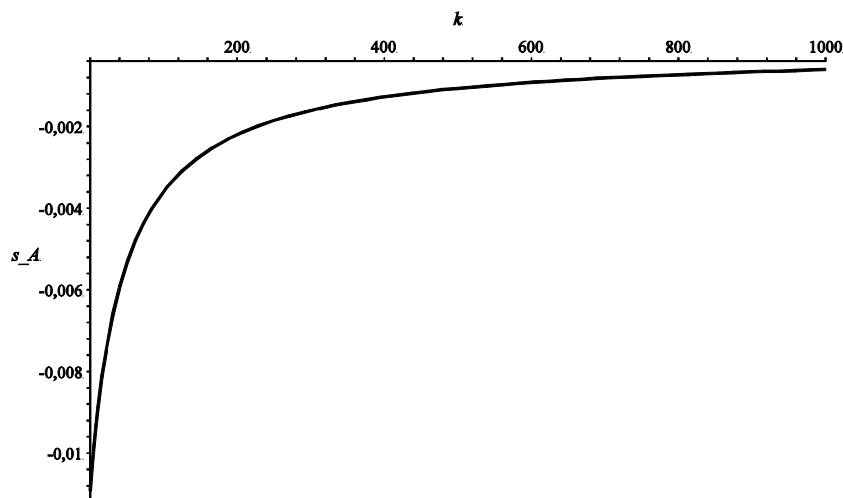
Wzór (7) dobrze aproksymuje wzór (6) dla $k > 1$ (błąd poniżej 0,06%), jednak dla k dążącego do zera jest rozbieżny, natomiast mankamentu tego nie wykazuje wzór analityczny (6).



Rys. 4. Wpływ sztywności połączenia k [MN/m²] na strzałkę ugięcia $\delta = w(L/2)$ [m] belki zespolonej

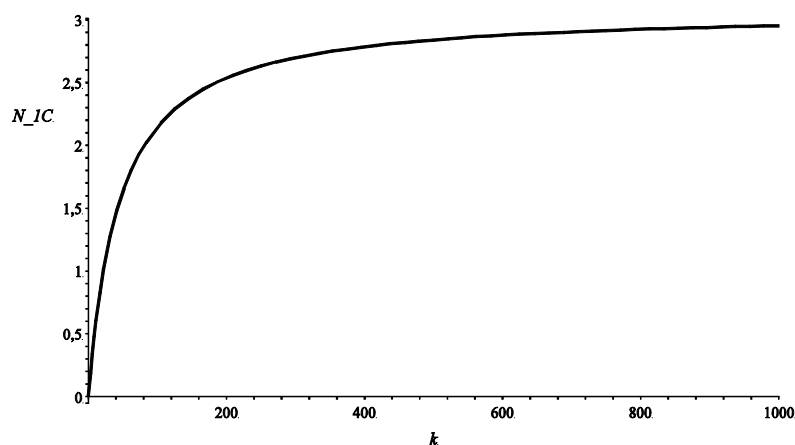
Wykres funkcji $\delta(k)$ wg (6) ilustruje rys. 4, który uwidacznia istotny wpływ sztywności połączenia k [MN/m²] na strzałkę ugięcie belki zespolonej. W przypadku bez zespolenia, w przejściu granicznym $k \rightarrow 0$ otrzymujemy $\delta(k=0) = 0,0577144$ m, a dla idealnego zespolenia

$\delta(k=\infty)=0,0157553$ m, czyli wyniki zgodne z rozwiązaniami klasycznymi belki zginanej. Rysunek 5 pokazuje zmianę poślizgu $s_A \equiv s(x=0)$ na lewej podporze belki zespolonej; wartość graniczna poślizgu, gdy $k \rightarrow 0$, wynosi $s_A(k=0)=0,0109426$ m.



Rys. 5. Wpływ sztywności połączenia k [MN/m²] na poślizg s_A [m] na lewym końcu belki zespolonej

Rysunek 6 pokazuje zmianę siły normalnej w środku przęsła stalowej belki N_{1C} i tym samym w środku betonowej płyty ($N_{2C} = -N_{1C}$) zależnie od wartości sztywności zespolenia.

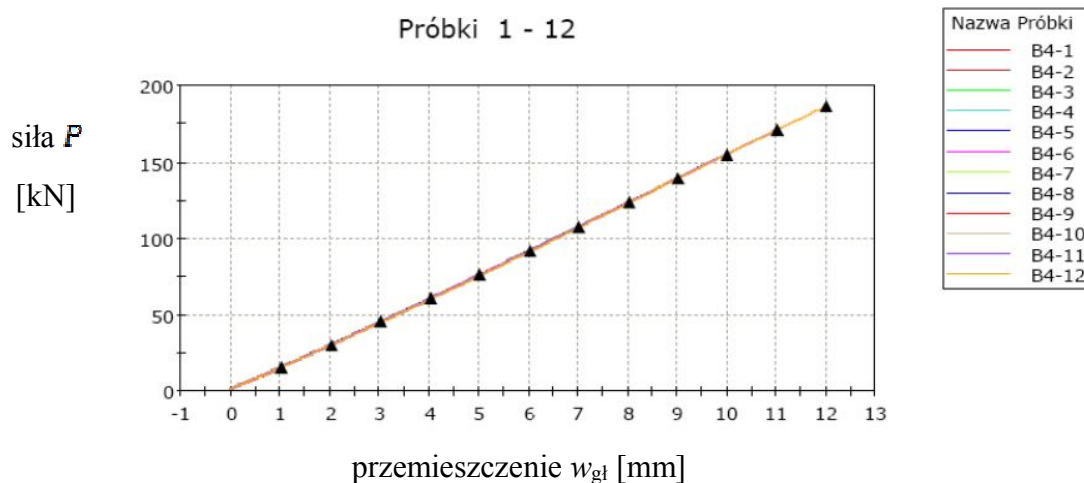


Rys. 6. Wpływ sztywności połączenia k [MN/m²] na siłę normalną N_{1C} [MN] w środku rozpiętości

3. WYNIKI BADAŃ DOŚWIADCZALNYCH

Badane belki zespolone (ogólnie 6 szt.) miały długość 3700 mm, rozpiętość między podporami na stanowisku badawczym wynosiła 3600 mm. Belki stalowe wykonane były z IPE 240 (stal S355J2G3). Płyta betonowa: wymiary 75 x 360 x 3700 mm, zbrojona tylko konstrukcyjnie (St4W). Płyta w belkach B3 i B4 składała się z 3 płyt prefabrykowanych o wymiarach 75 x 360 x 1230 mm połączonych 5 mm warstwami kleju (Sikadur 30), w belce B3 płyta przyklejona była do półki IPE 240 warstwą kleju (Sikadur 30) o grubości 3 mm, a w belce B4 - grubości 5 mm. Belki były obciążane wielokrotnie przy zwiększonym sukcesywnie o 1 mm pionowym przemieszczeniu (ugięciu belki) wymuszonym przez maszynę Instron 8804, rys. 7 jest bezpośrednim wydrukiem z maszyny wyników otrzymanych dla belki B4. Punkty zaznaczone trójkątem ▲ odpowiadają maksymalnemu ugięciu i odpowiadającej mu sile P w danej próbie. Jak pokazują otrzymane wyniki pomiarów w pokazanym

tutaj zakresie badań, zachowanie się belki zespolonej B4 (i B3) było liniowe i spełniało przyjęte założenia.



Rys. 7. Zależność siła P [kN] – przemieszczenie $w_{gł}$ [mm] maszyny Instron dla belki B4 (próby 1-12)

4. PORÓWNANIE WYNIKÓW TEORII I EKSPERYMENTU

Porównanie wartości strzałki ugięcia δ_{EXP} pomierzonych eksperymentalnie w testach (B4-1 – B4-12) z wynikami δ_{MES} obliczonymi za pomocą MES wg modelu teoretycznego, układ równań (4), dla belki B4 zestawiono w tab. 1; sztywność $k = 2000 \text{ MN/m}^2$ [14].

Tabela 1. Wyniki pomiarów eksperymentalnych i obliczeń teoretycznych dla belki B4

Lp.	Test	Siła P [kN]	Strzałka ugięcia δ_{EXP} [mm]	Strzałka ugięcia δ_{MES} [mm]	Różnica $ \delta_{EXP} - \delta_{MES} $ [mm]	Różnica wzgl. $\frac{ \delta_{EXP} - \delta_{MES} }{\delta_{EXP}}$
	1	2	3	4	5	6
1	B4-1	15,060	0,841	0,750	0,091	0,108
2	B4-2	29,990	1,543	1,494	0,049	0,032
3	B4-3	44,941	2,243	2,238	0,005	0,002
4	B4-4	60,542	2,998	3,015	0,017	0,006
5	B4-5	75,926	3,756	3,781	0,025	0,007
6	B4-6	91,732	4,528	4,568	0,040	0,009
7	B4-7	107,414	5,293	5,349	0,056	0,011
8	B4-8	123,748	6,088	6,162	0,074	0,012
9	B4-9	139,430	6,905	6,943	0,038	0,005
10	B4-10	155,150	7,659	7,726	0,067	0,009
11	B4-11	171,166	8,463	8,524	0,061	0,007
12	B4-12	186,293	9,272	9,277	0,005	0,001

5. UWAGI KOŃCOWE

Uzyskano dobrą zgodność wyników obliczeń numerycznych z wynikami pomiarów w badaniach doświadczalnych. Tylko początkowe pomiary obarczone są znacznym błędem pomiarowym, co może być spowodowane początkowo błędnymi wskazaniem czujników mierzących ugięcia belki podporowej pod belką zespoloną.

Połączenie sztywnym klejem betonowej płyty ze stalowym dźwigarem okazało się bardzo skuteczne, de facto, belka zespolona B4 o połączeniu klejowym była najsztwniejsza i przeniosła największą siłę – $P_{gr} = 296,499$ kN. Zniszczenie połączenia betonu i stali wystąpiło nagle i miało charakter kruchego pęknięcia.

Piśmiennictwo

- [1] Biliński T., Średniawa W., Furtak K., Cholewicki A., Szulc J., Roehrych P.: Konstrukcje zespolone. Studia z Zakresu Inżynierii, KILiW PAN, Warszawa 2008.
- [2] Furtak K.: Mosty zespolone. PWN, Warszawa-Kraków 1999.
- [3] Johnson R.P.: Composite Structures of Steel and Concrete: Beams, Slabs, Columns, and Frames for Buildings. Blackwell Publishing, Oxford 2004.
- [4] Karlikowski J., Madaj A., Wołowicki W.: Mostowe konstrukcje zespolone stalowo-betonowe. WKiŁ, Warszawa 2003.
- [5] Kucharczuk W., Labocha S.: Konstrukcje zespolone stalowo-betonowe budynków. Arkady, Warszawa 2007.
- [6] Nethercot D.A. (ed.): Composite construction. Spon Press – Taylor & Francis Group, London 2004.
- [7] Oehlers D.J., Bradford M.A.: Elementary Behaviour of Composite Steel and Concrete Structural Members. Oxford, Butterworth-Heinemann 2002.
- [8] Zespolone konstrukcje mostowe: Teoria, badania, projektowanie, utrzymanie, wzmacnianie. Księga Jubileuszowa z okazji 70-lecia Prof. K. Flagi, Wyd. Politech. Krakowskiej, Kraków 2009.
- [9] Madaj A.: Doraźna nośność i sztywność na zginanie zespolonych belek stalowo-betonowych. Rozprawy, nr 391, Wyd. Politechniki Poznańskiej, Poznań 2005.
- [10] Machelski Cz., Toczkiwicz R.: Ocena podatności zespolenia na podstawie wyników badania mostu pod obciążeniem samochodami. Drogi i Mosty, nr 4, s. 5-33, 2006.
- [11] Adrjan P., Lorenc W., Kubica E.: Zagadnienia sztywności giętej dźwigarów zespolonych z częściowym zespoleniem o różnej intensywności. [w:] Kompozyty. Konstrukcje warstwowe. III Sympozjon. Dolnośląskie Wyd. Edukacyjne, s. 9-18, Wrocław 2004.
- [12] Radoń M., Jarek B.: Wpływ rodzajów łączników na ugięcia belek zespolonych. [w:] VI Konferencja Naukowa Konstrukcje Zespolone, s. 137–146, Zielona Góra 2002
- [13] Łagoda M.: Wzmacnianie mostów przez doklejanie elementów. Monografia 322, Wyd. Politechniki Krakowskiej, Kraków 2005.
- [14] Kuczma B.: Analiza statyczno-wytrzymałościowa zespolonych belek stalowo-betonowych o podatnych łącznikach. Praca doktorska, UZ, promotor Prof. T. Biliński, Zielona Góra 2011.
- [15] Kuczma M., Kuczma B.: Analiza belek zespolonych o podatnych łącznikach metodą elementów skończonych. [w:] VIII Konf. Naukowa Konstrukcje Zespolone, s. 255–270, Zielona Góra 2008.

EXPERIMENTAL TESTING AND MODELLING OF ADHESIVELY BONDED COMPOSITE BEAMS OF STEEL AND CONCRETE

Summary

Results of theoretical modelling and experimental investigations of composite beams of steel and concrete with adhesively bonded joints are presented. The computational model uses three displacement fields, which are discretized by the FEM. Modern testing equipment (Instron 8804, Aramis/Pontos) was used. The experimental results for the steel-concrete composite beam bonded with a stiff adhesive are included. Good agreement of theory and experiment was obtained.

Maciej MAJOR¹
Izabela MAJOR²
Judyta RÓŻYCKA³
Wydział Budownictwa Politechniki Częstochowskiej

PROPAGACJA PŁASKIEJ FALI PRZYSPIESZENIA W CIENKIM CZTEROSEGMENTOWYM PRĘCIE WYKONANYM Z MATERIAŁÓW MURNAGHANA

STRESZCZENIE

Celem niniejszej pracy jest omówienie przybliżonego zachowania propagacji fal nieciągłości w cienkim pręcie segmentowym o powoli zmieniającym się przekroju poprzecznym (Rys.1). Zagadnienie to w ośrodkach ciągłych stanowi bazę do prowadzenia badań mających na celu szersze poznanie nieliniowych materiałów hipersprężystych. W pracy, zgodnie z przyjętymi założeniami omawiana jest fala słabej nieciągłości, inaczej fala przyspieszenia (padająca, transmitowana i odbita) propagująca wzdłuż długości przyjętego pręta. Do rozważań przyjęto ściśliwy materiał hipersprężysty określony potencjałem Murnaghana. Zagadnienie propagacji fal w przypadku pręta o zmiennym przekroju poprzecznym zostało przedstawione i omówione szczegółowo w pracach [1] A. Jeffrey'a oraz [2] A. Jeffrey'a i R.P. Gilbert'a, z których wynika m.in., że natężenie fali przyspieszenia opisuje równanie Bernoulliego dla ośrodka o potencjale sprężystym $\Sigma(\mathbf{p})$ spełniającym warunek $\delta^3 \Sigma / \delta \mathbf{p}^3 \neq 0$, gdzie \mathbf{p} jest gradientem przemieszczenia. Niniejsza praca ma na celu omówienie zachowania propagującej się fali przyspieszenia przechodzącej przez kolejne powierzchnie rozdziału segmentów pręta, przy założeniu powierzchni poprzecznej opisanej funkcją wykładniczą kolejno: rosnącą i malejącą.

SŁOWA KLUCZOWE: Fala przyspieszenia, Materiał hipersprężysty, Materiał Murnaghana, Powierzchnia nieciągłości, Natężenie fali

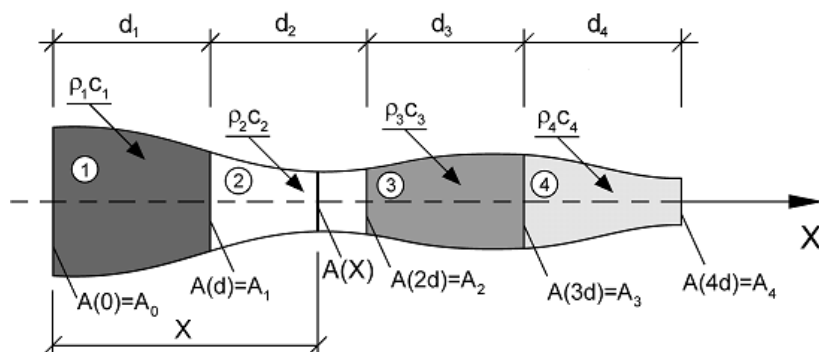
1. PODSTAWOWE RÓWNANIA I ZALEŻNOŚCI DLA PROPAGACJI FALI.

Do rozważenia zagadnienia propagacji powierzchni nieciągłości przyjęto osiowo symetryczny pręt segmentowy o wolno zmieniającym się przekroju poprzecznym. Pręt wykonany jest z czterech jednorodnych, izotropowych materiałów hipersprężystych, znajdujących się kolejno na długościach d_i , gdzie $i=1,2,3,4$.

¹ mmajor@bud.pcz.czyst.pl

² izamajor@myopera.com

³ judyta.niemiro@wp.pl



Rys. 1. Segmentowy pręt wykonany z czterech jednorodnych izotropowych materiałów hipersprężystych o wolno zmieniającym się przekroju

Wielkości ρ_i i c_i ($i=1,2,3,4$) oznaczają kolejno gęstość ośrodka materialnego oraz prędkość propagacji fal podłużnych dla poszczególnych segmentów rozpatrywanego pręta.

Założono, że przekrój poprzeczny pręta $A(X)$ zmienia się w funkcji odległości. Przyjęto dwa kartezjańskie układy współrzędnych parametryzujących tę samą przestrzeń: układ współrzędnych materialnych X_k ($k=1,2,3$) i układ współrzędnych przestrzennych x_k ($k=1,2,3$). Deformacje można określić zależnością (por. [1]):

$$\mathbf{x} = \mathbf{u}(\mathbf{X}, t) + \mathbf{X} \quad , \quad x_k = X_k \quad (k=1,2,3) \quad (1)$$

gdzie $\mathbf{u}(\mathbf{X}, t)$ jest przemieszczeniem punktów kontinuum wzdłuż osi rozpatrywanego pręta.

Gradient przemieszczenia oraz prędkość propagacji w przyjętym układzie zdefiniowane będą kolejno przez:

$$\mathbf{p} = \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{X}} = \mathbf{u}_{\mathbf{X}} \quad , \quad \mathbf{v} = \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = \mathbf{u}_t \quad (2)$$

Dodatkowe równanie dla tych funkcji wynika z równości pochodnych mieszanych (por[2]):

$$\frac{\partial \mathbf{p}}{\partial t} = \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{X}} \quad (3)$$

Założono, że naprężenie nominalne w przekroju poprzecznym jest stałe i występuje wyłącznie wzdłuż osi X , czyli wzdłuż pręta, co dopuszcza jedynie propagację fal płaskich. Założono również, że na powierzchni bocznej nie będą występowały naprężenia, z czego wynika, że warunki brzegowe definiowane są w sposób przybliżony. Powyższe założenia wykluczają dokładny opis propagacji fal w pręcie w kierunku dylatacyjnym.

Tensor naprężenia określono przez zależność:

$$\mathbf{T} = \frac{\partial \Sigma}{\partial \mathbf{p}} \neq \mathbf{0} \quad (4)$$

Po zdefiniowaniu wartości prędkości propagacji fal, która wynosi:

$$c = \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 \Sigma}{\partial p^2} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (5)$$

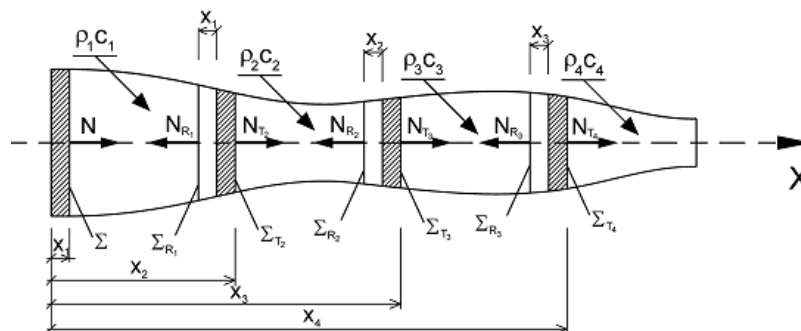
równanie ruchu dla deformacji(1) przyjmie postać: (por.[1]):

$$\frac{\partial v}{\partial t} - c^2 \frac{\partial p}{\partial X} - \frac{T}{\rho} \frac{d}{dX} \ln A(X) = 0 \tag{6}$$

Równania (3) i (6) są podstawowymi równaniami opisującymi propagację jednowymiarowej fali przyspieszenia w rozpatrywanym pręcie.

2. PROPAGACJA I NATEŻENIE FALI SŁABEJ NIECIĄGŁOŚCI W PROSTYM SEGMENTOWYM PRĘCIEO WOLNO ZMIENIAJĄCYM SIĘ PRZEKROJU POPRZECZNYM

Założono, że w czasie $t=0$ od lewego końca pręta ($X=0$) następuje propagacja zaburzenia wzdłuż osi pręta wraz z narastającymi wartościami X . Funkcje v i p są ciągłe, a obszar przed frontem fali pozostaje w spoczynku $v(X,t)=0$. Drugie pochodne funkcji v i p doznają skoku nieciągłości. Zatem front propagacji zaburzenia jest falą słabej nieciągłości, czyli falą przyspieszenia.



Rys.2 Propagacja powierzchni nieciągłości w postaci fali padającej, odbitej i transmitowanej w warstwowym pręcie

Indeksy R i T (rys.2) odpowiadają kolejno fali przyspieszenia odbitej i transmitowanej.

Propagację fali przyspieszenia założono w ściśliwym materiale hipersprężystym określonym potencjałem Murnaghana. Związek konstytutywny przyjętego potencjału zawierający pięć stałych sprężystości – l, m, n, λ, μ przyjmuje postać (por[3]):

$$W(I_1, I_2, I_3) = \rho \sigma(I_1, I_2, I_3) = \frac{1+2m}{24} (I_1-3)^3 + \frac{\lambda+2\mu+4m}{8} (I_1-3)^2 + \frac{8\mu+n}{8} (I_1-3) - \frac{m}{4} (I_1-3)(I_2-3) - \frac{4\mu+n}{8} (I_2-3) + \frac{n}{8} (I_1-1) \tag{7}$$

gdzie: l, m, n są stałymi sprężystości drugiego rzędu; λ, μ – stałe Lamé'go.

Funkcje materiałowe mają postać (por.[4]):

$$\sigma_1 = \frac{1}{\rho} \left[\frac{1+2m}{8} (I_1-3)^2 + \frac{\lambda+2\mu+4m}{4} (I_1-3) + \frac{8\mu+n}{8} \cdot \frac{m}{4} (I_2-3) \right], \quad \sigma_2 = -\frac{1}{\rho} \left[\frac{m}{4} (I_1-3) + \frac{4\mu+n}{8} \right], \tag{8}$$

$$\sigma_3 = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{n}{8}, \quad \sigma_{11} = \frac{1}{\rho} \left[\frac{1+2m}{4} (I_1-3) - \frac{\lambda+2\mu+4m}{4} \right], \quad \sigma_{12} = -\frac{1}{\rho} \frac{m}{4}, \quad \sigma_{22} = \sigma_{33} = \sigma_{23} = \sigma_{31} = 0, \quad \sigma_{111} = \frac{1}{\rho} \left(\frac{1+2m}{4} \right)$$

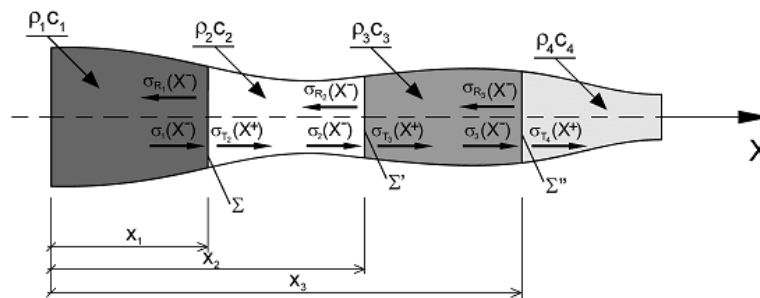
Niezmienniki tensora deformacji dla $\mathbf{x} = \mathbf{u}(\mathbf{X}, t) + \mathbf{X}$ oraz nominalny tensor naprężenia wynoszą odpowiednio:

$$\begin{aligned} I_1 &= p^2 + 2p + 3, \quad I_2 = 2p^2 + 4p + 3, \quad I_3 = p^2 + 2p + 1 \\ T &= 2p(1+p)(\sigma_1 + 2\sigma_2 + \sigma_3) \end{aligned} \quad (9)$$

Dla pręta bez wstępnych odkształceń ($p=0$), podstawiając do wzoru (8) i (9) otrzymamy niezmienniki tensora deformacji, stałe materiałowe oraz nominalny tensor naprężenia równe:

$$\begin{aligned} I_1 &= 3, \quad I_2 = 3 \quad \text{i} \quad I_3 = 1 \\ \sigma_1 &= \frac{1}{\rho} \left(\frac{8\mu+n}{8} \right), \quad \sigma_2 = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{4\mu+n}{8} \right), \quad \sigma_3 = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{n}{8}, \quad T_0 = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

Określono, że $\sigma(\mathbf{x})$ oznacza natężenie powierzchni nieciągłości w punkcie X rozpatrywanego pręta.



Rys.3. Fala przyśpieszenia padająca, transmitowana i odbita rozchodząca się w rozpatrywanym pręcie

Przyjmując, że górny znak (-) będzie używany do opisu współrzędnej na powierzchni nieciągłości Σ za frontem fali przyśpieszenia, natomiast znak (+) do opisu współrzędnej na tej samej powierzchni Σ , ale przed frontem fali w oparciu o pracę [5] dla rozpatrywanego pręta można zapisać następujące warunki na powierzchni rozdziału:

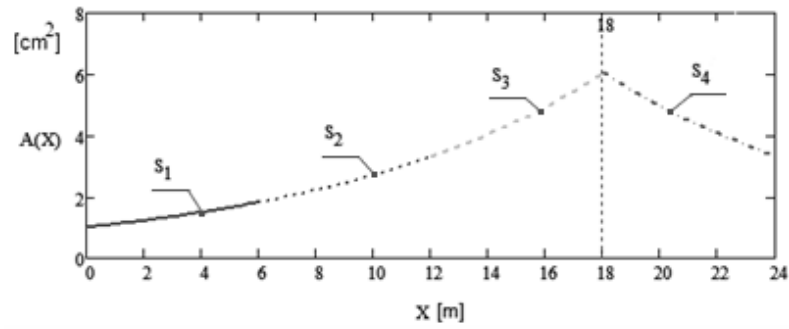
$$\begin{aligned} \frac{\sigma_{T_2}(X^+)}{\sigma(X^-)} &= \frac{2\rho_1 c_1}{\rho_1 c_1 + \rho_2 c_2}, \quad \frac{\sigma_{T_3}(X^+)}{\sigma_2(X^-)} = \frac{2\rho_2 c_2}{\rho_2 c_2 + \rho_3 c_3}, \quad \frac{\sigma_{T_4}(X^+)}{\sigma_3(X^-)} = \frac{2\rho_3 c_3}{\rho_3 c_3 + \rho_4 c_4} \\ \frac{\sigma_{R_1}(X^+)}{\sigma(X^-)} &= \frac{\rho_1 c_1 - \rho_2 c_2}{\rho_1 c_1 + \rho_2 c_2}, \quad \frac{\sigma_{R_2}(X^+)}{\sigma_2(X^-)} = \frac{\rho_2 c_2 - \rho_3 c_3}{\rho_2 c_2 + \rho_3 c_3}, \quad \frac{\sigma_{R_3}(X^+)}{\sigma_3(X^-)} = \frac{\rho_3 c_3 - \rho_4 c_4}{\rho_3 c_3 + \rho_4 c_4} \end{aligned} \quad (11)$$

3. ANALIZA NUMERYCZNA

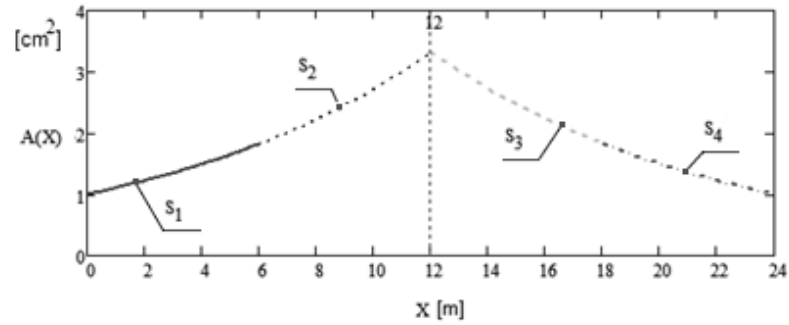
Do badań przyjęto trzy przypadki czterosegmentowego pręta, w których pole przekroju poprzecznego pręta zmienia się z rosnącego na malejące kolejno w segmencie czwartym (rys. 4a), trzecim (rys. 4b) i drugim (rys. 4c)

W przypadku rosnącego przekroju poprzecznego pręta założono, że $A(X) = \mathbf{A}_0 e^{T X}$, natomiast w przypadku malejącego przekroju poprzecznego, $A(X) = \mathbf{A}_0 e^{-T X}$, dla $\mathbf{A}_0 = 1 \text{ cm}^2$.

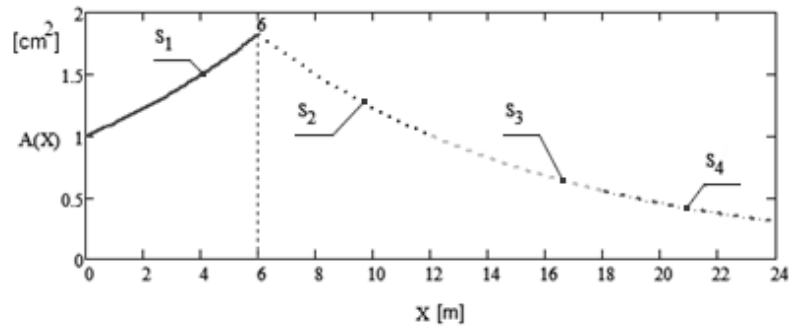
a)



b)



c)



Rys.4. Wykres przekroju poprzecznego rozpatrywanego czterosegmentowego pręta. Przekrój poprzeczny zmienia się z rosnącego na malejący w: a) czwartym segmentcie, b) trzecim segmentcie, c) w drugim segmentcie

Natężenie fali przyspieszenia dla tych funkcji (rosnącej i malejącej) przyjmie kolejno postać (por. [6]):

$$\sigma_1(X) = \sigma(0) \frac{e^{-\frac{Q(X) \cdot X \cdot \gamma}{2}}}{1 - \sigma(0) \left[2 \left(e^{-\frac{Q(X) \cdot X \cdot \gamma}{2}} - 1 \right) \frac{\beta(X)}{Q(X) \cdot \gamma} \right]} \quad (12)$$

$$\sigma_2(X) = \sigma(0) \frac{e^{\frac{Q(X) \cdot X \cdot \gamma}{2}}}{1 + \sigma(0) \left[2 \left(e^{-\frac{Q(X) \cdot X \cdot \gamma}{2}} - 1 \right) \frac{\beta(X)}{Q(X) \cdot \gamma} \right]}$$

gdzie:

$$Q(X) = \left[1 - \frac{T_0}{2\rho^2 c_0^4} \left(\frac{\partial^3 \Sigma}{\partial p^3} \right)_0 \right], \quad \beta(X) = -\frac{1}{4\rho c_0^4} \left(\frac{\partial^3 \Sigma}{\partial p^3} \right)_0, \quad c_0^2 = \left(\frac{dX}{dt} \right)^2 \quad (13)$$

Wyrażenia oznaczone dolnym indeksem „o” oznaczają wartości przed frontem fali. Zgodnie z pracą [7] przyjęto wartość natężenia początkowego równą $\sigma(0)=10^{-2}$ m/s², natomiast współczynnik γ użyty do opisu funkcji przekroju poprzecznego segmentowego pręta przyjęto w obliczeniach równy: $\gamma=0,1$ m⁻¹

Analizę numeryczną przeprowadzoną w oparciu o warunki rozdziału (11) wykonano zakładając, że pierwszy i trzeci segment rozpatrywanego pręta wykonany jest ze stali, natomiast drugi i czwarty z aluminium. Zgodnie z pracą [8] dla rozpatrywanego potencjału Murnaghana przyjęto następujące stałe materiałowe:

Tablica 1. Stałe materiałowe dla analizowanych materiałów hipersprężystych

Materiał	Stałe Materiałowe				
	λ [N/m ²]	μ [N/m ²]	l [N/m ²]	m [N/m ²]	n [N/m ²]
aluminium	$57 \cdot 10^{-9}$	$27,6 \cdot 10^{-9}$	$-299 \cdot 10^{-9}$	$-311 \cdot 10^{-9}$	$-228 \cdot 10^{-9}$
stal	$111 \cdot 10^{-9}$	$82,1 \cdot 10^{-9}$	$-459 \cdot 10^{-9}$	$-461 \cdot 10^{-9}$	$-358 \cdot 10^{-9}$

Dla przyjętych wyżej funkcji opisujących przekrój poprzeczny czterosegmentowego pręta otrzymano zależności natężenia fali przyspieszenia zgodnie z rys. 5.

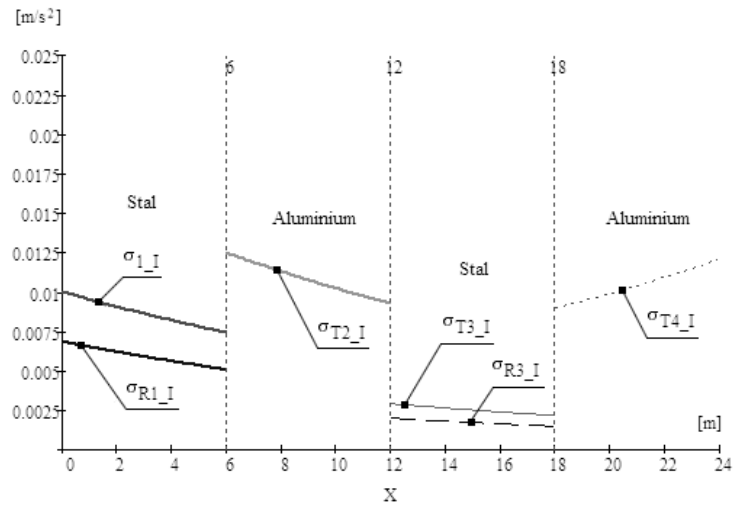
4. PODSUMOWANIE I WNIOSKI

Analiza numeryczna przeprowadzona została dla czterosegmentowego cienkiego pręta, przy założeniu trzech przypadków, w których pole przekroju poprzecznego zmienia się w funkcji X , (patrz rys. 4a,b,c). Wraz ze zmianą przekroju poprzecznego rozpatrywanego pręta, zmienia się natężenie propagującej się fali przyspieszenia. Zależność ta jest odwrotnie proporcjonalna.

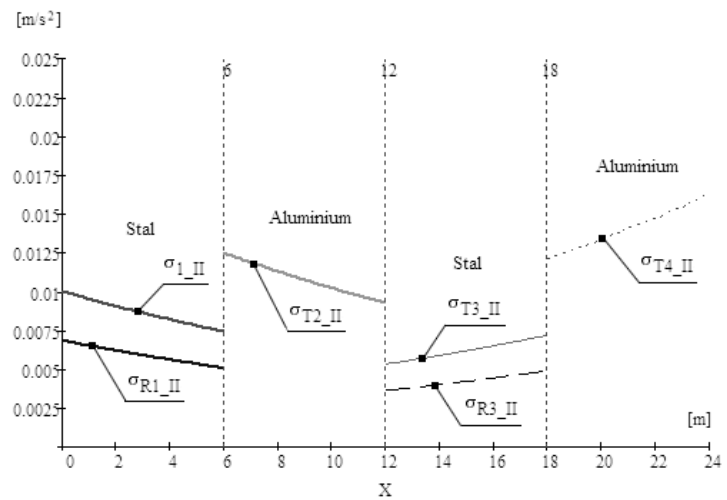
W płaszczyźnie styku poszczególnych segmentów pręta widoczne są skoki natężenia propagującej się fali przyspieszenia, wynikające z różnej gęstości ośrodków, znajdujących się na poszczególnych odcinkach d_1, d_2, d_3, d_4 (patrz rys.1). W przypadku przejścia zarówno z odcinka pierwszego (stal) do drugiego (aluminium) jak i z trzeciego (stal) do czwartego (aluminium) można zauważyć, że natężenie fali padającej jest znacznie mniejsze od natężenia fali transmitowanej. Natomiast w momencie przejścia z odcinka drugiego (aluminium) do odcinka trzeciego (stal) natężenie fali padającej jest znacznie większe od fali transmitowanej (porównaj rys. 5a,b,c). Wynika z tego, że natężenie fali przyspieszenia w materiale hipersprężystym przy przejściu z ośrodka o mniejszej gęstości do ośrodka o większej gęstości zmniejsza się. Analogicznie przy przejściu z ośrodka o większej gęstości do ośrodka o mniejszej gęstości natężenie propagującej się fali przyspieszenia wzrasta.

Największy skok natężenia fali widoczny jest w przypadku przejścia z segmentu pierwszego (stal) do segmentu drugiego (aluminium), gdzie pole przekroju, najpierw rośnie a po przejściu do kolejnego segmentu maleje, (Rys. 5c). Natężenie fali przyspieszenia propagującej w tym przypadku osiąga największe wartości. Z chwilą przejścia padającej fali przyspieszenia z segmentu 2 do segmentu 3 (patrz rys. 5a,b,c) propagacja zaburzenia następuje w postaci fali transmitowanej, natężenie fali odbitej w segmencie 2 przyjmuje natomiast wartości ujemne, które nie zostały uwzględnione na wykresach. W pozostałych segmentach fali padającej towarzyszy fala odbita o dodatnich wartościach natężenia. Przeprowadzone tu obliczenia pozwalają na prowadzenie dalszych badań przy użyciu innych ściślejszych hipersprężystych materiałów oraz porównanie z obliczeniami przy użyciu modeli komputerowych.

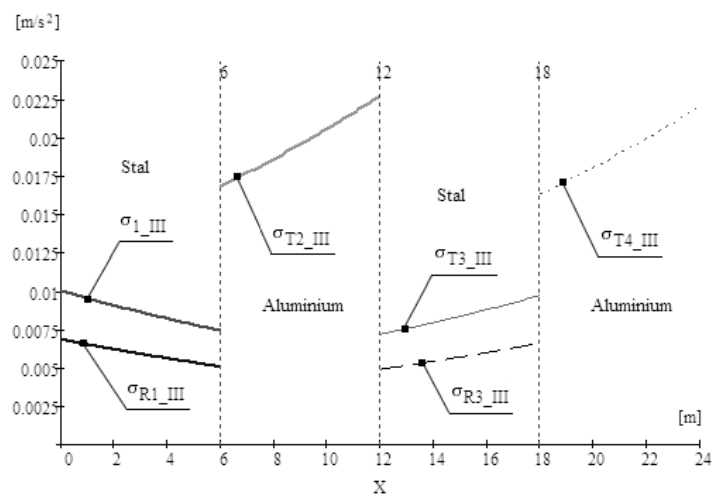
a)



b)



c)



Rys. 5. Wykresy natężenia fali przyspieszenia propagującej w segmentowym przecię o przekrojach analogicznych jak dla przypadków rozpatrywanych na rys. 4a,b,c

Piśmiennictwo:

- [1] Jeffrey A.: Acceleration wave propagation in hyperelastic rods of variable cross-section. *Wave Motion*, 1982, No 4, s. 173-180
- [2] Jeffrey A., Gilbert R.P.: On the approximation of acceleration waves on rods. *Int. J. Non-Linear Mechanics*, 1987, Vol. 22, No. 3, s. 209-215
- [3] Wesołowski Z. Zagadnienia dynamiczne nieliniowej teorii sprężystości. Warszawa, PWN, 1974
- [4] Kosiński S.: Odbicie i ewolucja fali uderzeniowej w wybranych materiałach hipersprężystych, praca habilitacyjna, Warszawa 1995
- [5] Chen P.J.: The growth of acceleration waves in arbitrary form in homogeneously deformed elastic materials. *Arch. Rat. Mech. Anal.* 1968, No. 30, s 81-89
- [6] Major I.: Propagacja fali przyspieszenia w pręcie o zmiennym przekroju. *Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej*, 2002, Nr 1559, s. 379-386
- [7] Klepaczek J.: Doświadczalne badania sprężysto – plastycznych procesów falowych w metalach. Warszawa, IPPT PAN, 1970
- [8] Porubov A.V.: Amplification of nonlinear strain waves in solids. Singapore, World Scientific Publishing, 2003.
- [9] Major M., Major I.: Acceleration wave in a thin segmental hyperelastic rod, *Archives of Civil and Mechanical Engineering*, 2010, Vol.10, No 1, s 59-67
- [10] Major M.: Fala przyspieszenia w wybranych nieliniowych materiałach sprężystych, praca Doktorska, Wydział Inżynierii Mechanicznej i Informatyki Politechniki Częstochowskiej, 2003
- [11] Wesołowski Z.: Akustyka ciała sprężystego. Warszawa - Poznań, PWN, 1989

PROPAGATION OF ACCELERATION WAVE IN THIN, FOUR-SEGMENTAL ROD MADE OF MURNAGHAN'S MATERIALS**Summary**

The purpose of the present paper is to discuss the issue of discontinuity waves propagation in a segmental rod of slowly varying cross-section area. In the paper, in accordance with the assumptions, the wave of weak discontinuity or acceleration wave (incident, transmitted and reflected) propagating along the length the rod adopted is discussed. The propagation of acceleration waves assumed in the compressible elastic material is determined by Murnaghan's potential. Numerical analysis was carried out in order to discuss the behaviour of acceleration wave propagating through the subsequent surfaces of the layers contact segment rod, assuming the lateral surface of the exponential function described successively as descending and ascending.

Bartosz MILLER¹
Politechnika Rzeszowska

IDENTYFIKACJA PARAMETRÓW MATERIAŁOWYCH W ISTNIEJĄCYCH MASYWNYCH KONSTRUKCJACH BETONOWYCH NA PRZYKŁADZIE DUŻYCH ZAPÓR WODNYCH

STRESZCZENIE

Badanie stanu istniejących konstrukcji jest ważnym zadaniem inżynierskim. Wśród bardzo odpowiedzialnych konstrukcji są betonowe zapory wodne, które mogą być narażone na różnorodne procesy fizyko-chemiczne oraz na bardzo duże obciążenia, awarie zapór wodnych mogą zaś powodować olbrzymie szkody. Dzięki zastosowaniu nowoczesnych metod obliczeniowych można, opierając się na niewielkiej ilości danych pomiarowych opisujących zachowanie się konstrukcji np. podczas napełniania lub opróżniania zbiornika, określić parametry materiałowe betonu, z którego zbudowana jest zapora. Podejście globalne może być uzupełnione przez lokalne, nieniszczące badania. W pracy przedstawione jest podejście, które wymaga wywiercenia w obszarach podejrzanych o degradację parametrów materiałowych dwóch niewielkich otworów (o średnicy kilku centymetrów i rozstawie osi rzędu kilkunastu centymetrów). Dokładny pomiar oraz analiza zmian średnicy pierwszego otworu wywołanych wywierceniem drugiego otworu oraz późniejszym obciążeniem ścianek drugiego otworu znanym ciśnieniem pozwala na określenie wybranych parametrów materiałowych oraz stanu naprężenia w materiale w otoczeniu obu otworów.

SŁOWA KLUCZOWE I AKRONIMY: sztuczna sieć neuronowa (SSN), betonowa zapora wodna, uszkodzenie, identyfikacja, reakcja alkalia-krzemionka (Alkali-Silica Reaction, ASR), Metoda Elementów Skończonych (MES)

1. WPROWADZENIE

W wielu betonowych zaporach wodnych materiał uległ w okresie użytkowania daleko posuniętej degradacji związanej z reakcją alkalia-krzemionka (Alkali-Silica Reaction, ASR) lub też pojawiły się pęknięcia związane z efektami cieplnymi i/lub ekstremalnymi obciążeniami (np. trzęsienia ziemi). Efekty związane z zmianą właściwości betonu wywołaną ASR są dobrze udokumentowane w literaturze [1,2], spadek wartości modułu Younga (jeden moduł przy założeniu izotropowości materiału lub dwa, w przypadku różnych właściwości materiałowych w kierunku pionowym, co może być skutkiem metody wylewania betonu

¹ bartosz.miller@prz.edu.pl

zastosowanej podczas budowy zapory) może być traktowany jako reprezentatywny dla uszkodzenia betonowej zapory wodnej, analiza stanu konstrukcji może być w takim przypadku realizowana przez identyfikację rozkładu redukcji sztywności [3,4,5].

Duże zapory są wyposażone w aparaturę kontrolno-pomiarową dającą informacje pomocne w identyfikacji stanu konstrukcji. Instrumenty montowane w dużych zaporach to np. kolimatory mierzące przemieszczenie wybranych punktów na koronie zapory w kierunku prostym do linii łączącej dwa punkty w sąsiedztwie zapory, oraz wahadła umiejscowione wewnątrz zapory. Liczba takich urządzeń bywa ograniczona (szczególnie w przypadku kilkudziesięcioletnich zapór), określenie na podstawie dostępnych danych pomiarowych wartości parametrów materiałowych i/lub stanu konstrukcji może być bardzo trudne lub nawet niemożliwe z zastosowaniem tradycyjnych metod obliczeniowych. W niniejszej pracy przedstawiono zastosowanie Sztucznych Sieci Neuronowych (SSN) [7,8] do określania wartości wybranych parametrów materiałowych oraz do oszacowania położenia i wielkości ewentualnego uszkodzenia konstrukcji.

Podejście globalne jest w pracy uzupełnione przez podejście lokalne, pozwalające określić parametry materiałowe betonu oraz lokalny stan naprężenia w tych strefach konstrukcji, w których zastosowanie metod globalnych daje najslabsze rezultaty (np. okolice posadowienia). Przedstawiona metoda lokalna polega na wydrążeniu dwóch niewielkich, równoległych otworów o średnicach około 10cm, mierzonymi wielkościami są zmiany średnicy pierwszego otworu wywołane wywierceniem otworu drugiego oraz, w kolejnym etapie, zmiana średnicy obu otworów wywołana obciążeniem drugiego otworu znanym ciśnieniem wewnętrznym. Połączenie danych pomiarowych z wynikami symulacji numerycznych oraz zastosowanie SSN jako narzędzia do rozwiązania problemu odwrotnego daje możliwość określenia właściwości materiałowych betonu oraz lokalnego stanu naprężenia.

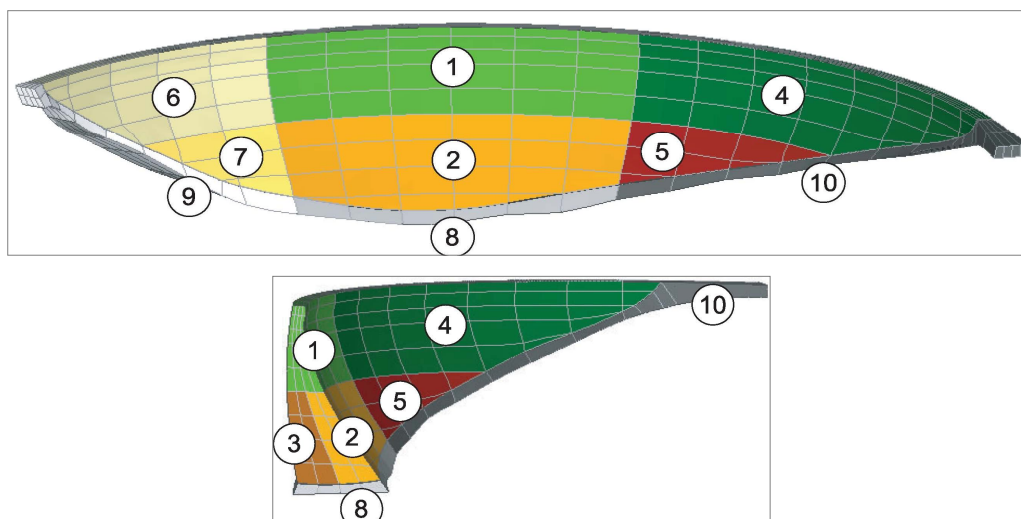
W obu przypadkach (analiza globalna i lokalna) zaproponowana metoda analizy odwrotnej z zastosowaniem SSN może być wykorzystywana w praktyce inżynierskiej, ponieważ czasochłonne symulacje numeryczne wymagające dużej mocy obliczeniowej są wykonywane raz, podczas projektowania sieci. W późniejszych etapach zastosowanie sieci nie powinno być ani czasochłonne ani nie wymaga zaawansowanych obliczeń numerycznych.

Zaproponowana w pracy metoda jest zweryfikowana z zastosowaniem danych pseudo-eksperymentalnych, otrzymanych z symulacji numerycznych. Dokładność metody może być więc określona przez porównanie wyników otrzymanych z proponowanej metody z danymi oczekiwanymi, wykorzystanymi w obliczeniach numerycznych.

2. ANALIZA GLOBALNA

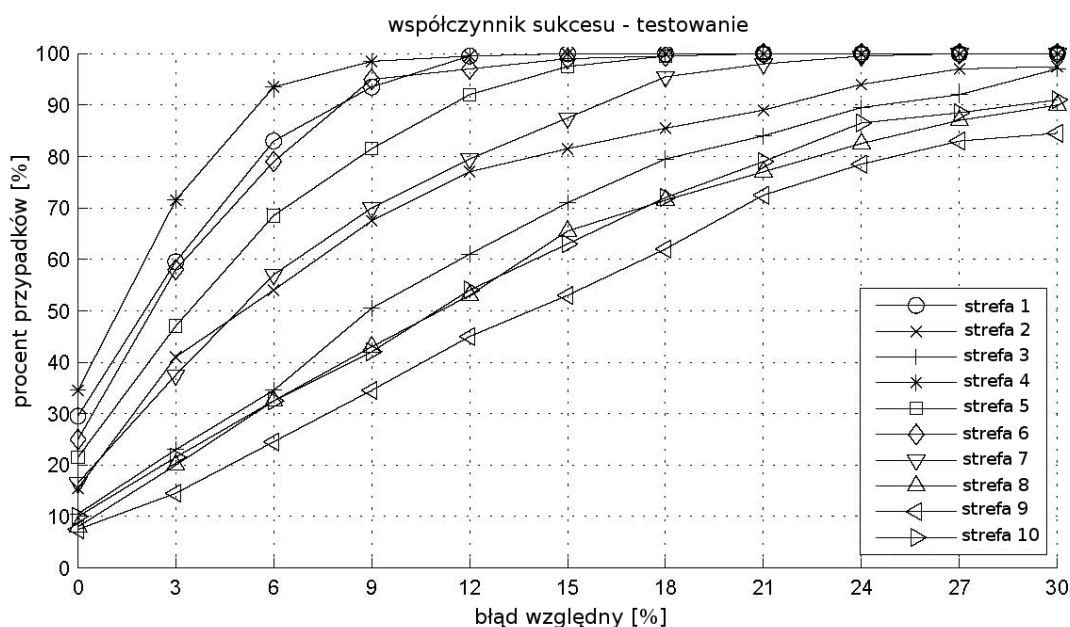
Rozważana w niniejszej pracy zaporę wodną została wybrana przez środowisko inżynierskie jako przykładowa ze względu na znaczące efekty postępującej od trzech dziesięcioleci reakcji alkalia-krzemionka (ASR) [9]. Wysokość zapory to 80m, długość korony 515m. Zaporę jest wyposażona w osiem wewnętrznych wahadeł mierzących względne poziome przemieszczenie pomiędzy dwoma punktami zapory lub pomiędzy punktem na zaporze a punktem znajdującym się na fundamencie. Dodatkowo dostępne są trzy kolimatory służące do pomiaru bezwzględnego przemieszczenia poziomego punktów leżących na koronie zapory.

W celu identyfikacji modułu Younga, który może być inny w różnych regionach zapory, całą konstrukcję podzielono na 10 stref (patrz Rys. 1). Podział na strefy powinien odpowiadać wynikom wcześniejszych badań materiału, z którego jest wykonana zaporę, i/lub kolejności betonowania kolejnych fragmentów zapory.

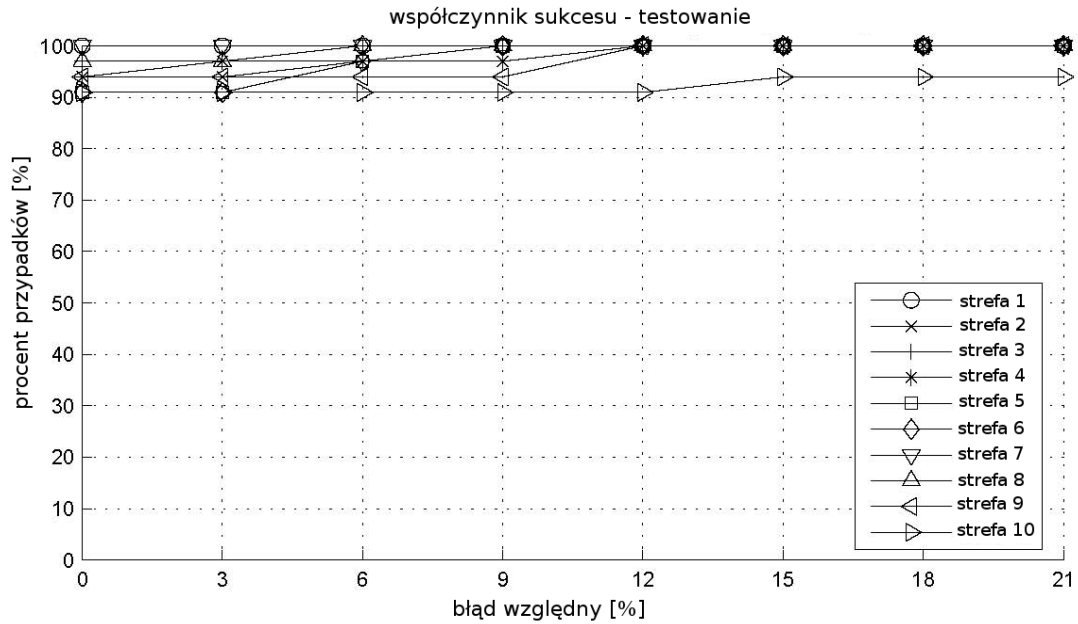


Rys. 1. Podział badanej zapory wodnej na strefy związane z kolejnością wylewania betonu

Przykładowe wyniki identyfikacji modułów Younga w 10 strefach zapory przedstawione są na Rys. 2 oraz Rys. 3. Oba rysunki przedstawiają procent przypadków, w których moduł Younga danej strefy został zidentyfikowany z błędem mniejszym niż wartość progowa przedstawiona na osi poziomej. W pierwszym przypadku identyfikowanych jest dziesięć modułów Younga odpowiadających dziesięciu strefom zapory, bez żadnych wstępnych założeń dotyczących położenia obszaru, w którym nastąpiła degradacja właściwości materiałowych betonu. Rysunek 3 przedstawia wyniki identyfikacji otrzymane przy założeniu, że degradacja właściwości materiałowych nastąpiła wyłącznie w jednej, nieznannej strefie.



Rys. 2. Identyfikacja modułów Younga we wszystkich dziesięciu strefach zapory.



Rys. 3. Identyfikacja modułów Younga przy założeniu, że degradacja właściwości betonu nastąpiła jedynie w jednej strefie (nie jest możliwa degradacja w kilku strefach jednocześnie).

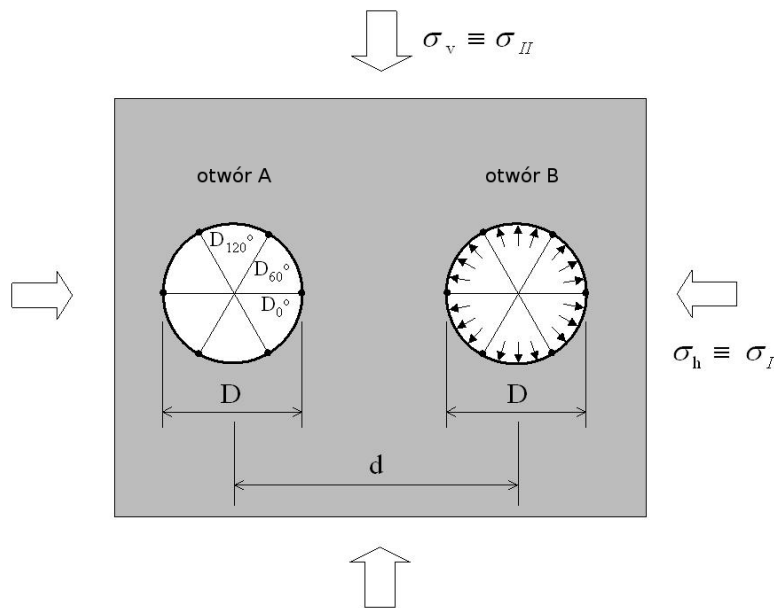
3. ANALIZA LOKALNA

Opisana poniżej technika może być traktowana jako rozszerzenie badań stosowanych już w mechanice skał [6]. Można ją podzielić na kilka etapów [10]:

- wiercenie pierwszego otworu (otwór A) w miejscu, w którym ma być zbadany lokalny stan naprężenia oraz określone właściwości materiałowe betonu,
- wiercenie drugiego otworu (otwór B) równoległe do równoległe do otworu A oraz pomiar zmiany średnicy otworu A wywołanej wywierceniem otworu B; pomiar zmiany średnicy jest wykonywany w kilku wybranych kierunkach, dla uproszczenia w pracy przyjęto, że są to trzy średnice D_{0° , D_{60° oraz D_{120° (patrz Rys. 4).
- obciążenie otworu B znanym ciśnieniem w zakresie sprężystym oraz pomiar spowodowanej tym obciążeniem zmiany średnicy obu otworów (w kierunkach takich jak opisano powyżej).

Wstępna analiza stanu naprężeń w badanej konstrukcji może pozwolić na wybór miejsca, w którym będą wiercone otwory. Ich osie powinny leżeć w płaszczyźnie kierunków głównych dominującego stanu naprężenia, liczba składowych stanu naprężenia redukuje się w takim przypadku do dwóch wartości naprężeń głównych w płaszczyźnie prostopadłej do kierunków osi wywierconych otworów.

W symulacjach numerycznych przyjęto średnicę otworów $D=8\text{cm}$, otwory są usytuowane poziomo w odległości między osiami $d=14\text{cm}$ (Rys. 4). Dylatometry służące do pomiaru średnic otworów działają w jednej płaszczyźnie prostopadłej do osi otworu, w przypadku rzeczywistych badań doświadczalnych należy to rozumieć jako uśrednienie wartości pomiarów wykonanych w różnych płaszczyznach na długości otworu.



Rys. 4. Otwory wywiercone w zaprze w celu identyfikacji właściwości materiałowych betonu oraz lokalnego stanu naprężenia.

W pracy przyjęto, że w wyniku zastosowanej techniki wylewania betonu podczas budowy zapory właściwości betonu są stałe w każdym kierunku w płaszczyźnie poziomej (izotropowe) lecz inne w kierunku pionowym (ortotropowe). Z tego powodu identyfikowane są dwa moduły Younga, jeden w płaszczyźnie poziomej E_h i jeden w kierunku pionowym E_v . Pozostałe właściwości materiałowe są traktowane jako znane.

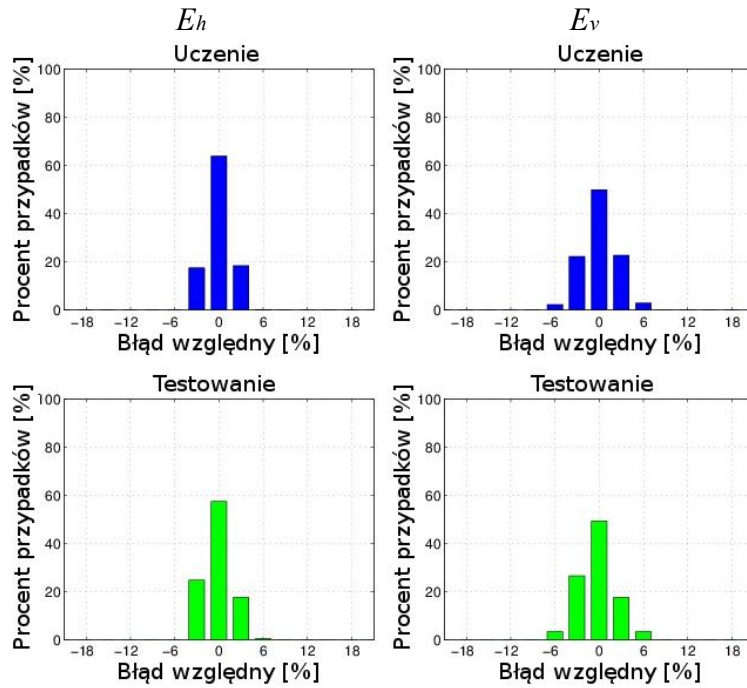
Moduły sprężystości są identyfikowane przez dwie niezależne sieci o architekturze 6-5-1 każda. Wektor wejściowy sieci zawiera zmiany średnicy otworów A oraz B wywołane przyłożeniem znanego ciśnienia na ścianki otworu B (patrz Rys. 4). Sieć neuronowa jest uczona i testowana na danych numerycznych (otrzymanych z symulacji MES), zaburzonych szumem losowym w granicach $\pm 5\%$. Schemat procedury identyfikacyjnej jest przedstawiony na Rys. 5, otrzymane wyniki na Rys. 6.

$$y^{\text{exp } a} = \{ \Delta D_{00}^A, \dots; \Delta D_{00}^B, \dots \}^T \Rightarrow \boxed{\text{ANN}_{h,v} \text{ 6-5-1}} \Rightarrow E_{h,v}$$

Rys. 5. Schemat procedury identyfikacyjnej (etap I)

Jak widać na Rys. 6 dokładność identyfikacji modułu Younga w płaszczyźnie poziomej jest większa niż w płaszczyźnie pionowej, może to być wynikiem umiejscowienia obu otworów właśnie w płaszczyźnie poziomej.

W drugim etapie identyfikacji określany jest lokalny stan naprężenia w okolicy wywierconych otworów. Zakłada się, że naprężenia poziome i pionowe, σ_h i σ_v , są stałe w otoczeniu otworów i odpowiadają naprężeniom głównym. Mierzonymi wartościami wykorzystanymi w procesie identyfikacji są zmiany średnicy otworu A wywołane wywierceniem otworu B. Moduły Younga, które zostały otrzymane w pierwszym kroku identyfikacji, są traktowane na tym etapie jako znane, zostały też uwzględnione jako kolejne elementy wektora wejściowego (patrz Rys. 7).

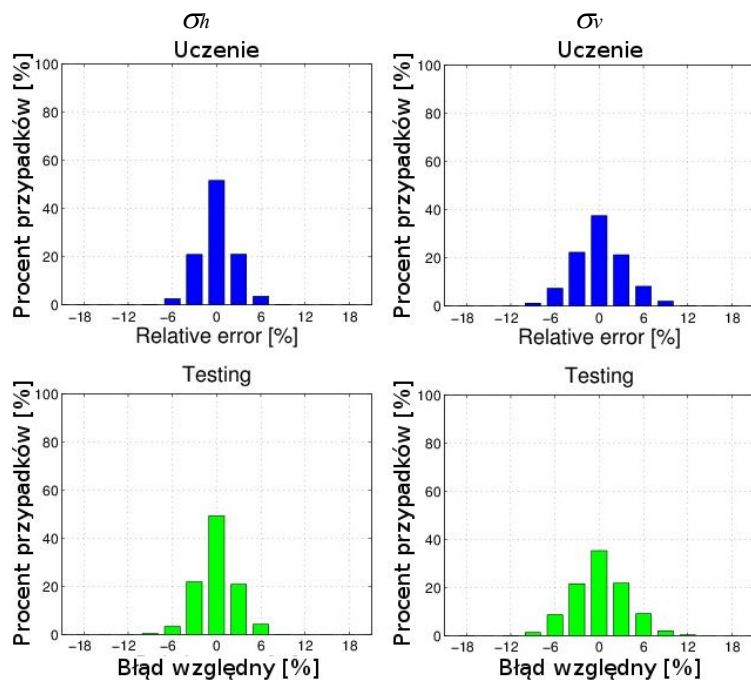


Rys. 6. Identyfikacja modułów Younga E_h (w płaszczyźnie poziomej) oraz E_v (w kierunku pionowym).

$$\left\{ \begin{array}{c} y^{\text{exp } b} \\ E_h \\ E_v \end{array} \right\} = \{ \Delta \hat{D}_{00}^A, \Delta \hat{D}_{60}^A, \Delta \hat{D}_{120}^A ; E_h, E_v \}^T \Rightarrow \boxed{\text{ANN}_{h,v} \text{ 5-12-6-1}} \Rightarrow \sigma_{h,v}$$

Rys. 7. Schemat procedury identyfikacyjnej (etap II)

Podobnie jak w przypadku identyfikacji modułów Younga dane do uczenia i testowania sieci zostały otrzymane z symulacji numerycznych i zaburzone losowym szumem $\pm 5\%$. Zastosowane dwie odrębne sieci neuronowe, każda z nich służyła do identyfikacji jednego z naprężeń głównych. Otrzymane wyniki są przedstawione na Rys. 8.



Rys. 8. Identyfikacja naprężeń głównych σ_h oraz σ_v

4. WNIOSKI KOŃCOWE

Celem pracy było przedstawienie dwóch metod identyfikacji właściwości materiału, z którego zbudowana jest istniejąca konstrukcja budowlana. Dodatkowo zastosowanie podejścia lokalnego pozwoliło w omawianym przypadku zidentyfikować stan naprężenia badanej konstrukcji. Oba prezentowane podejścia (globalne i lokalne) zostały przetestowane na danych otrzymanych z symulacji numerycznych, na które został narzucony losowy błąd. Otrzymane wyniki pokazują możliwość wykorzystania podobnych metod także w zastosowaniach inżynierskich, z użyciem danych otrzymanych z pomiarów wykonanych na konstrukcjach rzeczywistych.

Zaletą przedstawionych metod jest wykonywanie czasochłonnych obliczeń w laboratorium numerycznym (podczas przygotowania wzorców do uczenia sieci oraz podczas samego uczenia), podczas praktycznego zastosowania przygotowane wcześniej sieci neuronowe mogą działać na bardzo prostym sprzęcie i dawać wyniki praktycznie bez żadnej zwłoki. Wydaje się, że z tego względu obie proponowane metody mogą być wykorzystane w praktyce inżynierskiej jako element procedury do oceniania stanu istniejących konstrukcji budowlanych.

Przedstawione w pracy badania zostały wykonane podczas pobytu autora w Instytucie Mechaniki Budowli Politechniki Mediolańskiej, tam też zostały wykonane wszystkie symulacje numeryczne. Wkład własny autora jest związany z zastosowaniem Sztucznych Sieci Neuronowych (SSN) do zagadnień badanych na Politechnice Mediolańskiej.

Piśmiennictwo

- [1] Swamy R., Al-Asali M. Engineering properties of concrete affected by alkali-silica reaction. *ACI Mater. J.*, 85:367–374, 1988.
- [2] Ahmed T., Burley E., Rigden S., Abu-Tair A. I. The effect of alkali reactivity on the mechanical properties of concrete. *Constr. Build. Mater.*, 17:123–144, 2003.
- [3] Schwesinger P., Wittmann F., ed. *Present and Future of Health Monitoring*. AEDIFICATION Publishers, Freiburg, 2000.
- [4] Ardito R., Bartolotta P., Ceriani L., Maier G. Diagnostic inverse analysis of concrete dams with statical excitation. *Journal of the Mechanical Behavior of Materials*, 15(6):381–386, 2005.
- [5] Maier G., Ardito R., Fedele R. Inverse analysis problems in structural engineering of concrete dams. In Z. Yao, M. Yuah, and W. Zhong, editors, *Proc. of the 6th World Conference of Computational Mechanics WCCM VI, Beijing (China). Invited Semiplenary Lecture*, pages 97–107. Tsinghua University Press and Springer-Verlag, Beijing, 2004.
- [6] Gioda G., Maier G. Direct search solution of an inverse problem in elastoplasticity: identification of cohesion, friction angle and in situ stress by pressure tunnel tests. *Int. J. Num. Meth. Eng.*, 15:1823–1848, 1980.
- [7] Waszczyszyn, Z., Słoński, M.: Selected problems of artificial neural network development, Ch. 5 in: Waszczyszyn, Z. (ed.), *Advances of Soft Computing in Engineering*, CISM Courses and Lectures, vol. 512, pp. 237-316. Springer, Wien-New York, 2011.
- [8] Haykin, S.S.: *Neural Networks – A Comprehensive Introduction*, 2nd Ed., Prentice Hall, 1999.

- [9] Fedele, R.; Miller, B. & Maier, G. (2005), 'Identification of elastic stiffness and local stresses in concrete dams by in situ tests and neural networks', *Journal of Structure and Infrastructure Engineering* **1**(3), 165--180.
- [10] Fedele, R.; Miller, B. & Maier, G. (2006), 'Health assessment of concrete dams by overall inverse analyses and neural networks', *International Journal of Fracture* **137**(1-4), 151--172.

**IDENTIFICATION OF MATERIAL PROPERTIES IN EXISTING MASSIVE
CONCRETE STRUCTURES ILLUSTRATED WITH AN EXAMPLE
OF LARGE DAMS**

Summary

The paper presents two approaches to identification of material properties of concrete in existing, large structures. The first, global approach enables identification of Young modulus in isotropic material in ten selected dam zones. The second one, local, enables the identification of local values of two Young moduli (horizontal and vertical under the orthotropic material assumption) and the local stress state.

Paulina OBARA¹
Michał SZCZECINA²
Politechnika Świętokrzyska w Kielcach

NIELINIOWOŚĆ GEOMETRYCZNA ORAZ ODKSZTAŁCALNOŚĆ POSTACIOWA W ANALIZIE UKŁADÓW PRĘTOWYCH

STRESZCZENIE

W pracy przeprowadzona została nieliniowa analiza uwzględniająca duże gradienty przemieszczeń, ale małe gradienty odkształceń, przy założeniu liniowych związków konstytutywnych dla materiału jednorodnego i izotropowego. Wyprowadzone zostało nieliniowe, ścisłe w ramach przyjętych założeń, wyrażenie na odkształcenie podłużne włókna położonego w dowolnej odległości od osi pręta. W rozważaniach uwzględniono wpływ odkształcalności postaciowej, czyli bazowano na klasycznej teorii Timoshenki [1]. Podano wzory na macierze: sztywności liniowej, naprężeń wstępnych oraz początkowych odkształceń elementu prętowego. Przeprowadzono również ścisłą i przybliżoną analizę stateczności początkowej mającą na celu określenie wpływu smukłości prętów na nośności krytyczne.

SŁOWA KLUCZOWE: macierz sztywności liniowej, macierz naprężeń wstępnych, macierz początkowych odkształceń, odkształcalność postaciowa, nośność krytyczna

1. WPROWADZENIE

W problemach nieliniowych zmiany położenia i kształtu deformowanego ciała w kolejnych chwilach czasowych wymagają przyjęcia odpowiednich układów współrzędnych, w których ten opis jest dokonywany. W pracy przeprowadzona została analiza nieliniowa uwzględniająca duże gradienty przemieszczeń, ale małe gradienty odkształceń. Założono, że materiał jest jednorodny i izotropowy, a związki konstytutywne są liniowe. Położenie równowagi w określonych chwilach czasowych, od stanu początkowego do końcowego, opisano w układzie nieruchomym, czyli zastosowano opis Lagrange'a, przy czym zastosowano opis stacjonarny (Total Lagrangian TL) [2,3,4,5,6]. W takim przypadku wszystkie niewiadome funkcje odnosimy do stałego układu współrzędnych materialnych x , w którym opisana jest konfiguracja początkowa. Jeżeli rozpatrzmy konfigurację początkową 0C i aktualną 1C (opisaną w układzie współrzędnych przestrzennych a), przy nałożeniu się na siebie układów x i a (rys. 1a), wówczas wektor przemieszczenia u zapiszemy w postaci:

¹ paula@tu.kielce.pl

² m.szczecina@tu.kielce.pl

$$\mathbf{u} = \mathbf{a} - \mathbf{x} \quad (1)$$

Stosując opis TL, do opisu odkształceń należy użyć tensora Greena-Lagrange'a:

$$e_{ij} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \frac{\partial u_k}{\partial x_j} \right] \Big|_{i,j,k=1,2,3} \quad (2)$$

który, jest miarą deformacji opisaną przez różnicę:

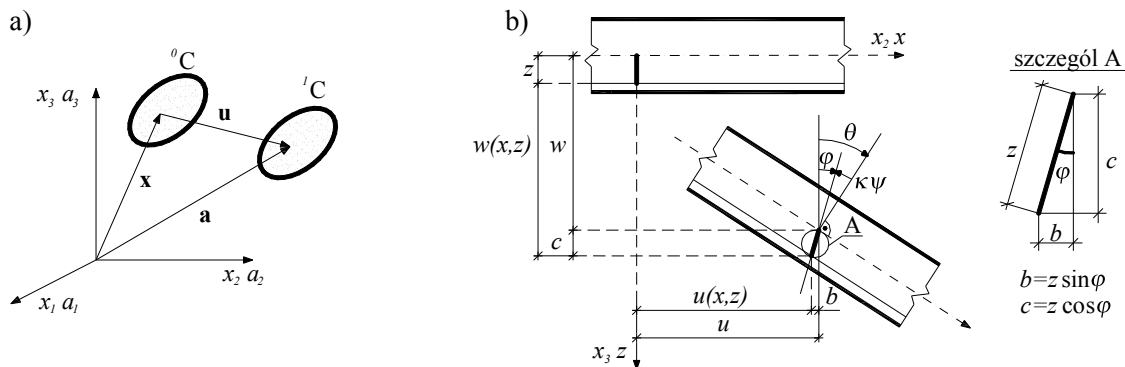
$$ds^2 - ds_0^2 = 2e_{ij} dx_i dx_j \quad (3)$$

gdzie: ds_0 i ds są długościami nieskończenie małego elementu liniowego odpowiednio przed i po odkształceniu. Natomiast do opisu naprężeń należy użyć drugiego tensora Pioli-Kirchhoffa, który dla materiału liniowo sprężystego, przyjmuje postać liniowych związków fizycznych Hooke'a:

$$T_{ij}^{(2)} = 2G e_{ij} + \lambda \delta_{ij} e_{kk} \Big|_{i,j,k=1,2,3}, \text{ gdzie: } G = \frac{E}{2(1-\nu)}, \quad \lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (4)$$

przy czym δ_{ij} jest deltą Kroneckera, a G i λ są stałymi Lamé'go które zależą od modułu Younga E i współczynnika Poissona ν .

2. HIPOTEZA GEOMETRYCZNA



Rys. 1. a) Układ odniesienia, b) konfiguracja początkowa i aktualna pręta

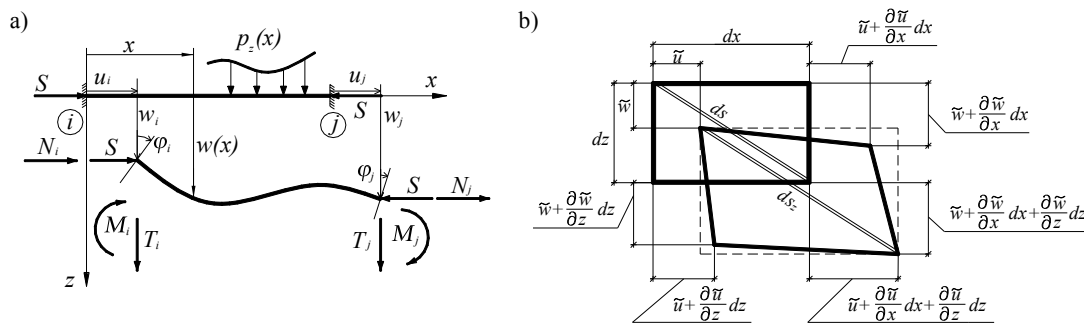
W pracy rozważany jest pręt pryzmatyczny o podłużnie nieodkształcalnej osi, dla którego przekroje poprzeczne prostopadłe do osi w konfiguracji początkowej, w konfiguracji aktualnej nie pozostają prostopadłe do osi odkształconej oraz ulegają deplanacji [1]. Nachylenie krzywej ugięcia $\theta = \theta(x)$ zależy od całkowitego uśrednionego kąta obrotu przekroju pręta $\varphi = \varphi(x)$ oraz dodatkowo od uśrednionego kąta odkształcenia postaciowego $\kappa\psi = \kappa\psi(x)$ (rys. 1b):

$$\theta = \varphi + \kappa\psi \quad (5)$$

przy czym κ jest współczynnikiem charakteryzującym kształt przekroju. Zgodnie z założeniem małych odkształceń przyjmujemy, że $\sin \kappa\psi = \kappa\psi$ i $\cos \kappa\psi = 1$. Uwzględnienie

dużych przemieszczeń elementu prętowego pozwala na wyprowadzenie nieliniowego, ścisłego w ramach przyjętych założeń, wyrażenia na odkształcenie podłużne włókna położonego w dowolnej odległości od osi pręta. Składowe tensora odkształceń Greena-Lagrange'a (2) w płaskim zagadnieniu kontinuum wyrażają się w zależności od przemieszczeń w dowolnym punkcie $\tilde{u} = u(x, z)$, $\tilde{w} = w(x, z)$. Redukcja zagadnienia płaskiego do jednowymiarowego pręta wymaga przyjęcia odpowiedniej hipotezy geometrycznej, uzależniającej przemieszczenia \tilde{u} , \tilde{w} od przemieszczeń u , w w osi pręta. Zależności te, będące uogólnieniem obowiązującej dla prętów smukłych hipotezy Bernoulli'ego–Naviera, ustalimy zgodnie z rysunkiem 1b:

$$\tilde{u} = u - z \sin \varphi, \quad \tilde{w} = w - z(1 - \cos \varphi) \tag{6}$$



Rys. 2. Konfiguracja początkowa i aktualna: a) pręta, b) różniczkowego wycinka pręta

Natomiast na podstawie rysunku 2b ustalimy długość nieskończenie małego odcinka włókna równoległego do odkształconej osi pręta położonego w odległości z od osi pręta:

$$ds_z^2 = (1 + e_x) dx^2 + (1 + e_z) dz^2 + 2e_{xz} dx dz \tag{7}$$

Uwzględnienie zależności (6) i (7) prowadzi do określenia składowych tensora odkształceń (2) dla pręta z uwzględnieniem wpływu odkształcalności postaciowej:

$$e_x = \left[\sqrt{\left(1 + \frac{du}{dx}\right)^2 + \left(\frac{dw}{dx}\right)^2} + z \frac{d\varphi}{dx} \right]^2 - 1, \quad e_z = 0, \quad e_{xz} = \sqrt{\left(1 + \frac{du}{dx}\right)^2 + \left(\frac{dw}{dx}\right)^2} \kappa \psi \tag{8}$$

gdzie:

$$\frac{d\varphi}{dx} = - \left[\frac{d^2 w}{dx^2} \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{dw}{dx} \right)^2 \right) - \kappa \frac{d\psi}{dx} \right] \tag{9}$$

jest krzywizną odkształconej osi pręta, wyprowadzoną przy założeniu, że odkształcalność podłużna osi nie wpływa na jej krzywiznę.

Stan odkształcenia w różniczkowym otoczeniu dowolnego punktu pręta opisany jest przez odkształcenie podłużne włókna położonego w odległości z od osi pręta:

$$\varepsilon_z = \varepsilon(x, z) = \frac{du}{dx} + \frac{1}{2} \left(\frac{dw}{dx} \right)^2 - z \left[\frac{d^2 w}{dx^2} \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{dw}{dx} \right)^2 \right) - \kappa \frac{d\psi}{dx} \right] \tag{10}$$

oraz przez uśredniony kąt odkształcenia postaciowego:

$$\gamma_z = \gamma(x, 0) = \frac{e_{xz}(x, 0)}{\sqrt{1 + e_x(x, 0)}} = \kappa \psi \quad (11)$$

natomiast stan naprężenia (4) zdefiniowany jest przez naprężenie normalne σ_z i styczne τ_z do przekroju poprzecznego pręta:

$$\sigma_z = E\varepsilon(x, z) = E\varepsilon_z, \quad \tau_z = G\gamma(x, z) = G\gamma_z \quad (12)$$

Znając opis stanu odkształcenia i naprężenia, zapiszemy energię sprężystą właściwą, którą obliczamy jako pracę naprężeń (12) na związanych z nimi odkształceniach (10) i (11). Całkowita energia sprężysta jest funkcjonalem pola przemieszczeń osi pręta w oraz kąta odkształcenia postaciowego ψ :

$$E_s = \frac{1}{2} \frac{EA}{l} \left[[u]_0^l + \frac{1}{2} \int_0^l \left(\frac{dw}{dx} \right)^2 dx \right]^2 + \frac{1}{2} \left[EJ \int_0^l \left(\frac{d^2w}{dx^2} - \kappa \frac{d\psi}{dx} \right)^2 dx + GA\kappa \int_0^l \psi^2 dx \right] + \frac{1}{2} EJ \int_0^l \frac{d^2w}{dx^2} \left[\frac{d^2w}{dx^2} - \kappa \frac{d\psi}{dx} \right] \left(\frac{dw}{dx} \right)^2 dx \quad (13)$$

3. RÓWNOWAGA ELEMENTU PRĘTOWEGO W KONFIGURACJI AKTUALNEJ

Dla pręta przedstawionego na rysunku 2a definiujemy kolejno wektory: współrzędnych uogólnionych elementu \mathbf{q}^e oraz uogólnionych sił węzłowych \mathbf{Q}^e :

$$\mathbf{q}^e = \{u_i, u_j, \mathbf{r}^e\}, \text{ gdzie } \mathbf{r}^e = \{w_i, \varphi_i, w_j, \varphi_j\}; \quad \mathbf{Q}^e = \{N_i, N_j, \mathbf{R}^e\}, \text{ gdzie } \mathbf{R}^e = \{T_i, M_i, T_j, M_j\} \quad (14)$$

Przyjmujemy, że działające na pręt obciążenie zewnętrzne ma jedną składową $p_z(x)$, prostopadłą do jego osi. Ponadto, zakładamy, że na pręt może działać zachowawcza siła osiowa S . Przy takim obciążeniu pracę sił zewnętrznych wyraża się wzorem:

$$L^e = \int_0^l w p_z(x) dx + \mathbf{q}^{eT} \mathbf{Q}^e - S[u]_0^l \quad (15)$$

Rozkład przemieszczeń oraz rozkład kątów odkształcenia postaciowego można uzależnić od wektora (14)₂ za pomocą następujących wzorów:

$$w(\xi) = \mathbf{N}_w(\xi) \mathbf{r}^e \quad \psi(\xi) = \mathbf{N}_\psi(\xi) \mathbf{r}^e \quad (16)$$

gdzie $\xi = x/l$ jest współrzędną bezwymiarową, natomiast:

$$\mathbf{N}_w(\xi) = [\rho_i(\xi) \quad l\varpi_i(\xi) \quad \rho_j(\xi) \quad l\varpi_j(\xi)], \quad \mathbf{N}_\psi(\xi) = [\delta_i(\xi) \quad l\gamma_i(\xi) \quad \delta_j(\xi) \quad l\gamma_j(\xi)] \quad (17)$$

są macierzami kształtu, których poszczególne składowe wyrażają odpowiednio rozkłady przemieszczenia i kątów odkształcenia postaciowego od jednostkowych wartości

odpowiednich współrzędnych uogólnionych elementu. Aproksymacja przemieszczenia $u(\xi)$ nie jest konieczna, ponieważ energia sprężysta i praca sił zewnętrznych zależą jedynie od wartości brzegowych u_i, u_j .

W wyniku aproksymacji przemieszczeń i kątów odkształcenia postaciowego za pomocą wyrażeń (16) i (17) przedstawimy kolejno energię sprężystą w odkształconym pręcie (13) i pracę sił zewnętrznych (15) w funkcji jego współrzędnych uogólnionych:

$$E_s^e = \frac{1}{2} \frac{EA}{l} \left[[u]_0^l + \frac{1}{2} \mathbf{r}^{eT} \mathbf{K}_{(I)}^{NL,e} \mathbf{r}^e \right] \left[[u]_0^l + \frac{1}{2} \mathbf{r}^{eT} \mathbf{K}_{(I)}^{NL,e} \mathbf{r}^e \right] + \frac{1}{2} \mathbf{r}^{eT} \mathbf{K}^{L,e} \mathbf{r}^e + \frac{1}{2} \mathbf{r}^{eT} \mathbf{K}_{(II)}^{NL,e}(\mathbf{r}^e) \mathbf{r}^e \quad (18)$$

$$L^e = \mathbf{r}^{eT} (\mathbf{Q}^e - \mathbf{R}^{e0}) + N_i u_i + N_j u_j - S [u]_0^l$$

gdzie:

$$\mathbf{R}^{e0} = -l \int_0^1 \mathbf{N}_w^T p_z(\xi) d\xi \quad (19)$$

jest wektorem uogólnionych sił wyjściowych, którego składowe wyrażają siły w skrajnych przekrojach elementu prętowego, pochodzące od obciążenia zewnętrznego, natomiast:

$$\mathbf{K}^{L,e} = \frac{EJ}{l^3} \left[\int_0^1 (\mathbf{N}_w^{ITT} - \mathbf{N}_\psi^{IT} \kappa l) (\mathbf{N}_w^{ITT} - \mathbf{N}_\psi^{IT} \kappa l) d\xi + \frac{\kappa^2 l^2}{\zeta} \int_0^1 \mathbf{N}_\psi^T \mathbf{N}_\psi d\xi \right], \quad \mathbf{K}_{(I)}^{NL,e} = \frac{1}{l} \int_0^1 \mathbf{N}_w^{IT} \mathbf{N}_w^I d\xi \quad (20)$$

$$\mathbf{K}_{(II)}^{NL,e}(\mathbf{r}^e) = \frac{EJ}{l^5} \int_0^1 \mathbf{N}_w^{ITT} (\mathbf{N}_w^{ITT} - \mathbf{N}_\psi^{IT} \kappa l) \mathbf{r}^e \cdot \mathbf{r}^{eT} \mathbf{N}_w^{IT} \mathbf{N}_w^I d\xi$$

są odpowiednio liniową macierzą sztywności, macierzą sztywności geometrycznej (naprężeń wstępnych) oraz nieliniową macierzą sztywności, zwaną również macierzą dużych przemieszczeń lub początkowych odkształceń elementu prętowego.

Warunkiem równowagi elementu prętowego jest stacjonarność nagromadzonej w nim energii potencjalnej, co prowadzi do następujących równań:

$$N_j = -N_i = \frac{EA}{l} \left[u_j - u_i + \frac{1}{2} \mathbf{r}^{eT} \mathbf{K}_{(I)}^{NL,e} \mathbf{r}^e \right] + S \quad (21)$$

$$\mathbf{Q}^e = \mathbf{K}^{L,e} \mathbf{r}^e + \mathbf{R}^{e0} + \frac{EA}{l} [u_j - u_i] \mathbf{K}_{(I)}^{NL,e} \mathbf{r}^e + \frac{1}{2} \frac{EA}{l} \mathbf{r}^{eT} \mathbf{K}_{(I)}^{NL,e} \mathbf{r}^e \mathbf{K}_{(I)}^{NL,e} \mathbf{r}^e + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \left[\mathbf{r}^{eT} \mathbf{K}_{(II)}^{NL,e}(\mathbf{r}^e) \mathbf{r}^e \right]$$

4. ANALIZA STATECZNOŚCI POCZĄTKOWEJ

Pełna nieliniowa analiza jest skomplikowana i czasochłonna, przy czym w przypadku określania ścieżek równowagi analizowanych konstrukcji oraz oceny stanu równowagi – niezbędna. Jednak w przypadku wyznaczania krytycznych obciążeń wystarczająca jest liniowa analiza stateczności, która opiera się na założeniu podłużnej nieodkształcalności oraz niewielkich krzywizn osi prętów w konfiguracji aktualnej [7,8]. W takim przypadku energię sprężystą i pracę sił zewnętrznych (18) zapiszemy w postaci:

$$E_s^e = \frac{1}{2} \mathbf{r}^{eT} \mathbf{K}^{L,e} \mathbf{r}^e, \quad L^e = \mathbf{r}^{eT} (\mathbf{Q}^e - \mathbf{R}^{e0}) + N_i u_i + N_j u_j - \frac{1}{2} \mathbf{r}^{eT} S \mathbf{K}_{(I)}^{NL,e} \mathbf{r}^e \quad (22)$$

a z warunku stacjonarności energii potencjalnej, otrzymamy równania równowagi:

$$N_j = N_i = 0, \quad \mathbf{Q}^e = \mathbf{K}(S)\mathbf{r}^e + \mathbf{R}^{e0}, \quad \text{gdzie } \mathbf{K}(S) = \mathbf{K}^{L,e} - S\mathbf{K}_{(I)}^{NL,e} \quad (23)$$

jest macierzą sztywności, której postać, zgodnie z zależnościami (20)_{1,2}, zależy od przyjętej aproksymacji pola przemieszczeń. Charakter przybliżony otrzymamy stosując do aproksymacji funkcje kształtu spełniające różniczkowe równanie równowagi, rozwiązujące problem zginania pręta. Z uwagi na uwzględnienie wpływu odkształcalności postaciowej na wartości sił węzłowych spowodowanych jednostkowymi przemieszczeniami zastosowano tzw. fizyczne funkcje kształtu [9], które zawierają w swoim wnętrzu fizyczne i geometryczne własności elementów (są to kombinacje odpowiednich wielomianów Hermite'a).

Macierz sztywności będzie miała ścisły charakter, jeżeli funkcje kształtu będą spełniały równanie różniczkowe przedstawiające sformułowany ściśle w ramach przyjętych założeń problem brzegowy. W analizowanym przypadku różniczkowe równanie amplitud oraz kąt obrotu przekroju, po wykorzystaniu związków (16), zapiszemy w postaci:

$$\mathbf{N}_w^{IV} + \varepsilon^2 \sigma^2 \mathbf{N}_w^{II} = 0; \quad \mathbf{N}_\psi = -\frac{\zeta}{\kappa l} \left[(1 - \sigma^2 \zeta) \mathbf{N}_w^{III} + \mathbf{N}_w^I \right] \quad (24)$$

gdzie:

$$\sigma^2 = \frac{Sl^2}{EJ}, \quad \varepsilon^2 = \frac{1}{1 - \zeta \sigma^2}, \quad \zeta = \frac{\kappa EJ}{GAl^2} = \frac{2(1+\nu)\kappa}{\lambda^2}, \quad \lambda_p^2 = \frac{Al^2}{J} \quad (25)$$

przy czym parametr (25)₃, który zależy od kształtu przekroju κ , współczynnika Poissona ν oraz od smukłości pręta λ_p , uwzględnia wpływ odkształcalności postaciowej.

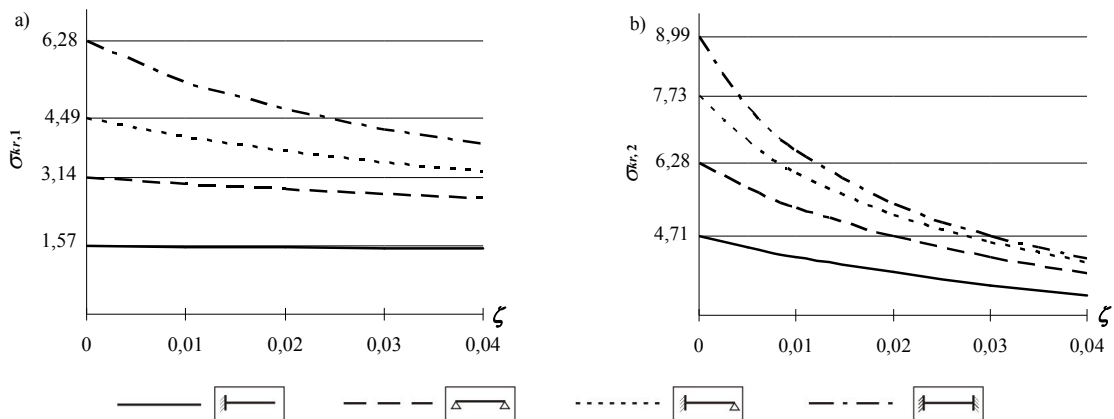
Składowe macierzy (23)₂ możemy obliczyć unikając żmudnego całkowania iloczynów pochodnych ścisłych funkcji kształtu \mathbf{N}_w . Wykorzystując równania (24) oraz wykonując całkowanie przez części, macierz $\mathbf{K}(\sigma)$ uzależnimy jedynie od odpowiednich kombinacji wartości brzegowych składowych macierzy kształtu:

$$\mathbf{K}(\sigma) = \frac{EJ}{l^3} (1 - \sigma^2 \zeta) \left\{ \left[\zeta (1 - \sigma^2 \zeta) \mathbf{N}_w^{III} \mathbf{N}_w^{II} \right]_0^1 - \left[(\varepsilon^2 \sigma^2 \mathbf{N}_w^{IT} + \mathbf{N}_w^{IIIT}) \mathbf{N}_w \right]_0^1 + \left[\mathbf{N}_w^{IT} \mathbf{N}_w^I \right]_0^1 \right\} \quad (26)$$

Postacie jawne omawianych macierzy sztywności przedstawione są w pracy [10].

5. PRZYKŁADY I WNIOSKI

W pracy przeprowadzono ścisłą analizę stateczności początkowej dla prętów o długości l , przy różnych warunkach podparcia (rys. 3). Wyznaczono wartości bezwymiarowego parametru σ , opisującego nośność krytyczną, w funkcji bezwymiarowego parametru ζ , określającego wpływ odkształcalności postaciowej. Na osi rzędnych zaznaczono wartości wynikające z teorii Bernoulli'ego-Eulera (wartości te uzyskać można z teorii Timoshenki przyjmując $\zeta = 0$). Jak widać z wykresów, najbardziej wrażliwy na wpływ odkształcalności postaciowej jest pręt obustronnie utwierdzony, a najmniej pręt wspornikowy (w przypadku pierwszej wartości krytycznej różnica pomiędzy teorią Bernoulli'ego-Eulera, a teorią Timoshenki wynosi 0,07). Można również zauważyć, że w miarę jak rośnie parametr ζ , czyli maleje smukłość pręta, rośnie wpływ odkształcalności postaciowej na nośność krytyczną, ale maleje wpływ sposobu podparcia. Różnice pomiędzy wynikami wartości krytycznych uzyskanymi dla pręta obustronnie utwierdzonego i wspornikowego, dla $\zeta = 0,04$, wynoszą odpowiednio: 2,4 (dla pierwszej), 0,9 (dla drugiej pierwszej), 0,7 (dla trzeciej).



Rys. 3. Krytyczne nośności w zależności od parametru ζ: a) pierwsze wartości, b) drugie wartości

W pracy przedstawiono również wyniki ścisłej i przybliżonej analizy stateczności pręta swobodnie podpartego o długości l (tab. 1, 2) oraz ramy jednonawowej o sztywnych węzłach, podpartej w sposób przegubowy, dla której przyjęto długość słupów i rygli równą l (tab. 3, 4). Obliczenia dla ramy wykonano dzieląc słupy ściskane na: jeden, dwa i trzy elementy. Wyniki przedstawiono dla trzech przypadków smukłości: $\lambda_p = 20,7$ ($\zeta = 0,007$), $\lambda_p = 9,2$ ($\zeta = 0,037$) oraz dla elementów smukłych, dla których parametr $\zeta = 0$, przy czym przyjęto przekroje prostokątne ($\kappa = 1,2$) i współczynnik Poissona $\nu = 0,3$. Przeprowadzenie takiej oceny pokazuje jak złożony powinien być model dyskretny, aby wyniki były stosownie zbliżone do rozwiązań ścisłych.

Tabela 1. Pierwsza nośność krytyczna dla pręta $[EJ/l^2]$

	wartości ścisłe	wartości przybliżone (liczba elementów)					
		1	2	3	5	6	8
$\zeta=0$	9,87	12,00	9,94	9,89	9,87	9,87	9,87
błąd wzg.		22%	1%	0%	0%	0%	0%
$\zeta=0,007$	9,23	12,00	9,40	9,30	9,26	9,26	9,27
błąd wzg.		30%	2%	1%	0%	0%	0%
$\zeta=0,037$	7,23	12,00	7,54	7,37	7,28	7,27	7,27
błąd wzg.		66%	4%	2%	1%	1%	1%

Tabela 2. Druga nośność krytyczna dla pręta $[EJ/l^2]$

	wartości ścisłe	wartości przybliżone (liczba elementów)					
		1	2	3	5	6	8
$\zeta=0$	39,48	60,00	48,00	40,26	39,65	39,62	39,50
błąd wzg.		52%	22%	2%	0%	0%	0%
$\zeta=0,007$	30,93	65,04	48,00	33,05	31,54	31,25	30,93
błąd wzg.		110%	55%	7%	2%	1%	0%
$\zeta=0,037$	16,04	86,64	48,00	17,35	16,52	16,35	16,16
błąd wzg.		440%	199%	8%	3%	2%	1%

Tabela 3. Pierwsza nośność krytyczna dla ramy $[EJ/l^2]$

	wartości ścisłe	wartości przybliżone (liczba elementów na słupie)		
		1	2	3
$\zeta=0$	1,820	1,829	1,822	1,821
błąd wzg.		1%	0%	0%
$\zeta=0,007$	1,758	1,769	1,759	1,759
błąd wzg.		1%	0%	0%
$\zeta=0,037$	1,530	1,542	1,532	1,531
błąd wzg.		1%	0%	0%

Tabela 4. Druga nośność krytyczna dla ramy $[EJ/l^2]$

	wartości ścisłe	wartości przybliżone (liczba elementów na słupie)		
		1	2	3
$\zeta=0$	12,874	25,000	13,014	12,922
błąd wzg.		94%	1%	0%
$\zeta=0,007$	11,799	25,719	11,981	11,903
błąd wzg.		118%	2%	1%
$\zeta=0,037$	8,656	29,012	9,049	8,839
błąd wzg.		235%	5%	2%

Z przeprowadzonych obliczeń wynika, że wraz ze wzrostem parametru ζ różnica pomiędzy wynikami ścisłymi a przybliżonymi rośnie, przy czym przy wyznaczaniu kolejnych wartości nośności krytycznych uwzględnienie wpływu odkształcalności postaciowej zwiększa błąd względny (tab. 2,4). Co prawda z inżynierskiego punktu widzenia wyznaczanie drugiej nośności krytycznej jest bezcelowe, a podane wyniki mają jedynie za zadanie zilustrować problem wyznaczania kolejnych wartości własnych rozpatrywanego zagadnienia. W takim przypadku konieczny jest podział na większą liczbę elementów. Jest to istotna informacja, gdyż w przypadku wyznaczania częstość drgań konieczne jest wyznaczanie kilku wartości.

W przypadku pierwszej wartości nośności krytycznej (tab. 1) dla prętów smukłych wyniki dokładne uzyskujemy już przy podziale na dwa elementy skończone (błąd względny

wynosi 1%), a dla prętów krępych – dla 3 ($\zeta = 0,007$) i 5 ($\zeta = 0,037$) elementów. Natomiast w przypadku drugiej wartości krytycznej (tab. 2) wyniki dokładne uzyskamy odpowiednio dla 4, 6 i 8 elementów.

Przy wyznaczaniu pierwszej wartości krytycznej analizowanej ramy wystarczające jest wprowadzenie tylko węzłów obligatoryjnych, gdyż niezależnie od smukłości, błąd względny wynosi 1% (tab. 3), ale w przypadku drugiej – błąd wynosi 94% ($\zeta = 0$) i 235% ($\zeta = 0,037$).

Z przeprowadzonych analiz wynika, że w przypadku prętów krępych model dyskretny powinien być bardziej złożony, niż w przypadku prętów smukłych. Warto również zauważyć, że w miarę jak rośnie parametr ζ , czyli maleje smukłość pręta, rośnie wpływ odkształcalności postaciowej na nośność krytyczną, co jest potwierdzeniem wniosku z pierwszej analizy.

Piśmiennictwo

- [1] Timoshenko S.P.: On the correction for shear of the differential equation for transverse vibrations of prismatic bars. *Philosophical Magazine* 41, s. 744-746, (1921).
- [2] Rakowski G.: *Metoda elementów skończonych, wybrane problemy*. Warszawa, OW PW, 1996.
- [3] Fung Y.C.: *Podstawy mechaniki ciała stałego*, PWN, Warszawa, 1969.
- [4] Kleiber M.: *Metoda elementów skończonych w nieliniowej mechanice kontinuum*. PWN, Warszawa-Poznań 1985.
- [5] De Borst R.: *Computational Methods In Non-Linear Solid Mechanics*. TU-Delft Report no. BI-91-043, Delft 1999.
- [6] Waszczyszyn Z., Cichoń Cz., Radwańska M.: *Metoda elementów skończonych w stateczności konstrukcji*. Warszawa, Arkady, 1990.
- [7] Rakowski G. i inni: *Mechanika budowli – ujęcie komputerowe t. II*. Warszawa, Arkady, 1992.
- [8] Rakowski G., Kacprzyk Z.: *Metoda elementów skończonych w mechanice konstrukcji*. Warszawa, OW PW, 1993.
- [8] Gilewski W., Gomuliński A.: Physical shape functions: a new concept in finite elements. *Finite Elements News* 3, s. 20-23, 1990.
- [10] Obara P.: *Drgania, stateczność i rezonans parametryczny układów prętowych z uwzględnieniem odkształcalności postaciowej*. Praca doktorska pod kierunkiem prof. dr inż. Andrzeja Gomulińskiego, Kielce 2005.

GEOMETRIC NONLINEARITY AND INFLUENCE OF NON-DILATATIONAL STRAIN IN ANALYSIS OF ROD STRUCTURES

Summary

The nonlinear analysis, which takes into account large gradients of displacements but small gradients of deformation, assuming linear constitutive relations for homogeneous and isotropic material, was carried out. The nonlinear, exact in its assumptions formula for deformation of the longitudinal fibre, located at any distance from the axis of the rod was derived. The discussion includes the influence of non-dilatational strain, based on the classical theory of Timoshenko [1]. The matrices of linear stiffness, initial stress and initial deformation of a rod element were given. Exact and approximate analyses of initial stability were performed to determine the influence of rod slenderness on the value of critical load.

Urszula RADOŃ¹
Kielce University of Technology

WYKORZYSTANIE METODY FORM W ANALIZIE NIEZAWODNOŚCI KONSTRUKCJI KRATOWEJ

STRESZCZENIE

W pracy zastosowano metodę FORM w analizie niezawodności konstrukcji kratowej podanej na utratę stateczności poprzez przeskok węzła. Jako zmienne losowe przyjęto: sztywność osiową, mnożniki schematów obciążenia, współrzędne węzłów. W rozważanych zagadnieniach nie uwzględnia się jawnie czasu oraz wzajemnej korelacji przyjętych zmiennych losowych. Rozpatrywany jest warunek nieprzekroczenia dopuszczalnego mnożnika obciążenia. W pracy za miarę niezawodności przyjęto wskaźnik niezawodności Hasofer-Linda wyznaczany z wykorzystaniem iteracyjnej procedury Rackwitz-Fiesslera. Ważnym elementem pracy jest badanie wrażliwości wskaźnika niezawodności na zmiany charakterystyk probabilistycznych rozważanych zmiennych losowych.

SŁOWA KLUCZOWE: przeskok węzła, punkt projektowy, wskaźnik niezawodności.

1. WPROWADZENIE

We wczesnych zastosowaniach metod analizy niezawodności przyjmowano, że funkcja graniczna jest jawną funkcją zmiennych losowych. Taka zależność funkcyjna może być zrealizowana tylko dla bardzo prostych przykładów. W praktycznych realizacjach zależność ta jest niejawna i określa się ją za pośrednictwem procedury numerycznej, na przykład metody elementów skończonych. Rozwój metod numerycznych spowodował, że metody dla niejawnych zależności funkcji stanu granicznego od bazowych zmiennych losowych stały się bardzo pożądanym narzędziem w teorii niezawodności konstrukcji. Przykładem jest metoda perturbacyjna zaproponowana w pracach Hisady i Nakagiriego [1], [2], Liu, Belytschko, Mani [3], [4], Shinozuki [5], do zadań liniowej teorii sprężystości. Metoda perturbacyjna nie jest jednak przeznaczona do obliczania prawdopodobieństwa awarii, a jedynie do uzyskania momentów statystycznych odpowiedzi. Zastosowania metody perturbacyjnej do obliczeń metodą elementów skończonych przedstawili w monografii [6] Kleiber i Hien. Śniady w pracy [7] pokazał aplikacje metody w dynamice stochastycznej. Der Kiureghian i współautorzy [8], [9] zaproponowali metodę, która pozwala na oszacowanie prawdopodobieństwa awarii w sytuacji, gdy obliczenia konstrukcji wykonywane są z użyciem metody elementów skończonych.

¹ zmbur@tu.kielce.pl

Przy tworzeniu programu umożliwiającego analizę niezawodności z wykorzystaniem metody elementów skończonych najkorzystniejszą sytuacją jest posiadanie dostępu do kodu źródłowego MES i programu niezawodnościowego. Na ogół jednak nie jest to możliwe. Dlatego kosztem spadku efektywności łączy się istniejące pakiety MES z programem niezawodnościowym stosując różnego rodzaju interfejsy. W pracy zaprezentowano połączenie programu niezawodnościowego STAND z modułem autorskim MES KRATA.

Program STAND powstał w Instytucie Podstawowych Problemów Techniki PAN. Autorami programu są Knabel, Kolanek, Nguyen Hoang, Stocki, Tauzowski [10], [11]. Realizacja zadania niezawodności konstrukcji przy użyciu programu STAND rozpoczyna się od stworzenia modelu obliczeniowego. Użytkownik programu podaje parametry brzegowych rozkładów prawdopodobieństwa zmiennych losowych, a w przypadku zmiennych skorelowanych także współczynniki korelacji wzajemnej. W programie STAND funkcja łącznej gęstości prawdopodobieństwa wektora zmiennych losowych aproksymowana jest za pomocą tzw. modelu Natafa. Model Natafa[12] pozwala na efektywną transformację oryginalnych zmiennych losowych do gaussowskiej przestrzeni standardowej. W definicji modelu uwzględnia się dwa rodzaje zmiennych losowych: podstawowe i zewnętrzne. Zmienne zewnętrzne to niejawne funkcje zmiennych losowych, których wartości otrzymuje się jako wynik realizacji programu KRATA. W przykładzie zmienne podstawowe to sztywność osiowa prętów, obciążenie, współrzędne węzłów. Zmienna zewnętrzna to mnożnik obciążenia. Wartości zmiennej zewnętrznej odczytywane są ze zbiorów tekstowych zawierających wyniki działania programu KRATA.

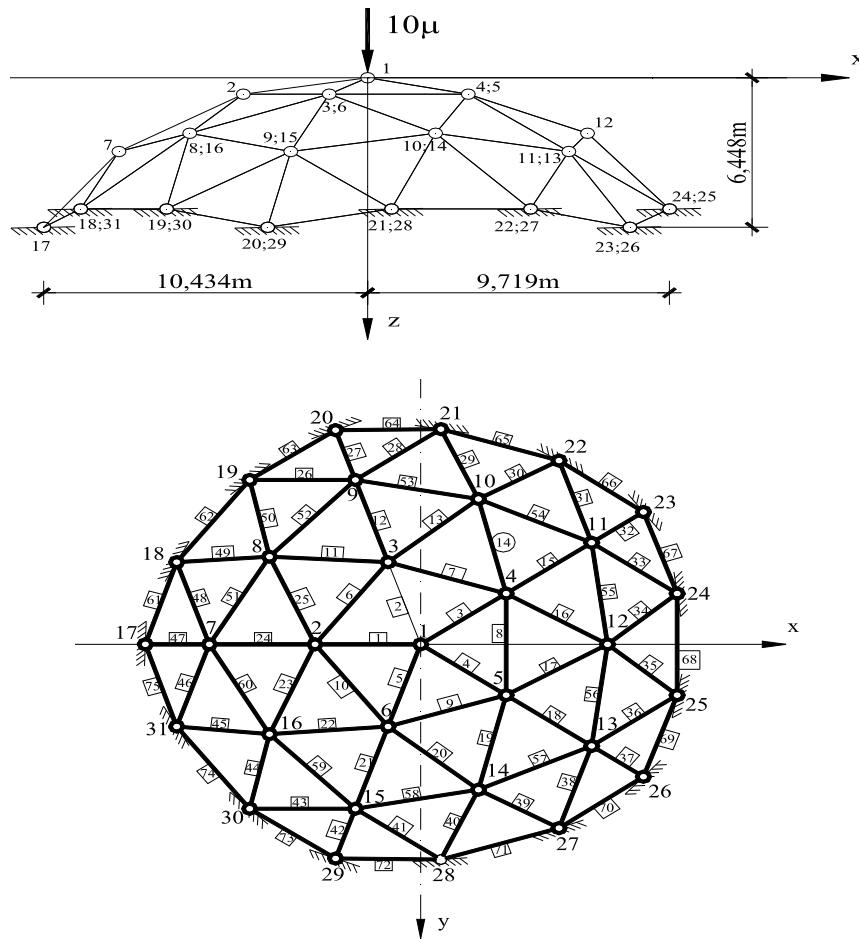
Po zdefiniowaniu modelu obliczeniowego użytkownik wprowadza wzór funkcji granicznej. W programie STAND wzór funkcji granicznej wprowadzany jest w standardowym zapisie matematycznym jako zależność od zmiennych losowych podstawowych i zewnętrznych. W pracy rozpatrywany jest warunek nieprzekroczenia dopuszczalnego mnożnika obciążenia. Program STAND odwołuje się do programu KRATA, w którym obliczane są wartości niezbędne do zdefiniowania funkcji granicznej dla kolejnych zestawów zmiennych losowych.

Następny etap to wybór metody analizy niezawodności oraz uruchomienie obliczeń. Zadanie kończy się wygenerowaniem informacji zawierającej wartości prawdopodobieństwa awarii oraz jego wrażliwości na parametry rozkładów prawdopodobieństwa zmiennych losowych.

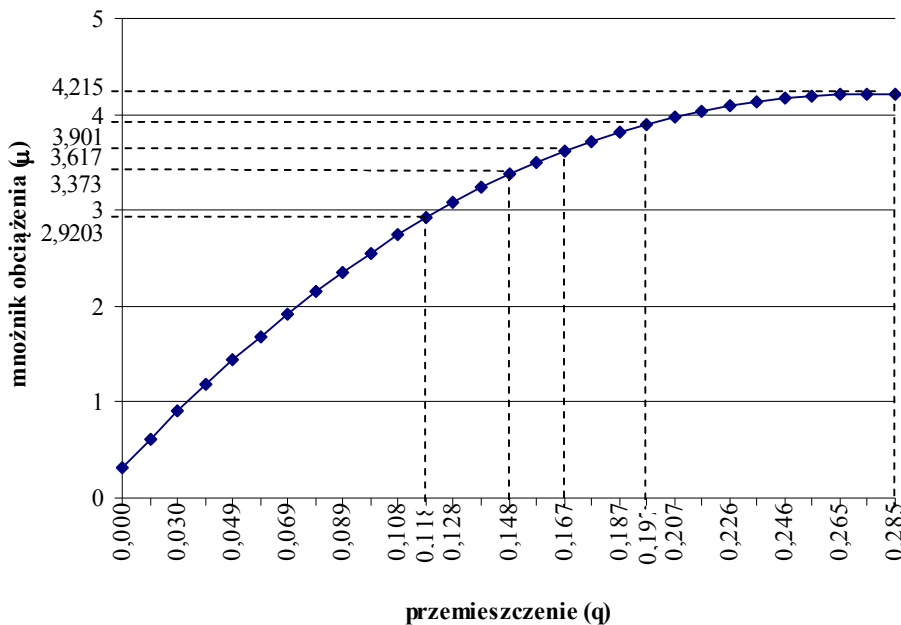
W przedstawionym przykładzie wykorzystano geometrycznie nieliniowy element kratowy. Do wyznaczenia ścieżki równowagi konstrukcji kratowej wykorzystano program KRATA. Mocne założenie, że moment przeskoku nigdy nie będzie poprzedzony wyboczeniem poszczególnych prętów struktury jest znacznym zawężeniem obszaru aplikacyjnego. Jednakże należy w tym miejscu wyraźnie podkreślić, że celem pracy nie jest badanie form utraty stateczności konstrukcji i jej poszczególnych elementów, ale sprawdzenie, czy proste narzędzie, jakim jest metoda FORM, jest wystarczające do przeprowadzenia analizy niezawodności konstrukcji. Rozważania skupiono na jednej z możliwych form utraty stateczności jakim jest przeskok węzła. Korzystając z metody FORM możemy, poruszając się po ścieżce równowagi konstrukcji określić z jakim poziomem prawdopodobieństwa awarii zbliżamy się do punktu granicznego. Metodę można wykorzystać przy badaniu stateczności dowolnej konstrukcji, wykorzystując inne modele elementów.

2. ANALIZA

Metodę FORM zastosowano do analizy niezawodności przeskoku węzła konstrukcji kratowej przedstawionej na rys.1. Ścieżkę równowagi dla przemieszczenia pionowego węzła 1 przedstawiono na rys.2. Współrzędne punktu granicznego ($q=0,285$; $\mu=4,215$) posłużyły do sformułowania funkcji granicznej $g(\mathbf{x})$ jako warunek nieprzekraczalności dopuszczalnego mnożnika obciążenia: $g(\mathbf{x})=1-\mu(\mathbf{x})/4,215$.



Rys. 1. Siatka elementów i geometria kopuły prętowej.



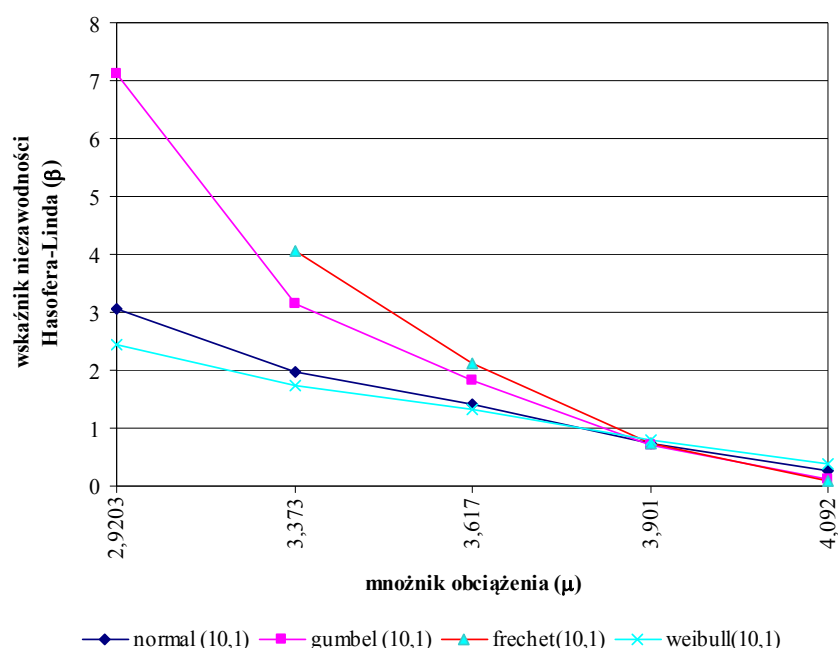
Rys. 2. Ścieżki równowagi przemieszczenia pionowego q węzła 1 kopuły prętowej.

W analizie niezawodności wykorzystano następujące zmienne: $\mathbf{P} = 10\mu$ (obciążenie węzła 1), sztywność osiowa \mathbf{EA} , współrzędna \mathbf{Z} węzła 1. Rozpatrzono dwa przypadki.

Przypadek 1

- obciążenie P - zmienna losowa (opis zmian typu rozkładu prawdopodobieństwa zmiennych losowych przedstawiono na rys.3)
- sztywność osiowa EA - zmienna deterministyczna ($EA = 14000$ kN)
- współrzędna Z węzła 1 – zmienna deterministyczna ($Z = 11,665$ m)

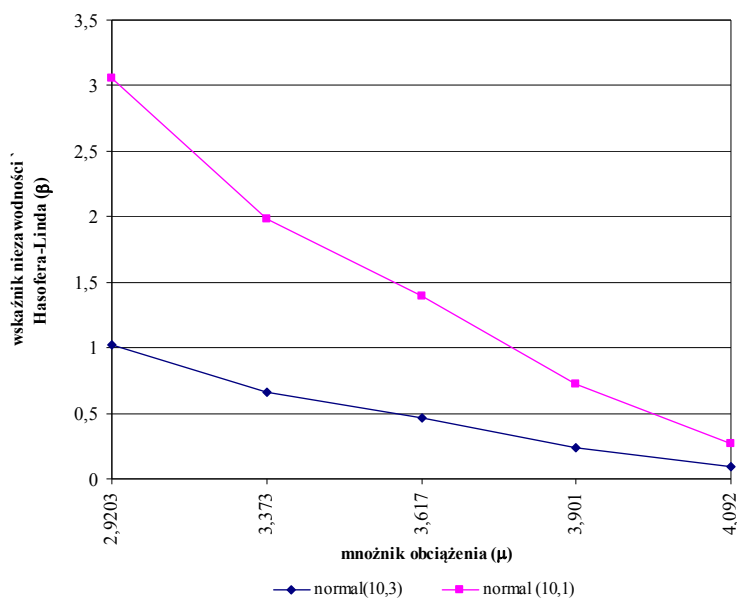
Przeanalizowano jak zmienia się wartość wskaźnika niezawodności Hasofera-Linda, a tym samym prawdopodobieństwo awarii w zależności od przyjętego typu rozkładu prawdopodobieństwa zmiennej losowej, w miarę zbliżania się do wartości granicznej obciążenia (rys. 3). Różnice między wskaźnikami niezawodności, dla różnych typów rozkładów prawdopodobieństwa, rosną w miarę oddalania się od wartości granicznej mnożnika obciążenia. Na przykład dla wartości mnożnika obciążenia równego 2,9203 wskaźnik niezawodności przyjmuje dla rozkładu normalnego Normal (10,1) wartość $\beta = 3,056$, dla rozkładu Gumbela (10,1) $\beta = 7,119$, a dla rozkładu Weibull (10,1) $\beta = 2,452$.



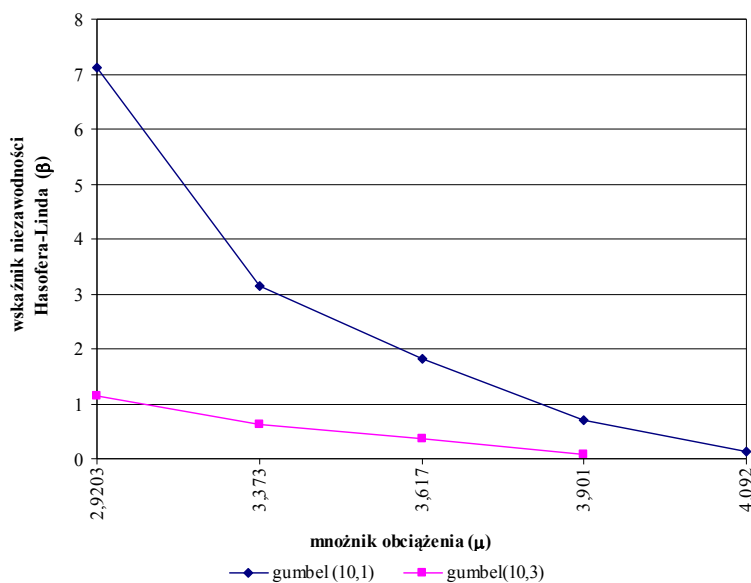
Rys. 3. Wpływ przyjętego typu rozkładu prawdopodobieństwa zmiennej losowej opisującej obciążenie na wartość wskaźnika niezawodności

Kolejne rysunki 4 i 5 przedstawiają wpływ zmiany wartości odchylenia standardowego rozkładu normalnego i Gumbela na wskaźnik niezawodności Hasofera-Linda.

Po zmianie wartości odchylenia standardowego w rozkładzie Gumela o 2, dla mnożnika 2,9203, wartości wskaźnika niezawodności wzrosły od 1,146 do 7,119. Po zmianie wartości odchylenia standardowego w rozkładzie normalnym o 2, dla mnożnika obciążenia 2,9203, wartości wskaźnika niezawodności wzrosły od 1,019 do 3,056.



Rys. 4. Wpływ zmiany wartości odchylenia standardowego rozkładu normalnego zmiennej losowej opisującej obciążenie



Rys. 5. Wpływ zmiany wartości odchylenia standardowego rozkładu Gumbela zmiennej losowej opisującej obciążenie

Przypadek 2

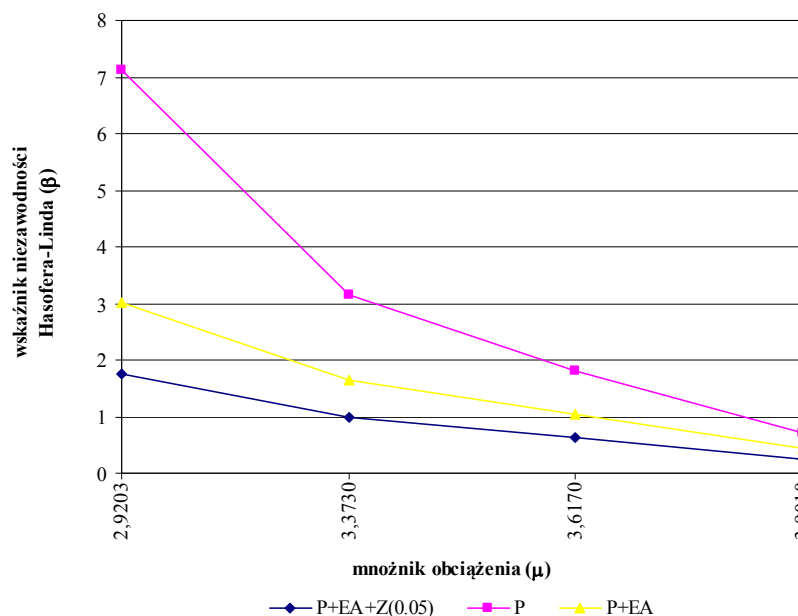
- obciążenie **P** – zmienna losowa
- sztywność osiowa **EA** - zmienna losowa
- współrzędna **Z** węzła 1 – zmienna losowa

Opis zmian typu rozkładu prawdopodobieństwa zmiennych losowych przedstawiono w tabeli 1.

Tabela 1. Opis zmiennych losowych

Zmienna losowa	Rozkład prawdopodobieństwa	Wartość średnia	Odchylenie standardowe	Współczynnik zmienności
„P”	gumbel	10 kN	1 kN	10%
„EA”	normal	14000 kN	1400 kN	10%
„Z”	normal	11.665 m	0.09 m	0.77%

Kolejny etap to wprowadzenie, w opisie modelu obliczeniowego, zmiennych losowych obrazujących sztywność osiową **EA** oraz współrzędną **Z** węzła pierwszego. Na rys. 6 pokazano jak zmienia się wartość wskaźnika niezawodności dla różnych opisów modelu obliczeniowego zadania. Największe wartości wskaźnika niezawodności obserwujemy, gdy zmienną losową jest tylko obciążenie. Wprowadzenie dodatkowo dwóch kolejnych zmiennych losowych (**EA** i **Z**) zdecydowanie obniża wartości wskaźnika niezawodności.



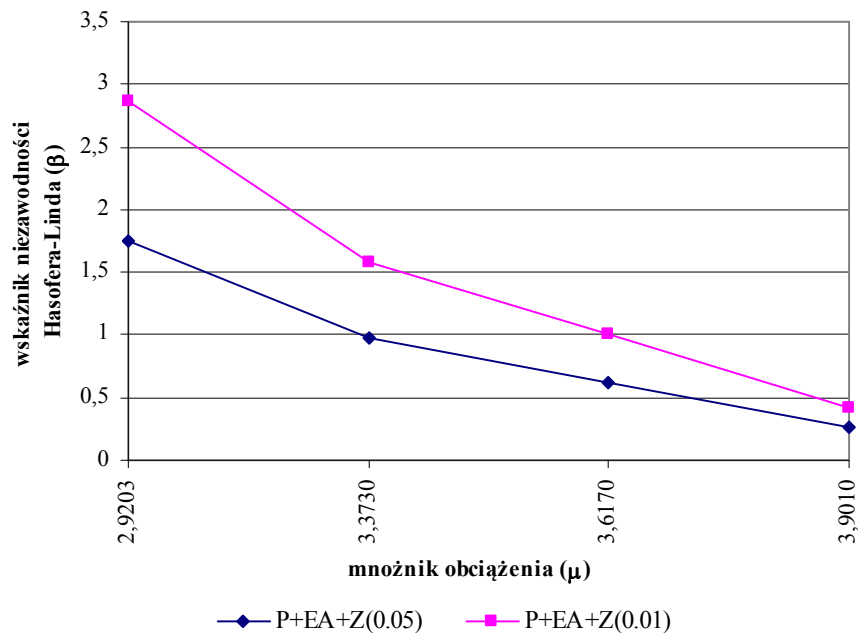
Rys.6. Wpływ opisu modelu obliczeniowego na wartość wskaźnika niezawodności.

Na podstawie tabeli 2 możemy zauważyć wyraźną różnicę w ocenie wrażliwości wskaźnika niezawodności na zmienną losową opisującą współrzędną **Z** węzła pierwszego w stosunku do pozostałych zmiennych losowych. Imperfekcje położenia węzłów odgrywają bardzo ważną rolę w przeskoku węzła konstrukcji kratowych zarówno w analizie probabilistycznej jak i deterministycznej, co można zaobserwować w wielu pracach traktujących o stateczności.

Tabela 2. Opis wrażliwości wskaźnika niezawodności na zmienne losowe

Mnożnik obciążenia μ	Wskaźnik niezawodności β	Wrażliwość wskaźnika niezawodności na zmienne losowe		
		EA	P	Z
2.9203	1.2396	2.525e-4	-3.838e-1	-9.73298
3.373	0.6463	2.304e-4	-3.389e-1	-10.02817
3.617	0.4098	2.188e-4	-3.178e-1	-10.12866
3.901	0.17235	2.044e-4	-2.934e-1	-10.24937

Na rysunku 7 przedstawiono jak zmienia się wskaźnik niezawodności podczas zmiany wartości odchylenia standardowego zmiennej losowej obrazującej współrzędną **Z** węzła pierwszego konstrukcji kratowej.



Rys. 7. Wpływ wartości odchylenia standardowego zmiennej losowej Z opisującej położenie węzła 1

3. WNIOSKI

1. Budując model matematyczny zadania projektant musi podjąć decyzję, które parametry projektowe potraktować jako deterministyczne, a które jako losowe. Identyfikacja zmiennych w sposób znaczący decyduje o rozwiązaniu zadania, dlatego tak istotnym problemem jest badanie wrażliwości wskaźnika niezawodności na zmiany charakterystyk probabilistycznych rozważanych zmiennych losowych.
2. Po uwzględnieniu losowości danego parametru należy uważnie prześledzić jaki typ rozkładu prawdopodobieństwa jest odpowiedni dla danej zmiennej losowej. Na wyniki analizy wyraźnie wpływa również opis parametrów rozkładu.
3. Problem prawidłowego sformułowania kryterium awarii wymaga przewidywania prawdopodobnych dla danej konstrukcji sposobów zniszczenia bądź utraty funkcji użytkowych. Zaleca się indywidualne rozpatrywanie każdej konstrukcji w celu ustalenia funkcji granicznej.
4. Metody półprobabilistyczne, oparte na częściowych współczynnikach bezpieczeństwa, stosowane w projektowaniu inżynierskim nie dostarczają informacji na temat poziomu niezawodności obiektu, co jest poważną wadą takiego sposobu projektowania.
5. W miarę wzrostu stopnia komplikacji, występującego przy praktycznych zagadnieniach projektowania, jawne metody niezawodności tracą swą funkcjonalność. W związku z powyższym w pracy zaproponowano możliwość użycia interfejsu między metodami zajmującymi się analizą niezawodności a numerycznymi metodami obliczania konstrukcji inżynierskich, np. MES. W literaturze nie ma zbyt wielu prac poświęconych temu podejściu, natomiast daje ono możliwość budowy modelu matematycznego, który lepiej opisuje rzeczywistość i jego rozpowszechnienie jest godne polecenia.
6. Należy jednak cały czas pamiętać, że metoda FORM daje najlepsze rezultaty gdy istnieje tylko jeden punkt projektowy, funkcja graniczna nie jest silnie nieliniowa, jest różniczkowalna. Dlatego też przed podjęciem decyzji o zastosowaniu tej metody do innych problemów analizy konstrukcji koniecznym staje się przeprowadzenie szeregu testów sprawdzających.

Piśmiennictwo

- [1] Hisada T., Nakagiri S., Stochastic finite element developed for structural safety and reliability, Proc. of the 4th International Conference on Structural Safety and Reliability, 1981, pp. 395-408.
- [2] Hisada T., Nakagiri S., Role of the Stochastic Finite Element Method in structural safety and reliability, Proc. of the 5th International Conference on Structural Safety and Reliability, 1985, pp. 385-394.
- [3] Liu W.K., Mani A., Belytschko T., Random Field Elements, International Journal of Numerical Methods in Engineering, Vol. 23, 1986, pp. 1831-1845.
- [4] Liu W.K., Mani A., Belytschko T., Finite Elements Methods In Probabilistic Mechanics, Probabilistic Engineering Mechanics, Vol. 2 (4), 1987, pp. 201-213.
- [5] Shinozuka M., Basic issues in Stochastic Finite Element analysis, Proc. 5th International Conference on Applications of Statistics and Probability, Vol. 1, 1987, pp. 507-520.
- [6] Kleiber M., Hien T.D., The stochastic finite element method: Basic perturbation technique and computer implementation, J.Wiley&Sons, 1992.
- [7] Śniady P., Podstawy stochastycznej dynamiki konstrukcji, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej Wrocław 2000.
- [8] Liu P.L., Der Kiureghian A., Multivariate distributions models with prescribed marginals and covariances, Probabilistic Engineering Mechanics, Vol. 1 (2), 1986, pp. 105-112.
- [9] Liu P.L., Der Kiureghian A., Finite element reliability methods for geometrically nonlinear stochastic structures, Report No. UCB/SEMM-89/05, Department of Civil & Environmental Engineering, University of California, Berkeley, CA, 1989.
- [10] Stocki R., Kolanek K., Knabel J., Tazowski P., FE based structural reliability analysis using STAND environment, Computer Assisted Mechanics and Engineering Sciences, Vol. 16, 2009, p. 35-58.
- [11] Knabel J., Kolanek K., Nguyen Hoang V., Stocki R., Tazowski P.: Structural reliability analysis using object oriented environment STAND, in proc. of the 36th Solid Mechanics Conference, 9-12 September 2008, Gdansk, Poland.
- [12] Nataf A., Determination des distribution don't les marges sont donnees., Comptes Rendus de L' Academic des Sciences, 225, 1962, pp. 42-43.

**FORM METHOD APPLICATION IN RELIABILITY ANALYSIS
OF TRUSS STRUCTURE****Summary**

The present study analyses the problems of stability and reliability of truss structure susceptible to stability loss from the condition of node snapping. In reliability analysis of structures, uncertain parameters such as load magnitudes, the axial stiffness of bars and coordinate nodes are represented by random variables. Random variables are not correlated. The criterion of structural failure is expressed by the condition of non-exceeding the admissible load multiplier. In the present paper only the time independent component reliability analysis problems are discussed. The Hasofer-Lind index in conjunction with transformation method in the FORM was used as a reliability measure.

Maciej SZUMIGAŁA¹
Politechnika Poznańska
Piotr SZEWCZYK²
Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie

WZMACNIANIE KONSTRUKCJI POD OBCIĄŻENIEM W EKSPERYMENCIE NUMERYCZNYM

STRESZCZENIE

W artykule przedstawiono wyniki przestrzennego modelowania numerycznego klasycznych belek zespolonych stalowo-betonowych poddawanych wzmocnieniu. Przeanalizowano wzmocnienie przez dospawanie stalowego płaskownika do pasa dolnego profilu stalowego. Analizę prowadzono wieloetapowo, co odzwierciedlało rzeczywisty proces wzmocnienia konstrukcji. W pierwszym kroku wyznaczono stan naprężeń oraz przemieszczeń przed wzmocnieniem, przy częściowym odciążeniu konstrukcji (ciężar własny, obciążenie stałe), następnie zamodelowano wzmocnienie i wprowadzono dodatkowe obciążenie (zwiększone obciążenie użytkowe). Analizę prowadzono aż do zniszczenia elementu. Pozwoliło to na uzyskanie pełnych ścieżek równowagi statycznej, z wyraźnie zaznaczonym miejscem wzmocnienia. Rozpatrzono również efektywność stosowania dodatkowych dystorsji (aktywnych podpór) mających na celu zmniejszenie ugięcia konstrukcji podczas wzmocnienia. Przedstawiono zastosowanie metod energetycznych przy ocenie efektywności procesu wzmocnienia konstrukcji.

SŁOWA KLUCZOWE: konstrukcje zespolone, wzmocnienie, analiza numeryczna

1. WPROWADZENIE

Wzmocnienie konstrukcji a zwłaszcza optymalne wzmocnienie konstrukcji jest skomplikowanym zadaniem inżynierskim. Złożoność zadania rośnie dodatkowo, jeżeli wzmocnieniu poddawane są konstrukcje niejednorodne materiałowo, to znaczy konstrukcje zespolone stalowo-betonowe. Wzmocniając jakąkolwiek konstrukcję należy przeanalizować oprócz sposobu wzmocnienia i możliwości technicznych również opłacalność tj. np. proporcję między kosztami a uzyskanymi efektami (przyrostem nośności). Przybliżoną miarą kosztów może być ilość dodatkowego materiału koniecznego do wbudowania w konstrukcję wzmocnianą. Istnieje pewna graniczna wartość (optymalna) kosztów i uzyskanych efektów. Przedmiotem tego referatu będzie przedstawienie metody poszukiwania miary optymalnego rozwiązania wzmocnienia konstrukcji zespolonych stalowo-betonowych.

¹ maciej.szumigala@put.poznan.pl

² szewczyk@zut.edu.pl

2. SFORMUŁOWANIE PROBLEMU

Wzmacnianie, lub mówiąc ogólniej, modyfikacja konstrukcji polega na wprowadzeniu zmian do układu konstrukcyjnego, których celem jest poprawa określonych cech tego układu (wzrost nośności, wzrost sztywności, zmiana strojenia, itp.). W dotychczasowej praktyce inżynierskiej do programowania modyfikacji (wzmocnienia) układu konstrukcyjnego wystarczało doświadczenie i intuicja projektanta. Obecnie powszechnie dostępne komputerowe narzędzia obliczeniowe stwarzają możliwości precyzyjnej analizy numerycznej konstrukcji.

Zastosowanie technik komputerowych pozwala na „aktywne sterowanie” modernizowaną konstrukcją poprzez analizy parametryczne (wpływ zmiany pewnych parametrów na pole rozkładu nośności i sztywności).

Wzmacnianie konstrukcji wiąże się z uwzględnianiem wielu czynników i wpływów:

- redystrybucja sił wewnętrznych w zakresie sprężystym w modernizowanych przekrojach konstrukcji,
- naprężenia wstępne w chwili wzmacniania,
- dystorsje czyli „aktywne” podpory,
- plastyczny zakres nośności konstrukcji wzmacnianej i związana z tym redystrybucja sił wewnętrznych,
- kryterium optymalizacji procesu modernizacji konstrukcji.

Jeżeli analiza wzmacnianej konstrukcji dokonywana jest jedynie w zakresie sprężystym to zasadnicze znaczenie ma zakres włączenia się do współpracy „dołożonego” do przekroju materiału. Powszechnie wiadomo, że dochodzi wówczas do redystrybucji sił wewnętrznych od obciążeń „uzupełniających” tj. przyłożonych po wzmocnieniu. Redystrybucja jest proporcjonalna do sztywności części modernizowanego przekroju jak do zmian pola sztywności całego układu konstrukcyjnego.

Zazwyczaj wzmacnianej konstrukcji nie można w pełni „odciążyć” i stąd jej układ obciążony jest polem naprężeń wstępnych. Zatem pole rozkładu naprężeń we wzmacnianej części konstrukcji jest sumą naprężeń wstępnych i naprężeń od obciążeń uzupełniających.

Przyłożone do konstrukcji dystorsje mogą wpływać korzystnie na zmianę pola przemieszczeń jak i pola naprężeń wstępnych. Realizacja dystorsji następuje przez wprowadzenie „aktywnych” podpór (wymuszanie przemieszczeń istniejących podpór) lub dodatkowych tymczasowych podpór z wymuszonym przemieszczeniem za pomocą siłowników. Odpowiednio zaprojektowane dystorsje mogą zwiększyć początkową efektywność wzmocnienia („szybsze” i pełniejsze włączenie się do współpracy wzmocnień) lecz nie wpływają na nośność graniczną wzmacnianej konstrukcji.

Efektywność modyfikacji konstrukcji wzrasta w zakresie pozasprężystym [3]. Pojawia się wówczas pełna plastyczna redystrybucja sił wewnętrznych między „starymi” częściami wzmacnianego przekroju a elementami wzmocnień. Dzięki tej redystrybucji dochodzi do pełnego uplastycznienia wszystkich części modernizowanego przekroju. W konstrukcji przesztywnionej istnieje możliwość „dopuszczenia” do powstania przegubów plastycznych i kolejnej redystrybucji sił wewnętrznych, tym razem między prętami.

W końcu pojawia się problem optymalizacji. Funkcją celu jest maksimum nośności lub maksimum sztywności. Miarą może być zasada minimum energii potencjalnej [1]:

$$E_{\pi} = \int (E_E - p \cdot u) dx \quad (1)$$

$$E_E = \int \sigma \cdot \varepsilon \cdot d\varepsilon \quad (2)$$

$$\int \frac{\delta(E_E - p \cdot u)}{\delta u} \cdot \delta dx = 0 \quad (3)$$

Zazwyczaj poszukujemy optymalnej funkcji $s(A)$ opisującej wielkość przekroju przykładowki wzmocnienia, która zapewni maksimum funkcjonału celu G :

$$G = \int F(u, s, A) dA \rightarrow \max \quad (4)$$

gdzie:

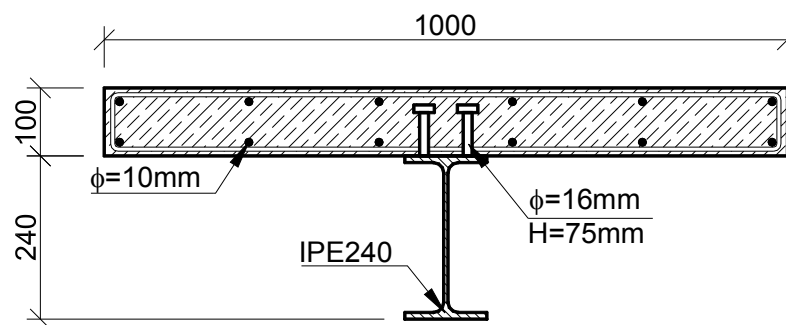
- E_E – energia sprężysta
- E_π – energia potencjalna
- p – obciążenia
- u – przemieszczenia
- δ – symbol wariacji

3. PRZYKŁAD OBLICZENIOWY

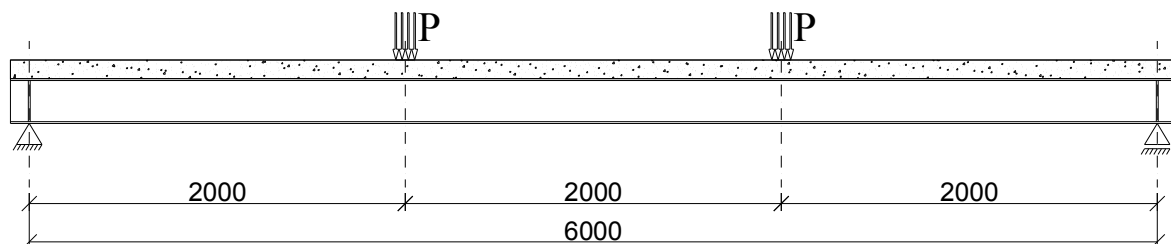
3.1. Model geometryczny

Analizie poddano typową (teową) "płytową belkę" zespoloną stalowo-betonową składającą się ze stalowego kształtownika dwuteowego IPE240 oraz żelbetowej płyty spoczywającej na pasie górnym o przekroju 1000x100 mm. Zespolecie między płytą i belką zostało zrealizowane przy pomocy łączników sworzniowych o średnicy 16 mm oraz wysokości 75 mm. Przekrój poprzeczny analizowanej belki przedstawiono na rys. 1a. Rozpiętość belki wynosiła 6,00 m. Belkę obciążano symetrycznie dwiema siłami skupionymi w rozstawie 2,00 m (tzw. czteropunktowe zginanie). Widok belki oraz sposób obciążania pokazano na rys. 1b.

a)



b)



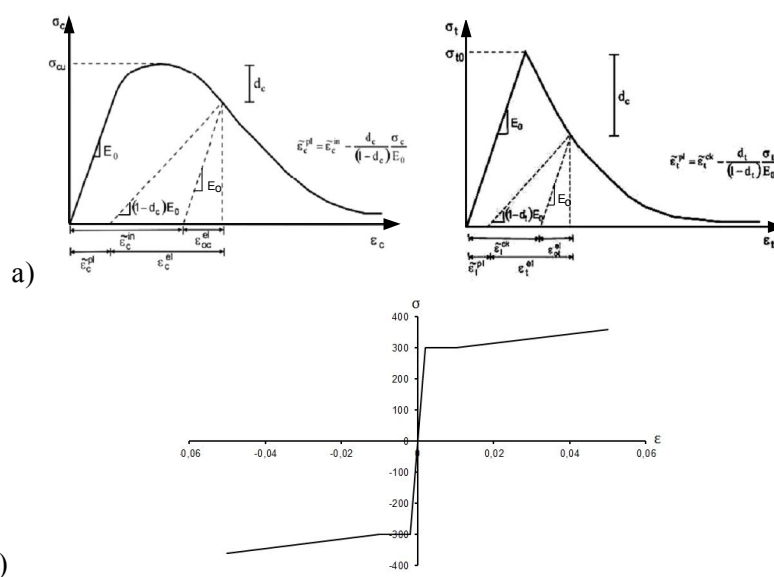
Rys. 1 Model geometryczny. a) przekrój poprzeczny, b) widok belki wraz z obciążeniem

3.2. Model numeryczny

Numeryczny model obliczeniowy MES stworzony został przy pomocy programu Abaqus/CAE (rys.3). Model zaprojektowany został w taki sposób, aby możliwie najdokładniej odwzorować rzeczywistą konstrukcję. Z racji jednak konieczności przeprowadzenia dużej ilości analizy starano się ograniczyć czasochłonność zadania (gęstość siatki elementów skończonych). Dla osiągnięcia tego celu przyjęto następujące założenia.

Prawa konstytutywne materiału. (rys. 2)

- Stal zamodelowano jako materiał sprężysto – plastyczny z półką płynięcia oraz ze wzmocnieniem (model trój-liniowy),
- Beton opisano modelem betonu plastycznego ze zniszczeniem CDP (Concrete Damage Plasticity) [2]. CDP w pełnym zakresie opisuje pracę betonu, zarówno w zakresie naprężeń ściskających jak i rozciągających (model rozmyty).



Rys. 2. Prawa fizyczne materiałów. a) beton w zakresie ściskania i rozciągania, b) stal

Zespolenie.

Analizie poddano dwa modele zespolenia tj.:

- pełne zespolenie pomiędzy płytą żelbetową oraz belką stalową,
 - zespolenie przez stalowe sworznie
- Ostatecznie w obliczeniach przyjęto drugi, dokładniejszy model.

Obciążenie.

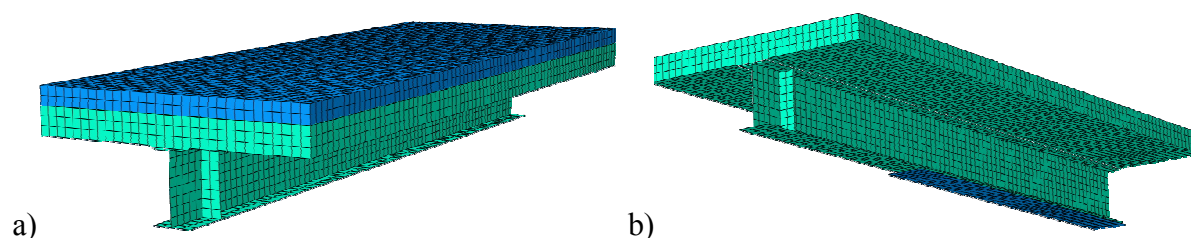
Obciążenie zrealizowano w dwojaki sposób. W pierwszym kroku jako dwie siły skupione w formie obciążenia powierzchniowego na małym obszarze płyty (jako dokładniej oddające rzeczywisty sposób przyłożenia obciążenia oraz w celu uzyskania stabilności rozwiązania numerycznego (rys. 1b). W drugim kroku wprowadzono wymuszenie kinematyczne jako precyzyjniej modelujące obciążenie w eksperymencie fizycznym, co pozwoliło uzyskać pełniejsze ścieżki równowagi statycznej (wartość maksymalną i część opadającą wykresu).

Dystorsje

W niektórych sytuacjach podczas wzmacniania konstrukcji wprowadza się dodatkowe tymczasowe podpory w celu zmniejszenia ugięć belki (lub nawet wprowadzenia strzałki odwrotnej - sprężenia). W analizie obliczeniowej po dołożeniu (przyspawaniu) nakładki wzmacniającej usunięto pośrednie podpory, co spowodowało szybsze włączenie się jej do współpracy.

3.3. Analiza numeryczna

Sposób wzmocnienia belki zespolonej może zależeć od tego, w której z części przekroju stali czy betonie nośność jest bardziej wykorzystana lub przekroczone. W poprawnie projektowanych belkach zespolonych zazwyczaj wykorzystana jest nośność stali. Łatwo to określić lokalizując położenie osi obojętnej w przekroju, która może znajdować się w części betonowej lub w części stalowej. Metoda wzmocnienia może zależeć od warunków technologicznych związanych z dostępnością i możliwością prowadzenia prac budowlanych w istniejącym obiekcie. Wzmocnienie belki zespolonej może odbywać się w dwojaki sposób. Możliwe jest zwiększenie przekroju żelbetowego (rys. 3a) poprzez wylanie dodatkowej warstwy betonu (np. w przypadku przeciążenia płyty, choć nie jest to warunek konieczny), lub powiększenie rozciąganego (i zginanego) przekroju stalowego poprzez dospawanie do niego blachy (rys. 3b). Drugi z przedstawionych wariantów stał się przedmiotem prezentowanej analizy.



Rys. 3. Model wzmocnienia. a) wzmocnienie płyty, b) wzmocnienie pasa dolnego

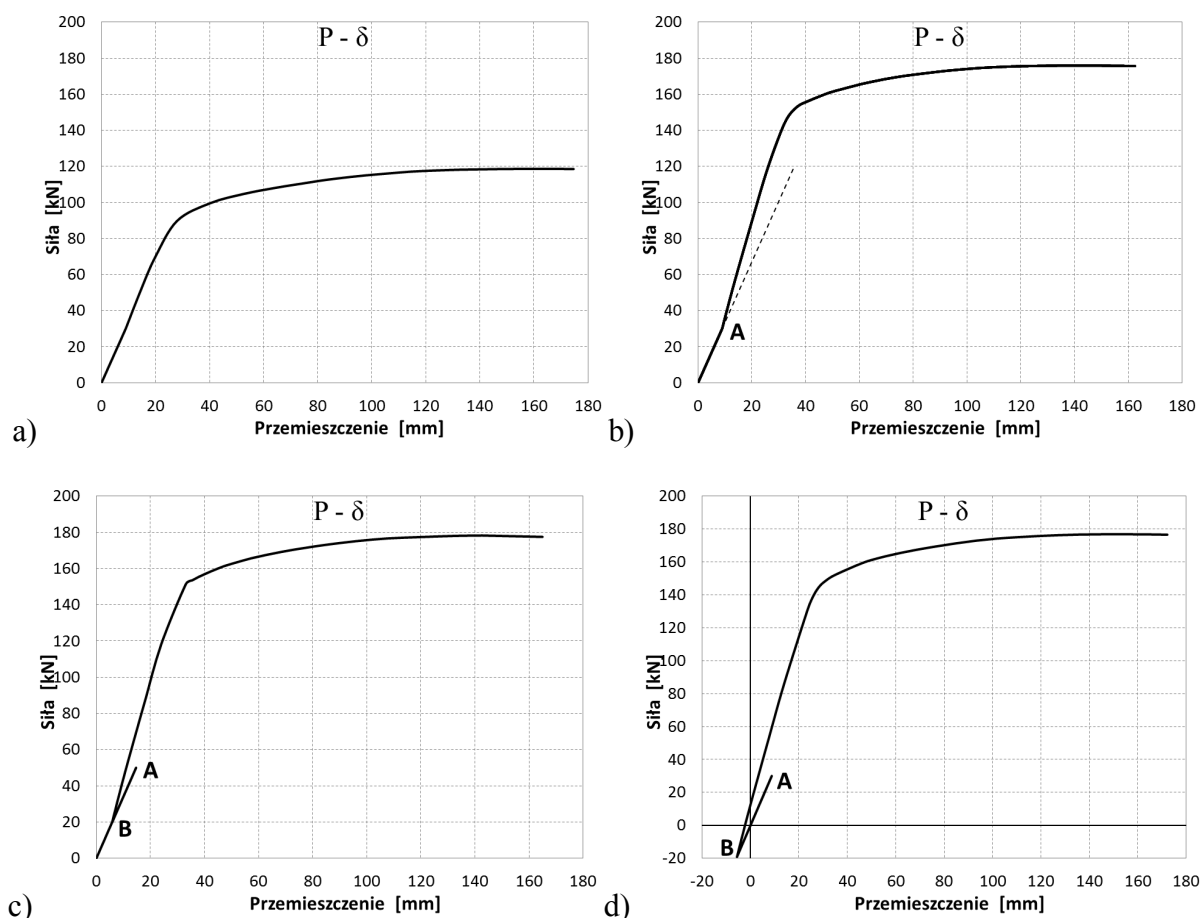
Analizę obliczeniową przeprowadzano dwuetapowo lub trój etapowo. W pierwszym etapie przyjęto obciążenie odpowiadające stanowi podczas wzmocnienia, gdyż praktycznie nigdy nie można całkowicie odciążyć wzmocnianej konstrukcji (ciężar własny i inne obciążenia stałe) [4]. Jest to sytuacja wyjściowa do przeprowadzenia wzmocnienia i dalszych obliczeń. Jako dana dla tego etapu obliczeń przyjmowana jest geometria odkształconej belki.

W przypadku analizy dwuetapowej, drugim etapem było dodanie wzmocnienia do częściowo wyteżonej oraz odkształconej konstrukcji. Elementowi wzmocniającemu, jako stan wyjściowy, nadawano kształt odkształconej belki. W dalszej części analizy wprowadzono obciążenia uzupełniające symulujące zwiększające się obciążenie użytkowe. Wzmocniający element włącza się zatem do współpracy w sytuacji, gdy w elemencie wzmocnianym jest już pewien poziom naprężeń oraz odkształceń i niekiedy dość znaczny.

W przypadku analizy trój etapowej, przed dokonaniem wzmocnienia wykonywano dodatkowy zabieg polegający na wprowadzeniu do modelu aktywnych podpór mających na celu wprowadzenie dystorsji zwiększających efektywność całego procesu wzmocnienia. Trzecim etapem było dodanie do konstrukcji wzmocnienia, usunięcie aktywnych podpór i wprowadzenie obciążeń użytkowych.

Opisane powyżej dwa mechanizmy wzmocnienia przedstawiono na rysunkach w postaci ścieżek równowagi statycznej siła-przemieszczenie. Rys. 4a. przedstawia, jako punkt odniesienia, ścieżkę równowagi statycznej belki przed wzmocnieniem. Na rys. 4b. przedstawiono dwuetapową analizę wzmocnienia. W punkcie „A” (przy częściowym obciążeniu) wykonano wzmocnienie belki, przez przyspawanie dodatkowej blachy do pasa dolnego belki stalowej. Na rysunku wprowadzono styczną do pierwotnego kierunku ścieżki, która ilustruje sprężyste zachowanie belki przed wzmocnieniem i pokazuje jak wzrosła nośność i sztywność belki po wzmocnieniu. Rys. 4c,d. przedstawiają analizę trzyetapową. W punkcie „A” następuje wprowadzenie aktywnych podpór, które zmniejszają wartość ugięcia w chwili wzmocnienia.

Wzmocnienie wprowadzane jest w punkcie „B”. W tym miejscu również usuwane są aktywne podpory. Odpowiednio sterując parametrami tych podpór jesteśmy w stanie zmniejszyć wartość ugięcia belki podczas wzmacniania (rys. 4c.) lub wprowadzić przemieszczenia odwrotnego znaku dające możliwość dodatkowego sprężenia konstrukcji (rys. 4d.)



Rys. 4. Ścieżki równowagi statycznej belki zespolonej. a) belka bez wzmocnienia, b) belka wzmocniona pod obciążeniem, c, d) belka wzmocniona pod obciążeniem z zastosowaniem aktywnych podpór

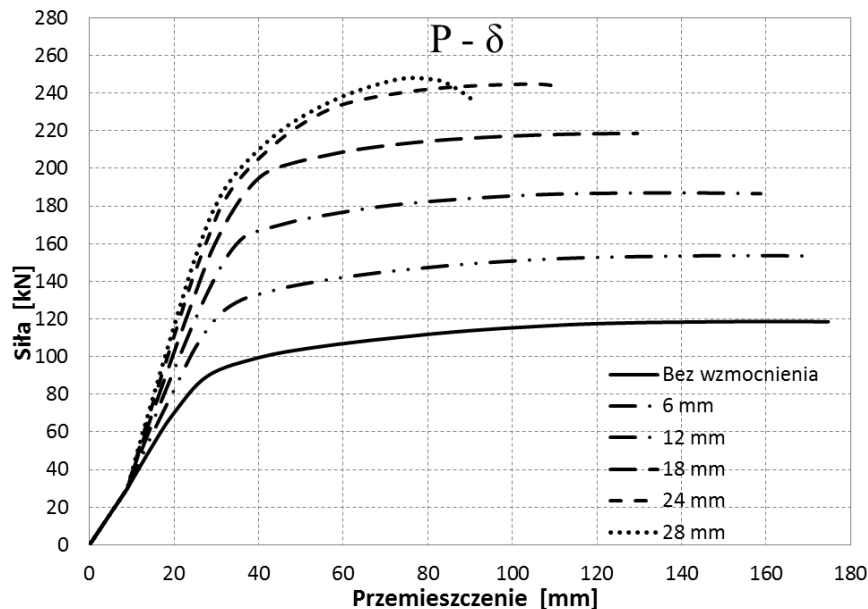
Przedstawiona wyżej wieloetapowa analiza numeryczna jest zadaniem niestandardowym, gdyż wymaga zmiany parametrów modelu w trakcie obliczeń, co nie zawsze prowadzi do zbieżności rozwiązań w poszczególnych iteracjach. Opanowanie efektywnego narzędzia do obliczeń numerycznych umożliwia prowadzenie szeregu interesujących analiz parametrycznych i precyzyjne przygotowanie eksperymentu fizycznego.

4. WYNIKI ANALIZ

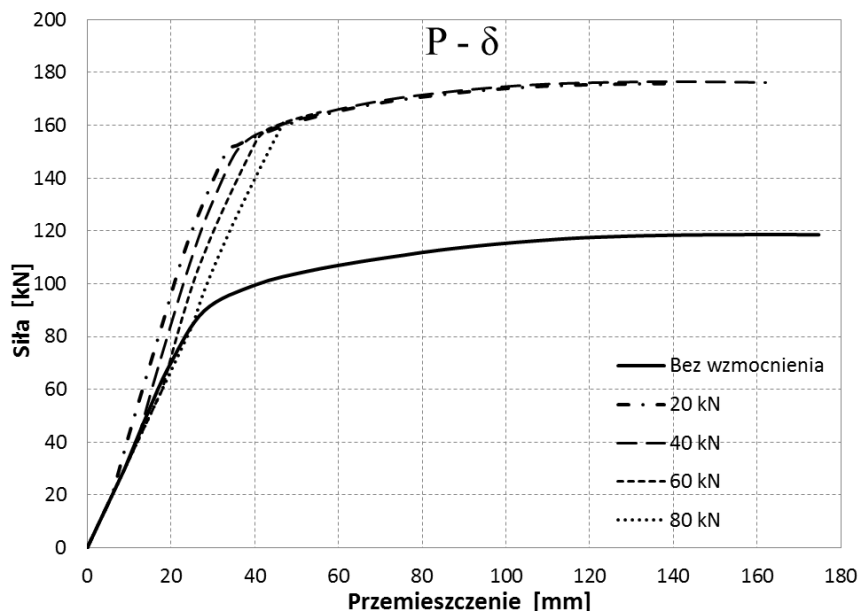
Na rys. 5. przedstawiono wyniki parametrycznej analizy numerycznej w postaci ścieżek równowagi statycznej belki zespolonej wzmocnionej płaskownikiem dospawanym do pasa dolnego. Zmienną w tej analizie była grubość płaskownika. Okazało się, że przyrost grubości nakładki spowodował dość oczywisty wzrost nośności i sztywności. Jednak przy pewnej grubości nakładki zaczęła wyraźnie zanikać pożądana półka plastyczna tj. zdolność do obrotu i redystrybucji sił wewnętrznych w przypadku powstania przegubu plastycznego.

Na kolejnym rys. 6. przedstawiono wpływ poziomego obciążenia w chwili wzmacniania (etap 1). Analizę przeprowadzono dla przykładowej grubości nakładki 10 mm. Jak widać z prezentowanego wykresu. dzięki redystrybucji sił na skutek uplastycznienia nośność jest niezależna od poziomego obciążenia w chwili wzmacniania (co potwierdza przyjętą strategię

obliczeniową). Zwiększają się natomiast przemieszczenia belki po wzmocnieniu. Jeżeli uwzględnić stan graniczny użytkowania, to poziom obciążenia w chwili wzmocnienia może mieć istotny wpływ na efektywność całego procesu wzmocniania, co się objawi niewielkim przyrostem nośności w zakresie dopuszczalnych wartości przemieszczeń. Rozwiązaniem tego problemu jest zastosowanie dodatkowych dystorsji w postaci aktywnych podpór wymuszających zmniejszenie wartości ugięć. Dystorsje zwiększają nośność belki w zakresie dopuszczalnych przemieszczeń, nie zmieniając granicznej nośności belki (Rys. 4)



Rys. 5. Ścieżki równowagi statycznej belki zespolonej wzmocnionej płaskownikiem stalowy - funkcja grubości płaskownika wzmocniającego.



Rys. 6. Ścieżki równowagi statycznej belki zespolonej wzmocnionej płaskownikiem stalowym - funkcja poziomu obciążenia przy którym następuje wzmocnienie.

Najciekawszy z punktu widzenia naszych poszukiwań jest wykres na rys. 7. przedstawiający zależność przyrostu energii potencjalnej od grubości nakładki. Widoczne wyraźne maksimum pozwala sadzić, że mamy w tym wypadku do czynienia z optymalną grubością nakładki.



Rys. 7. Przyrost energii potencjalnej w funkcji grubości blachy wzmacniającej

5. PODSUMOWANIE

Przeprowadzone analizy obliczeniowe i uzyskane rezultaty pozwalają na sformułowanie następujących wniosków:

- Tylko zastosowana analiza plastyczna pozwala na pełne i efektywne wykorzystanie wzmocnienia, a jest to możliwe dzięki użytemu narzędziu analizy numerycznej.
- Na podstawie wartości energii potencjalnej można ustalić maksimum funkcjonu celu i znaleźć optymalne rozwiązanie (wielkość nakładki wzmacniającej).
- Dystorsje nie wpływają na wartość nośności granicznej przekroju wzmocnionego, lecz korzystnie zmniejszają odkształcenia konstrukcji wzmocnionej, co po uwzględnieniu SGU może wpływać na "efektywny" wzrost nośności.

Praca wykonana w ramach tematu 11-085/2012 DS

Piśmiennictwo

- [1] Garstecki A.: Optymalna modyfikacja konstrukcji sprężystych. Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań 1986
- [2] Abaqus User's Manual. Version 6.8, USA 2008
- [3] Masłowski E.: Wzmocnienie konstrukcji budowlanych, Arkady, Warszawa 2000
- [4] Monografia: Budownictwo Ogólne, tom IV, rozdział 6, Arkady, Warszawa 2009

NUMERICAL MODELLING OF STRENGTHENING STRUCTURES UNDER LOAD

Summary

The paper deals with the problem of numerical modelling of strengthened steel-concrete composite beams. Reinforcement through welding the steel plate to the bottom flange of the steel beam was analysed. The analysis was run in a multistage way, which reflects the real process of strengthening. In the first step the level of stresses and displacement was determined before the reinforcement in the state of partial unloading. Next, reinforcement and load equal to the imposed loads was added, till the element was damaged. That allowed defining the exact static path (load capacity and plastic redistribution of forces in the strengthening model). The efficiency of using extra distortions (active BCs) that aimed to minimize the displacement of structures during strengthening was investigated.

Andrzej SZYCHOWSKI¹
Politechnika Świętokrzyska w Kielcach

STATECZNOŚĆ NIESYMETRYCZNIE SPRĘŻYŚCIE ZAMOCOWANYCH PŁYT PRZESŁOWYCH PRZY WZDŁUŻNEJ ZMIENNOŚCI NAPRĘŻEŃ

STRESZCZENIE

W pracy zagadnienie lokalnej utraty stateczności ściskanej półki, cienkościennego elementu zginanego o niesymetrycznym przekroju, sprowadzono do analizy wybożenia płyty przesłowej. Rozważania przeprowadzono dla modelu niesymetrycznie sprężyste zamocowanej „na obrót” płyty przy udziale obciążeń wywołujących zmienność naprężeń w kierunku jej długości. Zaproponowano funkcję ugięcia umożliwiającą modelowanie niesymetrycznych warunków brzegowych na obu krawędziach podłużnych. Wyznaczono wykresy płytowych współczynników wybożeniowych dla wzajemnie różnych stopni sprężystego zamocowania krawędzi.

SŁOWA KLUCZOWE: pręty cienkościenne, przekrój niesymetryczny, lokalne wybożenie, wzdluzna zmienność naprężeń.

1. WPROWADZENIE

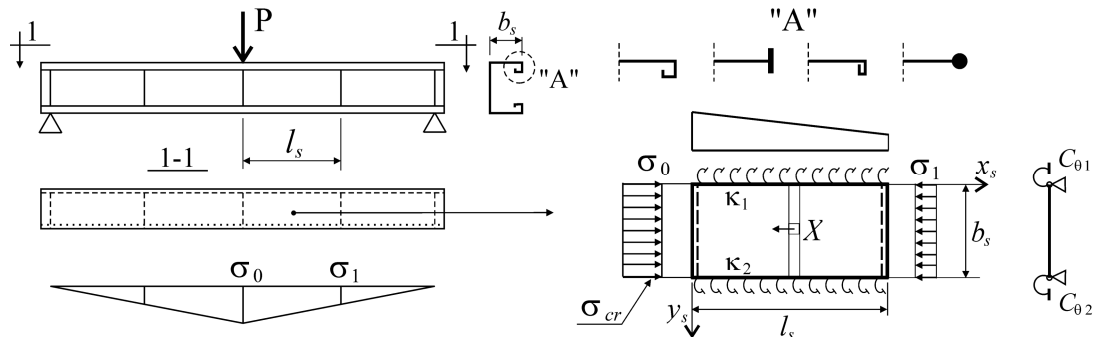
Współczesne techniki projektowania elementów cienkościennych [1, 2] zmagają się do uwzględnienia szeregu parametrów poprawiających dokładność odwzorowania rzeczywistych warunków pracy elementu konstrukcyjnego w modelu obliczeniowym. Jednym z istotnych parametrów są warunki wzajemnego sprężystego zamocowania ścianek (płyt składowych) pręta cienkościennego.

Zagadnienie wybożenia lokalnego niesymetrycznie sprężyste zamocowanej płyty (ścianki) przesłowej przy wzdluznej zmienności naprężeń na długości segmentu pręta cienkościennego występuje m.in. w zginanych względem osi poprzecznej środka przekrojów otwartych, w których wspornikowa ścianka półki ściskanej jest wzmocniona usztywnieniem krawędzi o nie pomijalnej sztywności na skręcanie (rys.1). Segment pręta cienkościennego zdefiniowano tutaj jako odcinek pomiędzy usztywnieniami poprzecznymi (żebami, przeponami) lub podporami zapewniającymi sztywny kontur przekroju. Rolę usztywnienia krawędziowego może pełnić rozbudowane (np. podwójne lub potrójne) zagięcie krawędzi kształtownika giętego lub przyspawany element usztywniający w postaci płaskownika o większej grubości ścianki lub pręta o przekroju kołowym [3].

¹ aszychow@tu.kielce.pl

W przypadku otwartego kształtownika cienkościennego, stopień sprężystego zamocowania „na obrót” półki ściskanej zależy z jednej strony od płytowej sztywności zginania oraz stanu naprężenia w środku, z drugiej strony od sztywności na skręcanie i stanu naprężenia w usztywnieniu krawędziowym. Należy tutaj podkreślić, że pod względem stateczności lokalnej, ścianki wspornikowe zawierające usztywnienie krawędzi swobodnej charakteryzują się znacznie większą odpornością na naprężenia ściskające w stosunku do ścianek wspornikowych bez takiego usztywnienia. Sztywność sprężystego zamocowania „na obrót” półki ściskanej w środku przekroju cienkościennego można przeliczyć na sprężyste podparcie zlokalizowane np. w środku ciężkości usztywnienia krawędziowego [1]. Tak podatnie podparte „na ugięcie” usztywnienie krawędziowe jest z kolei wrażliwe na wyoboczenie dystorsyjne objawiające się jednoczesnym wybrzuszeniem się płyty wraz z usztywnieniem. Pod tym względem, usztywnione ścianki wspornikowe, charakteryzują się mniejszą odpornością na naprężenia ściskające w stosunku do ścianek przęsłowych, dla których obie krawędzie podłużne są niepodatnie podparte [3]. W praktyce projektowej [1], do wystąpienia w przekroju otwartym naprężeń krytycznych wyoboczenia dystorsyjnego ($\sigma \leq \sigma_{cr}^D$), ściankę wspornikową z usztywnieniem krawędzi traktuje się jako płytę przęsłową „niepodatnie” podłużnie podpartą zarówno na środku jak również na usztywnieniu krawędziowym.

W wielu technicznie ważnych przypadkach ściskanej półki kształtownika otwartego występuje przypadek niesymetrycznego sprężystego zamocowania „na obrót” krawędzi podłużnych, który może być wykorzystany w modelu obliczeniowym. Poprawne wyznaczenie naprężeń krytycznych wyoboczenia lokalnego (σ_{cr}^L) dla tak podpartej i obciążonej płyty składowej pręta cienkościennego służy do dokładniejszego szacowania efektywnej szerokości ścianki w nadkrytycznej fazie pracy przekroju.



Rys.1. Wydzielona z segmentu pręta cienkościennego niesymetrycznie sprężysto zamocowana „na obrót” płyta przęsłowa przy wzdluznej zmienności naprężeń

W pracy [3] podano wykresy i wzory aproksymacyjne płytowych współczynników wyoboczeniowych (k) dla osiowo ściskanych płyt przęsłowych sprężysto zamocowanych na krawędziach podłużnych przy stałej intensywności naprężeń na długości płyty. Wzdłużną zmienność naprężeń dla swobodnie podpartych płyt przęsłowych przy wprowadzeniu wzdłużnych sił masowych uwzględniono w pracach [4, 5], natomiast przy uwzględnieniu naprężeń stycznych m.in. w pracach [6, 7].

W pracy [8] przedstawiono wyniki badań stateczności mimośrodowo ściskanych płyt wspornikowych przy wzdłużnej zmienności naprężeń dla granicznych przypadków podparcia (przegub, utwierdzenie) oraz wyprowadzono wzory na pracę sił zewnętrznych przy obciążeniu wywołującym wzdłużny rozkład naprężeń normalnych wg funkcji liniowej oraz wg paraboli 2°. Z kolei w pracach [9, 10, 11] przedstawiono wyniki badań stateczności sprężysto zamocowanych „na obrót” płyt wspornikowych i przęsłowych przy wzdłużnej

zmienności naprężeń. Analizowane w pracy [10] płyty przęsłowe były symetrycznie sprężyste zamocowane „na obrót” na krawędziach podłużnych, natomiast w pracy [11] analizowano płyty przęsłowe zamocowane jednostronnie i swobodnie podparte na przeciwległej krawędzi podłużnej.

Do technicznego rozwiązania wielu zagadnień wyboczenia lokalnego, poprzedzającego nośność graniczną np. zimnogiętych elementów cienkościennych o przekrojach otwartych z rozbudowanymi usztywnieniami krawędzi, brakuje rozwiązań stanu krytycznego niesymetrycznie sprężyste zamocowanych „na obrót” płyt przęsłowych przy uwzględnieniu wzdluznej zmiennosci naprężeń.

2. WARUNKI BRZEGOWE PŁYTY

Założono, że: 1) półka ściskana zginanego kształtownika otwartego z usztywnieniem krawędziowym przy $\sigma_{cr}^L < \sigma_{cr}^D$ zachowuje się jak płyta przęsłowa obustronnie niesymetrycznie sprężyste zamocowana „na obrót” na krawędziach podłużnych, 2) poprzeczne krawędzie płyty (prostopadłe do kierunku obciążenia) są swobodnie podparte (rys.1).

Stopień sprężystego zamocowania „na obrót” j -tej podłużnej krawędzi płyty ($j=1$ dla $y_s=0$ oraz $j=2$ dla $y_s=b$, por.rys.1) opisano za pomocą wskaźnika κ_j wg [12]:

$$\kappa_j = \left(1 + \frac{2D}{b_s C_{\theta j}} \right)^{-1} \quad (1)$$

gdzie: $C_{\theta j}$ - sztywność obrotowa j -tej krawędzi równa momentowi zginającemu M_j powstałemu podczas obrotu o kąt jednostkowy, b_s - szerokość płyty, D - płytowa sztywność zginania.

Wskaźnik κ_j wg wzoru (1) zmienia się od $\kappa_j = 0$ dla podparcia przegubowego do $\kappa_j = 1$ dla pełnego utwierdzenia. W niniejszej pracy przyjęto założenie, że $\kappa_1 > \kappa_2$. Przypadek stateczności płyty przęsłowej dla $\kappa_1 = \kappa_2$ był analizowany w pracach [3, 10], natomiast przypadek jednostronnie sprężyste zamocowanej płyty przęsłowej dla $\kappa_2 = 0$ w pracy [11].

Przybliżone wzory do szacowania sztywności obrotowej $C_{\theta j}$ krawędzi podłużnej półki ściskanej sprężyste zamocowanej „na obrót” w środku zginanego pręta cienkościennego o przekroju otwartym podano m.in. w pracach [13, 14]. Sztywność obrotową uzależniono od geometrii ścianki podpierającej (średnika) oraz jej stanu obciążenia. Przy korzystaniu z tych wzorów należy jednak pamiętać, że podczas analizy lokalnej utraty stateczności przekroju cienkościennego, za długość wyboczeniową (λ_d) należy podstawiać przewidywaną długość półfali wyboczenia lokalnego półki ($\lambda_d \approx b$), a nie długość wyboczenia dystorsyjnego półki wraz z usztywnieniem, która w ogólnym przypadku jest o około rząd wielkości większa.

W przypadku oceny sztywności obrotowej usztywnienia krawędziowego półki ściskanej należy uwzględnić wpływ naprężeń ściskających na redukcje sztywności skrętnej usztywnienia. Można tutaj skorzystać ze wskazówek zawartych np. w pracach [3, 12, 15].

3. FUNKCJA UGIĘCIA NIESYMETRYCZNIE SPRĘŻYŚCIE ZAMOCOWANEJ „NA OBRÓT” PŁYTY PRZĘSŁOWEJ

W większości znanych z literatury przypadków do opisu pola przemieszczeń płyt podpartych w segmencie pręta cienkościennego na obwodzie, używano szeregów trygonometrycznych np. [3, 16], funkcji hiperbolicznych np. [3] lub kombinacji funkcji trygonometrycznych i wykładniczych np. [17]. Osobną grupę stanowią prace [16, 18, 10, 11], w których do opisu pola przemieszczeń płyt przęsłowych z powodzeniem użyto wielomianów potęgowych.

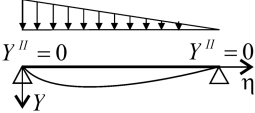
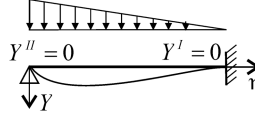
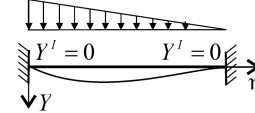
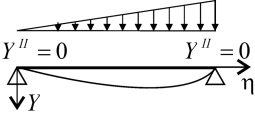
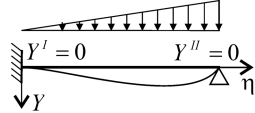
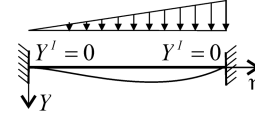
Na podstawie przeprowadzonych w niniejszej pracy badań teoretycznych różnych postaci funkcji ugięć, do aproksymacji postaci wybočenja osiowo ściskanej i niesymetrycznie sprężysto zamocowanej „na obrót” płyty przęsłowej, przy udziale obciążeń wywołujących wzdłużną zmienność naprężeń, proponuje się zastosowanie funkcji postaci szeregu (2):

$$w_s(x_s, y_s) = t_s \sum_{i=1}^{i_n} \{f_{i1}[(1-\kappa_1)((1-\kappa_2)Y_1 + \kappa_2 Y_2) + \kappa_1 Y_3] + f_{i2}[(1-\kappa_2)((1-\kappa_1)Y_4 + \kappa_1 Y_5) + \kappa_2 Y_6]\} \sin\left(\frac{i\pi x_s}{l_s}\right) \quad (2)$$

gdzie: t_s , l_s , - grubość, długość płyty (ścianki s), $\kappa_{1,2}$ - wskaźniki sprężystego zamocowania wg (2) odpowiednio krawędzi $j=1$ i $j=2$, f_{ip} - parametry funkcji ugięcia, Y_n - wielomiany potęgowe o z góry ustalonych współczynnikach.

Postać oraz fizyczną interpretację wielomianów Y_n (dla $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6$) zastosowanych w szeregu (2) zamieszczono w tablicy 1 (gdzie: $\eta = y_s/b_s$).

Tablica 1. Zastosowane w szeregu (4) wielomiany potęgowe

$Y_1 = 8\eta - 20\eta^3 + 15\eta^4 - 3\eta^5$	$Y_2 = 3\eta - 11\eta^3 + 10\eta^4 - 2\eta^5$	$Y_3 = 3\eta^2 - 7\eta^3 + 5\eta^4 - \eta^5$
		
$Y_4 = 7\eta - 10\eta^3 + 3\eta^5$	$Y_5 = 7\eta^2 - 9\eta^3 + 2\eta^5$	$Y_6 = 2\eta^2 - 3\eta^3 + \eta^5$
		

Funkcja ugięcia wg (2) spełnia warunki brzegowe płyty podpartej na wszystkich krawędziach i umożliwia w ogólnym przypadku opis złożonego kształtu wybočenja płyty jaki występuje przy osiowym ściskaniu i wzdłużnej zmienności naprężeń. Ponadto umożliwia modelowanie niesymetrycznych ($\kappa_1 \neq \kappa_2$) warunków brzegowych sprężystego zamocowania „na obrót” na krawędziach podłużnych $j=1$ ($y_s=0$) oraz $j=2$ ($y_s=b_s$).

4. STAN NAPRĘŻENIA W PŁASZCZYŹNIE PŁYTY

W przypadku analizy lokalnego wybočenja półki ściskanej podpartej w segmencie zginanego elementu cienkościennego na czterech krawędziach, w której akceptuje się hipotezę płaskich przekrojów, a wpływ efektu tzw. „szerokiego pasa” może być pominięty, rozkład naprężeń normalnych w płycie przęsłowej (rys. 1) można przedstawić w postaci:

$$\sigma_x = \sigma_o \beta(x_s) \quad (3)$$

gdzie: σ_o - krawędziowe naprężenia normalne, $\beta(x_s)$ - funkcja wzdłużnego rozkładu naprężeń.

W niniejszej pracy rozpatrzono przypadki: 1) liniowego rozkładu naprężeń σ_x na długości płyty, oraz 2) nieliniowego rozkładu naprężeń σ_x wg paraboli 2^o, dla których funkcję $\beta(x_s)$ do wzoru (3) można przedstawić odpowiednio w postaci:

$$\beta(x_s) = 1 - m \frac{x_s}{l_s} \qquad \beta(x_s) = 1 - m \frac{x_s^2}{l_s^2} \quad (4ab)$$

gdzie: $m = 1 - \sigma_1/\sigma_o$.

Zmienność rozkładu naprężeń normalnych na długości płyty przęsłowej można uzyskać poprzez wprowadzenie naprężeń stycznych lub wzdłużnych sił masowych o rozkładzie dobranym w zależności od sposobu obciążenia pręta cienkościennego (por.rys.1). Sposób zastąpienia naprężeń stycznych odpowiednim rozkładem sił masowych w osiowo ściskanych płytach przęsłowych opisano w pracach [4, 5].

Wprowadzenie wzdłużnych sił masowych oraz opis rozkładu naprężeń normalnych wg wzoru (3) pozwala na analizę stateczności niesymetrycznie sprężyste zamocowanej „na obrót” płyty przęsłowej w tych przypadkach, w których rozkład i intensywność naprężeń stycznych nie wpływa istotnie na postać lokalnego wyboczenia. W takiej sytuacji redukcja obciążenia płyty do naprężeń normalnych z udziałem sił masowych (rys.1) pozwala uprościć funkcję ugięcia (2) poprzez zredukowanie liczby niezbędnych parametrów jej "dopasowania" do postaci wyboczenia. W niniejszej pracy wzdłużną zmienność naprężeń uzyskano przez wprowadzenie wzdłużnych sił masowych wg schematu pokazanego na rys.1.

5. NAPRĘŻENIA KRYTYCZNE

Naprężenia krytyczne (σ_{cr}) wyboczenia lokalnego osiowo ściskanej i niesymetrycznie sprężyste zamocowanej „na obrót” płyty przęsłowej przy wzdłużnej zmienności naprężeń odniesiono do najbardziej ściskanej krawędzi płyty (por.rys.1) i wyrażono w postaci wzoru:

$$\sigma_{cr} = k\sigma_E \quad (5)$$

gdzie: σ_E - naprężenia krytyczne Eulera dla płyty wg [3].

Płytowe współczynniki wyboczeniowe (k) do wzoru (5) wyznaczono metodą energetyczną. Całkowitą energię potencjalną układu wyznaczono ze wzoru:

$$U_s = V_{s,1} + V_{s,2} - L_s \quad (6)$$

gdzie: $V_{s,1}$ - energia sprężysta zginania płyty, $V_{s,2}$ - energia sprężystego zamocowania krawędzi podłużnych ($y_s=0, y_s=b_s$), L_s - praca sił zewnętrznych.

Z uwagi na fakt, że funkcję ugięcia płyty zapisano szeregiem sinusowo – wielomianowym postaci (2), energię sprężystą ($V_{s,1}$) wyznaczono w sposób zaproponowany w pracy [18], a funkcję pracy sił zewnętrznych (L_s) przy obciążeniu płyty wg rys.1 wyznaczono z sekwencji wzorów wyprowadzonych w pracy [8]. Energię sprężystego zamocowania ($V_{s,2}$) krawędzi podłużnych $j=1$ i $j=2$ wyznaczono ze wzoru (7) wg pracy [3]:

$$V_{s,2} = \frac{C_{\theta 1}}{2} \int_0^{l_s} \left[\left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)_{y_s=0} \right]^2 dx + \frac{C_{\theta 2}}{2} \int_0^{l_s} \left[\left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)_{y_s=b_s} \right]^2 dx \quad (7)$$

Płytowe naprężenia krytyczne obliczono z układu równań:

$$\partial U_s / \partial f_{ip} = 0 \quad (8)$$

sprowadzając zagadnienie do problemu wyznaczania wartości i wektorów własnych.

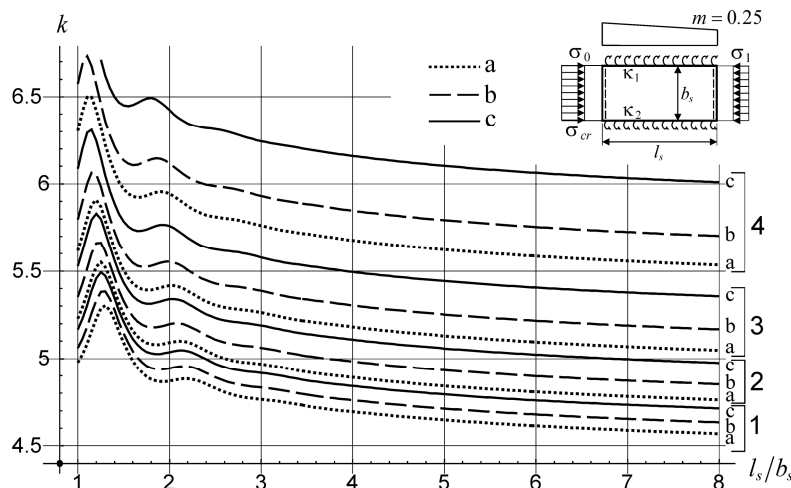
Do obliczenia współczynników (k) naprężeń krytycznych niesymetrycznie sprężyste zamocowanej „na obrót” płyty przęsłowej opracowano w środowisku pakietu *Mathematica*[®] [19] program obliczeniowy "Ncr-płyta-przęsłowa-spr-niesym.nb". Program umożliwia tablicowanie współczynników oraz graficzną prezentację wyników obliczeń (wykresy, postacie wyboczenia). Funkcję ugięcia płyty aproksymowano szeregiem (2), przy narzuceniu wartości

początkowych wskaźników utwierdzenia κ_i wg wzoru (2) i przy założeniu, że $\kappa_2 = \xi\kappa_1$ dla następujących wartości parametrów: a) $\xi = 0,25$; b) $\xi = 0,5$; c) $\xi = 0,75$. Parametr i_o określający liczbę „półfal” funkcji sinus w kierunku osi x_s szeregu (4) dobierano w zależności od stosunku wymiarów płyty (l_s/b_s), rozkładu naprężeń działających w jej płaszczyźnie oraz wartości wskaźników κ_i . Na podstawie analizy zbieżności wyników (analogicznej do przedstawionej w [8]), do obliczeń współczynników k niesymetrycznie sprężycie zamocowanych płyt przęsłowych o $l_s/b_s \leq 8$ oraz wartości parametrów: $0 \leq m \leq 1$ oraz $0 \leq \kappa_i \leq 1$ przyjęto w praktyce $i_o = 20$ co daje wystarczającą dokładność z technicznego punktu widzenia. Prezentowane w dalszej części pracy wykresy współczynników k wyznaczono dla wartości parametrów $E = 205$ GPa oraz $\nu = 0,3$. W tabelicy 2 podano przyporządkowanie numeru krzywej na poszczególnych wykresach (rys.2 i rys.3) do wskaźników κ_1 i κ_2 . Dla przykładu, krzywa 2b) oznacza wykres współczynnika k dla $\kappa_1 = 0,65$ i $\kappa_2 = 0,325$.

Tabela 2. Przyporządkowanie numeru krzywej na rys.2 i 3 do wskaźników κ_i

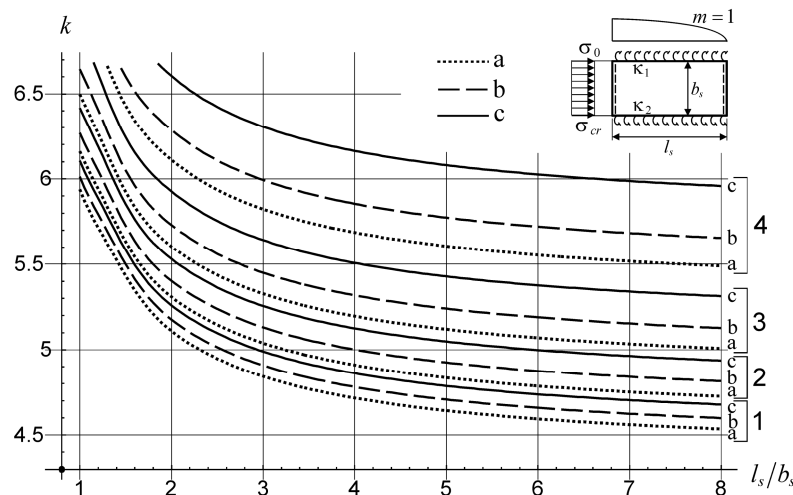
Lp.	κ_1	$\kappa_2 = \xi\kappa_1$		
		a) $\xi = 0,25$	b) $\xi = 0,5$	c) $\xi = 0,75$
1	0,5	0,125	0,25	0,375
2	0,65	0,1625	0,325	0,4875
3	0,8	0,2	0,4	0,6
4	0,95	0,2375	0,475	0,7125

Na rys.2 i rys.3 przedstawiono wykresy współczynnika (k) naprężeń krytycznych niesymetrycznie sprężycie zamocowanych „na obrót” (tab.2) i osiowo ściskanych płyt przęsłowych przy: 1) liniowym rozkładzie naprężeń wg wzorów (3 i 4a) dla parametru $m=0,25$ (rys.2), oraz 2) nieliniowym rozkładzie naprężeń wg (3 i 4b) dla $m=1.0$ (rys.3).



Rys.2. Wykresy współczynników k dla osiowo ściskanej i niesymetrycznie sprężycie zamocowanej (tab.2) płyty przęsłowej przy liniowym wzdłużnym rozkładzie naprężeń wg (3 i 4a) dla $m = 0,25$

Z porównania wykresów zawartych na rys.2 i rys.3 wynika, iż ze wzrostem wskaźnika utwierdzenia κ_1 krawędzi ($y_s=0$) oraz wzrostem parametru $\xi = \kappa_2/\kappa_1$ (wg tabl.2) rosną współczynniki (k) naprężeń krytycznych niesymetrycznie sprężycie zamocowanych „na obrót” płyt przęsłowych. Ze wzrostem parametru m zanika girlandowy charakter krzywych występujący dla stałej intensywności naprężeń na długości płyty [10, 11].



Rys.3. Wykresy współczynników k dla osiowo ściskanej i niesymetrycznie sprężyste zamocowanej (tab.2) płyty przęsłowej przy nieliniowym wzdłużnym rozkładzie naprężeń wg (3 i 4b) dla $m = 1.0$

6. PODSUMOWANIE

Zaproponowana w pracy funkcja ugięcia płyty przęsłowej w postaci szeregu wielomianowo – sinusowego (2) umożliwia modelowanie niesymetrycznych warunków brzegowych sprężystego zamocowania „na obrót” na podłużnych krawędziach ($y_s=0$, $y_s=b$) półki ściskanej.

Uwzględnienie sprężystego zamocowania „na obrót” podłużnych krawędzi półki w sąsiednich częściach przekroju cienkościennego (w środku i usztywnieniu krawędziowym) oraz wzdłużnej zmienności naprężeń prowadzi do dokładniejszego oszacowania naprężeń krytycznych wybożenia lokalnego. Służy to dokładniejszemu szacowaniu szerokości efektywnej ścianki w nadkrytycznej fazie pracy przekroju.

Ze wzrostem wskaźnika utwierdzenia κ_1 krawędzi ($y_s=0$) oraz wzrostem parametru $\xi = \kappa_2/\kappa_1$ (wg tabl.2) rosną naprężenia krytyczne niesymetrycznie sprężyste zamocowanych „na obrót” płyt przęsłowych.

Na podstawie przeprowadzonych w niniejszej pracy obliczeń wielu przypadków szczególnych dla parametrów $m = 0,25; 0,5; 0,75; 1,0$ przy wzdłużnym rozkładzie naprężeń wg wzorów (4ab) oraz wartości wskaźników κ_i wg tabl.2 można stwierdzić, że dla $l_s/b_s \geq 2$ technicznie przydatnym rozwiązaniem jest szacowanie współczynnika k płyty niesymetrycznie sprężyste zamocowanej ($\kappa_1 \neq \kappa_2$) jako wartości średniej dla płyty symetrycznie zamocowanej ($\kappa_1 = \kappa_2 = \kappa$) o wskaźnikach odpowiednio $\kappa = \kappa_1$ i $\kappa = \kappa_2$ (np. wg [10]). Maksymalne różnice dla w/w przedziału nie przekroczyły $\pm 1,5\%$.

Piśmiennictwo

- [1] PN-EN 1993-1-3. Eurokod 3. Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-3: Reguły uzupełniające dla konstrukcji z kształtowników i blach profilowanych na zimno.
- [2] PN-EN 1993-1-5:2008. Eurokod 3. Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-5: Blachownice.
- [3] Bulson P.S. The Stability of Flat Plates. Chatto and Windus. London 1970.
- [4] Kowal Z. Stateczność ściskanego pasa w dźwigarze blachowym o przekroju skrzynkowym. Zeszyty Naukowe Politechniki Wrocławskiej, Budownictwo 1965;122: 73-85.
- [5] Kowal Z. Stateczność blachy górnej metalowego fundamentu pontonowego. Węgiel Brunatny 1966; 4: 331-333.

- [6] Królak M. The buckling state and the analysis of the post-buckling behaviour of a rectangular plate subject to nonuniform compression and shear. *Archiwum Budowy Maszyn* 1978;4:633–43.
- [7] Yu C, Schafer BW. Effect of longitudinal stress gradients on elastic buckling of thin plates. *J Eng Mech ASCE* 2007;133(4):452-63.
- [8] Szychowski A. The stability of eccentrically compressed thin plates with a longitudinal free edge and with stress variation in the longitudinal direction. *Thin-Walled Structures* 2008; 46 (5): 494-505.
- [9] Szychowski A. Stateczność sprężycie zamocowanych płyt wspornikowych przy wzdłużnej zmienności naprężeń. 56 Konferencja Naukowa KILiW PAN i KN PZITB, Kielce - Krynica 2010.
- [10] Szychowski A. Stateczność ściskanego pasa dźwigara skrzynkowego przy wzdłużnej zmienności naprężeń. XII Międzynarodowa konferencja Naukowo-Techniczna „Konstrukcje Metalowe”, Wrocław 2011.
- [11] Szychowski A. Miejscowa utrata stateczności ściskanej półki cienkościennego kształownika giętego. *Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej* Nr 276, Seria: Budownictwo i Inżynieria Środowiska, Zeszyt 58, Nr 3/2011/II, str. 307-314.
- [12] Rykaluk K. Pozostające naprężenia spawalnicze w wybranych stanach granicznych nośności. *Prace Naukowe Instytutu Budownictwa Politechniki Wrocławskiej*, 29, seria: Monografie 11, Wrocław 1981.
- [13] Hancock G.J. Design for Distortional Buckling of Flexural Members. *Thin-Walled Structures* 1997; 27 (1): 3-12.
- [14] Rogers C.A., Schuster R.M. Flange/Web Distortional Buckling of Cold-Formed Steel Sections in Bending. *Thin-Walled Structures* 1997; 27 (1): 13-29.
- [15] Petlic P.: Stateczność metalowych płyt czworokątnych w zakresie sprężystym. *Prace Naukowe Instytutu Budownictwa Politechniki Wrocławskiej*, 43, seria: Monografie 18, Wrocław 1986.
- [16] Protte W.: Zur Beulung versteifter Kastenträger mit symmetrischem Trapez-Querschnitt unter Biegemomenten-, Normalkraft- und Querkraftbeanspruchung, *Techn.Mitt.Krupp.-Forsch.Ber. Band (1976), 34,H.2.*
- [17] Królak M., Kołakowski Z.: Stateczność cienkościennego dźwigara trapezowego obciążonego siłą normalną i momentem zginającym. *Archiwum Budowy Maszyn* (1983), Tom XXX, Z.1-2, 45-57.
- [18] Jakubowski S.: Macierzowa analiza stateczności i drgań własnych ścian dźwigarów cienkościennych. *Archiwum Budowy Maszyn* (1986), Tom XXXIII, Z.4, 357-375.
- [19] Wolfram S. *Mathematica*. Cambridge University Press.

STABILITY OF UNSYMMETRICAL ELASTICALLY RESTRAINED INTERNAL PLATES WITH LONGITUDINAL STRESS VARIATION

Summary

The problem of local stability loss of the compressed flange of a bent thin-walled member with unsymmetrical section was reduced to the buckling analysis of a double-sided unsymmetrical elastically restrained “on the rotation” internal plate (Fig.1) with the participation of loads generating stresses variation in the direction of its length. Deflection function was proposed to enable modelling of unsymmetrical boundary conditions on both longitudinal edges. Plots of plate buckling coefficient for mutually different degrees of elastically restrained longitudinal edges are determined.

Zbigniew ZEMBATY¹
Seweryn KOKOT²
Piotr BOBRA³

„REKONSTRUOWANIE” ZMIAN SZTYWNOŚCI BELKI POPRZEZ POMIARY KĄTA OBROTU JEJ OSI

STRESZCZENIE

Praca dotyczy eksperymentalnej weryfikacji możliwości zastosowania pomiarów rotacji osi belki w celu monitorowania zmian jej sztywności. Aby obliczać zmiany sztywności belki na podstawie obserwacji jej drgań wykorzystano metody optymalizacyjne, a w szczególności algorytmy genetyczne i lokalną minimalizację Levenberga Marguardta. Wyniki pomiarów potwierdziły zwiększoną efektywność pomiarów prędkości rotacji osi belki względem tradycyjnych metod wykorzystujących pomiary przyspieszeń translacyjnych.

SŁOWA KLUCZOWE: drgania, obroty, zadania odwrotne, detekcja spadku sztywności, monitorowanie stanu konstrukcji

1. WPROWADZENIE

Nowoczesna diagnostyka stanu konstrukcji poprzez pomiary jej drgań (por. np. Uhl [1]) jest znana w dynamice maszyn i aeronautyce jako *SHM* (*Structural Health Monitoring*). Ten szybko rozwijający się obszar badań coraz częściej wkracza także do budownictwa (por. np. Wilde [2]). Specyfiką budownictwa jest, że dla wielu typowych konstrukcji budowlanych takich jak zarysowane konstrukcje żelbetowe czy murowe utrudnione jest zdefiniowanie uszkodzenia w postaci wyraźnie zlokalizowanego spadku sztywności jak najczęściej przyjmuje się w klasycznej analizie modalnej. Szczególnie ważnym przykładem są tu konstrukcje żelbetowe. Ich sztywność inna jest w fazie projektowania, inna tuż po wzniesieniu i trudna do precyzyjnego określenia w całym okresie eksploatacji ze względu na zmieniające się z czasem zarysowanie konstrukcji oraz wzrost wytrzymałości betonu z upływem czasu. Obserwując konstrukcje żelbetowe, uszkodzone przeciążeniem eksploatacyjnym albo w wyniku kontrolowanych eksperymentów dynamicznych w laboratoriach (np. [3]) można zauważyć, że zarysowania rozłożone są na znacznych długościach elementów. Często bywa też tak, że gdy uszkodzenia te są umiarkowane, to taką budowlę uważa się za bezpieczną i w dalszym ciągu eksploatuje. Dlatego tak ważne jest częste monitorowanie stanu tych konstrukcji. Co więcej monitoring ten musi być nakierowany raczej na odtwarzanie przestrzennych zmian rozkładów

¹ z.zembaty@po.opole.pl

² s.kokot@po.opole.pl

³ p.bobra@po.opole.pl

ich sztywności, niż lokalizacji pojedynczych uszkodzeń. Określanie zmian sztywności belek na ich długości poprzez analizę drgań tych belek jest nazywane w literaturze *SHM* rekonstrukcją ich sztywności (por. Gladwell [4]) i należy do trudnych zadań odwrotnych w mechanice. W referacie prezentowanym na Konferencji Krynickiej w roku 2010, [5], przedstawiono symulacyjną analizę efektywności metod rekonstrukcji sztywności układów prętowych na podstawie ich drgań harmonicznym przy zastosowaniu matematycznej teorii optymalizacji i algorytmów genetycznych, wykorzystujących technikę minimalizacji lokalnej Levenberga-Marguardta (por. także [6, 7]). W rekonstrukcji sztywności wykorzystuje się pomiar amplitud drgań badanej konstrukcji z możliwie jak największej liczby czujników rozmieszczonych w tych samych węzłach konstrukcji które są też węzłami jej modelu MES potrzebnego w do tej rekonstrukcji. Jak wskazały niedawne badania symulacyjne, efektywność rekonstrukcji sztywności można znacznie poprawić gdy zamiast pomiarów amplitud translacyjnych poddać pomiarom obroty osi belki [8]. Takie pomiary są możliwe od czasu pojawienia się czujników nowej generacji mierzących prędkości i przyspieszenia obrotowe [9].

W niniejszym referacie przedstawione zostaną pierwsze wyniki eksperymentalnej weryfikacji rekonstrukcji sztywności belki poprzez pomiary jej drgań rotacyjnych przy użyciu czujników prędkości obrotowej.

2. ODTWARZANIE SZTYWNOŚCI KONSTRUKCJI PRĘTOWEJ POPRZEC ANALIZĘ JEJ DRGAŃ HARMONICZNYCH

W monografii z 1986 roku Gladwell, [4], przeanalizował zadania odwrotne dla kilku najprostszyc układów dynamicznych (strun, belek prostych itp.). Jednak dla rzeczywistych konstrukcji liczba parametrów wymaganych do rekonstruowania może być bardzo duża. Dlatego dopiero wraz z rozwojem zaawansowanych techniki komputerowych i wydajnych metod optymalizacyjnych pojawiły się pierwsze efektywne sposoby odtwarzania sztywności układów konstrukcyjnych poprzez pomiary ich drgań (por. np. [10, 11, 12]).

Rozważmy macierzowe równanie ruchu dyskretnego układu dynamicznego analizowane, dla uproszczenia bez tłumienia, poddanego działaniu siły harmonicznjej

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{d}} + \mathbf{K}^d\mathbf{d} = \mathbf{P}_0 e^{ipt}, \quad (1)$$

Znane rozwiązanie w postaci amplitud ustalonych drgań harmonicznycch ma postać:

$$(\mathbf{K}^d - p^2\mathbf{M})\mathbf{u} = \mathbf{P}_0, \quad (2)$$

gdzie: $\mathbf{K}, \mathbf{M}, \mathbf{d}, \ddot{\mathbf{d}}, \mathbf{u}, \mathbf{P}_0$ to: macierze sztywności i bezwładności, wektory przemieszczeń, przyspieszeń, amplitud przemieszczeń i amplitud wymuszenia harmonicznego, a p jest częstością kołową wymuszenia.

Należy tu zauważyć, że początkowe uproszczenie, polegające na nieuwzględnianiu tłumienia, można uznać za niewnoszące istotnych błędów o ile zastosowane, diagnostyczne częstości harmonicznycch wymuszeń będą wystarczająco odległe od stref rezonansowych badanej konstrukcji. Indeksy górne „u” i „d” odnoszą się w niniejszym referacie odpowiednio do konstrukcji nieuszkodzonej i uszkodzonej.

Wykorzystując MES, globalną macierz sztywności \mathbf{K}^d można zapisać jako złożenie macierzy sztywności elementów \mathbf{K}_i^{ue}

$$\mathbf{K}^d = \sum_{i=1}^n \mathbf{K}_i^{de} = \sum_{i=1}^n \alpha_i \mathbf{K}_i^{ue}, \quad (3)$$

w którym wprowadzono bezwymiarowe współczynniki α_i opisujące zmniejszenie sztywności elementu ($0 \leq \alpha_i \leq 1$), a n jest liczbą zdyskretyzowanych elementów. Jeśli w wyniku uszkodzeń zmianom ulega także masa analizowanej konstrukcji to odpowiednim zmianom ulega także macierz bezwładności

$$\mathbf{M}^d = \sum_{i=1}^n \mathbf{M}_i^{de} = \sum_{i=1}^n \beta_i \mathbf{M}_i^{ue} \quad (4)$$

gdzie bezwymiarowe współczynniki β_i ($0 \leq \beta_i \leq 1$) opisują analogiczne do α_i zmiany we własnościach bezwładnościowych konstrukcji wywołane jej uszkodzeniami.

Podstawiając równanie (3) i (4) do (2) otrzymuje się zależność

$$\left(\sum_i^n \alpha_i \mathbf{K}_i^{ue} - p^2 \sum_i^n \beta_i \mathbf{M}_i^{ue} \right) \mathbf{u} = \mathbf{P}_0, \quad (5)$$

z której wyznaczyć można amplitudy przemieszczeń dla danego modelu MES i danych parametrów siły harmoniczej. Ubytki mas przy uszkodzeniu elementów konstrukcji mogą wystąpić np. pod wpływem korozji elementów stalowych. Dla elementów żelbetowych utrata sztywności pojawi się na skutek zarysowania elementów, bez zmian w ich masie.

W celu opisanie różnic pomiędzy wektorami amplitud obliczonych \mathbf{u}_c i pomierzonych \mathbf{u}_m definiuje się funkcję błędu $J(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta})$ daną wzorem

$$J(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}) = \sum \left(\frac{\mathbf{u}_c(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}) - \mathbf{u}_m}{\mathbf{u}_m} \right)^2. \quad (6)$$

W przypadku szczególnym gdy w wyniku uszkodzenia nie dochodzi do spadków masy (zmian macierzy bezwładności) wzory (5) i (6) przyjmują postać :

$$\left(\sum_i^n \alpha_i \mathbf{K}_i^{ue} - p^2 \mathbf{M} \right) \mathbf{u} = \mathbf{P}_0, \quad (7)$$

$$J(\boldsymbol{\alpha}) = \sum \left(\frac{\mathbf{u}_c(\boldsymbol{\alpha}) - \mathbf{u}_m}{\mathbf{u}_m} \right)^2. \quad (8)$$

Minimalizacja równania (6) prowadzi do otrzymania wektorów współczynników sztywności $\boldsymbol{\alpha}$ i bezwładności $\boldsymbol{\beta}$, które opisują aktualny stan uszkodzeń wcześniej zdyskretyzowanej konstrukcji. W przypadku równania (8) rozwiązaniem jest jedynie wektor $\boldsymbol{\alpha}$. Rozwiązanie tego zagadnienia optymalizacyjnego z równań (6) i (8) przeprowadzono wykorzystując algorytmy genetyczne, razem z metodą minimalizacji lokalnej Levenberga-Marguardta. Szczegóły tego rozwiązania zostały omówione w pracach [6] i [7].

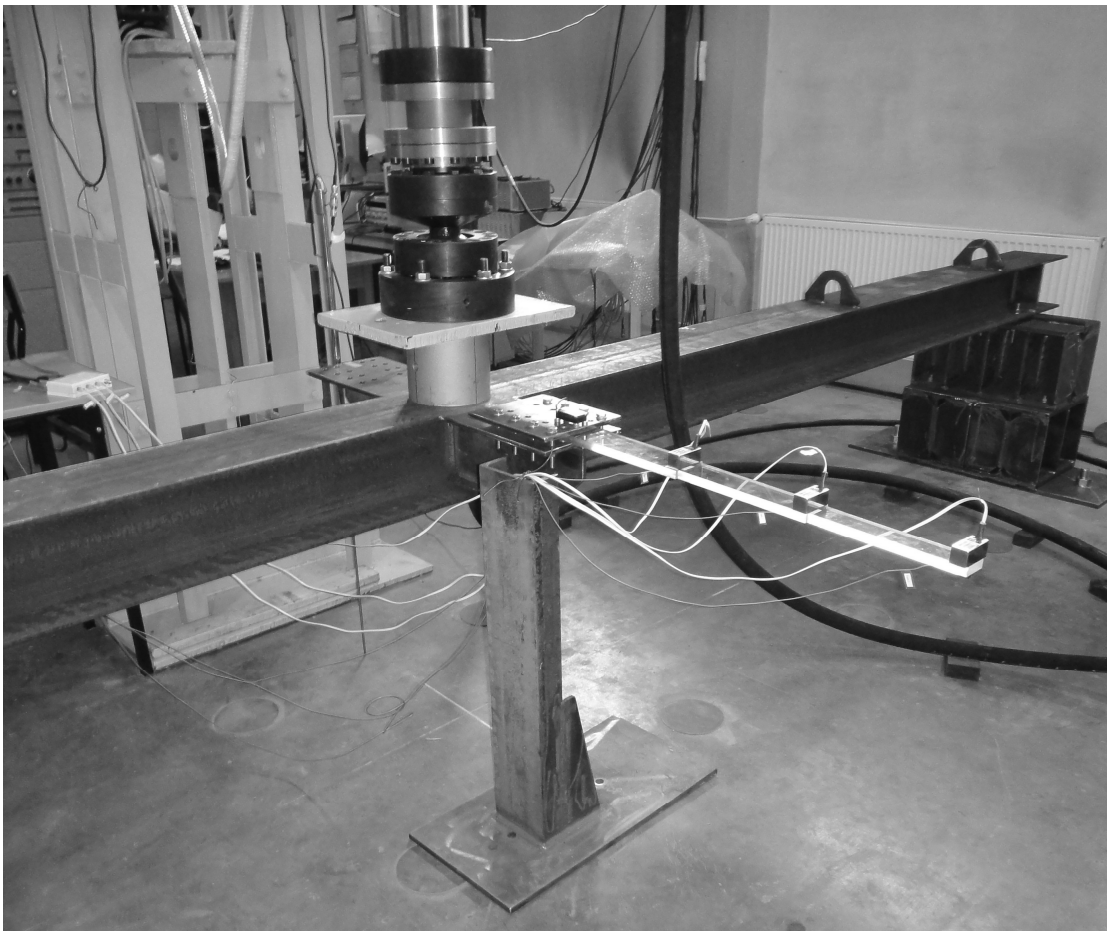
W celu oceny efektywności „rekonstrukcji” zdefiniowano tzw. średni błąd ważony (*SBW*) w postaci następującego wzoru

$$SBW = \sum_{i=1}^{n_e} \left(\frac{\alpha_i^c - \alpha_i^d}{\alpha_i^d} \right)^2, \quad (9)$$

dla którego sumowanie odbywa się po wszystkich „rekonstruowanych” elementach skończonych. Określono także maksymalny błąd rekonstrukcji (*MB*) będący miarą największej różnicy, dla wszystkich analizowanych zmian.

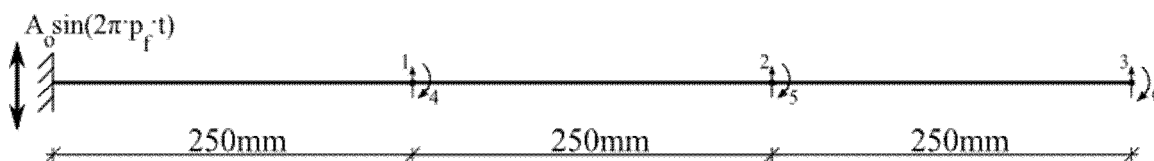
3. OPIS EKSPERYMENTU

Eksperymentom poddano małe, wspornikowe belki z pleksi, o rozpiętości 750mm, które wykonano w dwu wersjach – o stałym przekroju poprzecznym i skokowo-zmiennym przekroju, co symulować ma spadki sztywności spowodowane uszkodzeniami. Ze względu na niewielki rozmiar badanych beleczek, zamiast wprowadzać zewnętrzną siłę wymuszającą za pomocą siłownika postanowiono wprowadzać belkę w drgania poprzez kinematyczny ruch jej zamocowania. W tym celu wykonano specjalną, stalową konstrukcję wsporczą w postaci dużej, stalowej belki, której zginanie siłownikiem wywołuje pionowy, kinematyczny ruch zamocowanego poziomo wspornika z pleksi (Rys. 1 i 2).



Rys. 1. Widok zestawu eksperymentalnego. U góry badanej belki widoczne są czujniki prędkości rotacyjnych *Horizon*. U dołu znajdują się (niewidoczne) czujniki przyspieszeń translacyjnych. Wspornik znajdujący się pod zamocowaniem badanej belki pleksiglasowej nie jest powiązany z badanym układem, a służy jedynie podtrzymywaniu kabli pomiarowych.

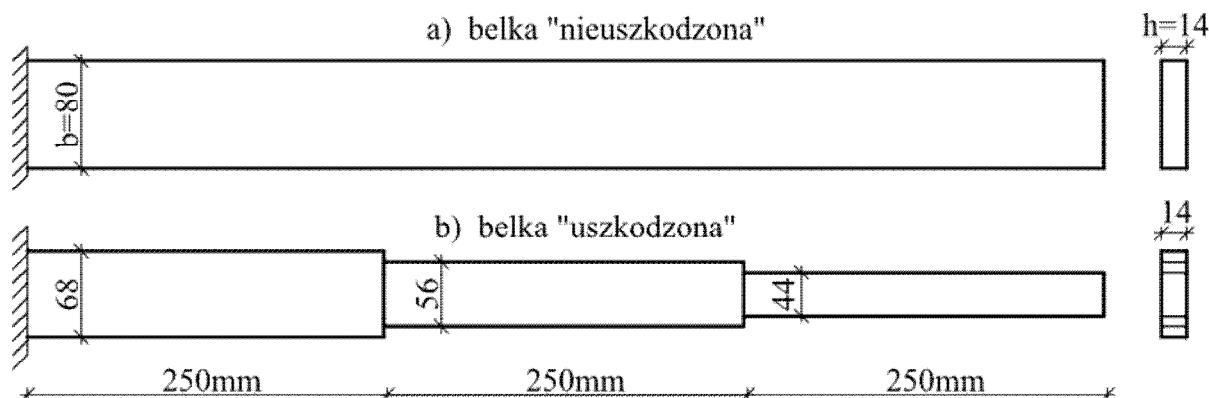
W celu analizy efektywności „rekonstrukcji” sztywności, eksperymenci poddano dwa modele belki wspornikowej wykonanej z pleksi, dla której układ współrzędnych dynamicznych pokazany jest na Rys. 2.



Rys. 2. Schemat dynamiczny wspornika z pleksi poddanego pionowemu, harmonicznemu wymuszeniu kinematycznemu o amplitudzie A_0 i częstotliwości p_f [Hz]

Do pomiarów wykorzystano miniaturowe czujniki przyspieszeń translacyjnych PCB 333B52 oraz czujniki prędkości rotacyjnych Horizon HZ 100-100 firmy Systron. Wymuszenia harmoniczne generowano za pomocą siłownika sterowanego zainstalowanym w hali laboratoryjnej Wydziału Budownictwa Politechniki Opolskiej, systemem firmy HBM oraz kontrolowano przenośnym czujnikiem MEMS firmy *Sequoia*,

Pierwszy model belki miał stały przekrój $b=80$ mm i $h=14$ mm oraz długość do utwierdzenia 750 mm (por. górny widok z Rys. 3). Drugi model miał skokowo zmienny przekrój (spadki o łącznych wartościach po 12 mm w każdym „skoku”) skutkujący zmianami jego sztywności wzdłuż długości (por. dolny widok z Rys. 3). Przyjęto następujące parametry materiałowe: gęstość pleksi $\rho = 1318.7$ kg/m³. Moduł sprężystości przyjęty tu jako $E = 4.47$ GPa oszacowano na podstawie pierwszej częstotliwości drgań własnych ($f = 6.76$ Hz) wyznaczonej z zapisu drgań swobodnych belki „nieuszkodzonej”.



Rys. 3. Widok z góry: a) belki „nieuszkodzonej” i b) ze spadkami sztywności („uszkodzonej”)

4. ANALIZA WYNIKÓW SYMULACJI I EKSPERYMENTU

Dla schematów belki przedstawionych na rysunkach 2 i 3, spadek sztywności EJ jest proporcjonalny do szerokości belki „ b ”. Takiemu samemu, względnemu spadkowi podlega zatem zarówno sztywność jak i masa belki „uszkodzonej”. W tym wypadku we wzorach (4) i (5) można założyć, że wektor $\alpha = \beta$. Takie założenie przyjęto w analizie numerycznej wyników eksperymentu

4.1. Symulacje numeryczne

Symulacje komputerowe polegały na badaniu efektywności „rekonstrukcji” spadków sztywności i bezwładności w trzech przypadkach symulacji odpowiedzi:

- (1) przy użyciu jedynie zapisów amplitud przyspieszeń translacyjnych (stopnie swobody 1, 2, 3 z Rys. 2),
- (2) przy łącznym użyciu przyspieszeń translacyjnych i prędkości rotacyjnych (stopnie swobody 1, 2, 3, 4, 5, 6 z Rys. 2),
- (3) przy użyciu jedynie prędkości rotacyjnych (stopnie swobody 4, 5, 6 z Rys. 2).

Analizowano różne poziomy częstotliwości i amplitud wymuszenia i, w zasadzie niezależnie od parametrów wymuszenia, za każdym razem udało się uzyskać prawidłowe wykrycie spadków sztywności i ubytków masy. Przykładowo dla wymuszenia o częstotliwości 5Hz i amplitudzie 5mm wartości średnich błędów ważonych i maksymalnych błędów rekonstrukcji wynoszą:

- (1) tylko dla przyspieszeń translacyjnych: średni błąd ważony $SBW = 0.2\%$, maksymalny błąd $MB = 0.5\%$,
- (2) łącznie dla przyspieszeń translacyjnych i prędkości rotacyjnych: $SBW = 0.13\%$, $MB = 0.24\%$,
- (3) tylko dla prędkości rotacyjnych: $SBW = 0.08\%$, $MB = 0.12\%$.

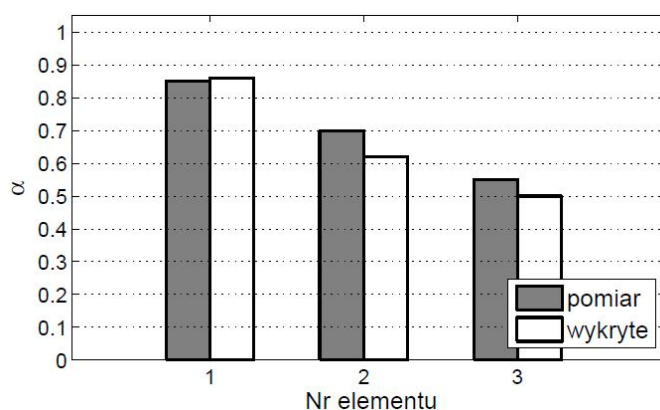
Kolejnym elementem analizy było dodawanie do wyników symulacji szumu pomiarowego (por. [6, 7]). Zwiększanie wielkości szumu pomiarowego od zera do poziomu 2% pozwalało uzyskać akceptowalne wyniki „rekonstrukcji”. Większy szum pomiarowy uniemożliwiał poprawną rekonstrukcję (por. [8]).

4.2. Eksperyment

W analizach numerycznych wyników eksperymentu, prowadzących do rekonstrukcji sztywności, przyjęto, tak jak w symulacjach, trzy numeryczne modele optymalizacyjne, z bazą trzech współrzędnych translacyjnych d_1, d_2, d_3 , sześciu współrzędnych translacyjnych i rotacyjnych $d_1, d_2, d_3, d_4, d_5, d_6$, oraz z bazą współrzędnych rotacyjnych d_4, d_5, d_6 , (por. Rys. 2)

Eksperymenty przeprowadzono dla różnych wartości amplitud wymuszenia i częstości wymuszenia. W aktualnej, wstępnej fazie prób stosowanie bazy (1) – tylko trzy translacje – nie wystarczyło do poprawnej „rekonstrukcji”. Co ciekawe, także zastosowanie bazy numer (2), sześciu amplitud (trzech translacji i trzech rotacji) nie prowadziło do poprawnych „rekonstrukcji”. Dopiero zastosowanie bazy (3) uwzględniającej wyłącznie amplitudy rotacyjne dało akceptowalne wykrycie spadków sztywności ($SBW = 7.2\%$, $MB = 11.4\%$). Analizy numeryczne wyników eksperymentów dla kilku częstotliwości i amplitud wymuszenia wskazały, że, najlepsze, jak do tej pory wyniki uzyskano dla kinematycznego wymuszenia harmonicznego o amplitudzie 5mm i częstotliwości 5Hz. Dla tych parametrów wymuszenia amplitudy prędkości rotacyjnych dla poszczególnych stopni swobody wyniosły odpowiednio 12.925 °/s, 19.73 °/s i 23.05 °/s.

Wyniki rekonstrukcji dla częstotliwości 5Hz i amplitudy 5mm pokazano na Rys. 4.



Rys. 4. Wyniki eksperymentalnej rekonstrukcji „uszkodzeń” wspornika z pleksi dla wymuszenia kinematycznego o częstotliwości 5Hz i amplitudzie 5mm

5. PODSUMOWANIE I WNIOSKI

W referacie przedstawiono wstępne wyniki eksperymentu mającego na celu sprawdzenie efektywności pomiarów rotacji w dynamicznej diagnostyce konstrukcji. W jego wyniku potwierdzono wyniki symulacji komputerowych [8] wskazujących na dobrą efektywność pomiarów rotacji osi belki w detekcji spadków sztywności belki. Przewiduje się, że dalszy program badań, w tym uwzględniający spadki sztywności bez zmniejszania masy (belki z dodatkowymi masami), przyniesie znacznie więcej pozytywnych wyników „rekonstrukcji” sztywności belek.

Aktualnie czujniki rotacji są jeszcze dość kosztowne, lecz ich przyszłe większe rozpowszechnienie w systemach pomiarowych drgań konstrukcji i ich monitoringu, oraz związany z tym spadek cen, jest jedynie kwestią czasu. Z tego powodu analizy zastosowania czujników rotacji w pomiarach drgań mogą być przydatne w dalszym rozwoju systemów monitorowania stanu konstrukcji poprzez pomiary ich drgań.

PODZIĘKOWANIE

Praca została przygotowana przy częściowym wsparciu grantu N506 289037 „Symulacyjne i eksperymentalne badania zastosowania pomiarów rotacji w dynamicznej identyfikacji układów prętowych”.

Piśmiennictwo

- [1] Uhl Tadeusz, Komputerowo wspomaganą identyfikacja modeli konstrukcji mechanicznych, WNT, Warszawa, 1997
- [2] Wilde Krzysztof, Modal Diagnostics of Civil Engineering Structures, Wydawnictwa Politechniki Gdańskiej, Gdańsk 2008.
- [3] Zembaty Z., Kowalski M., Pospisil S., Dynamic identification of a reinforced concrete frame in progressive states of damage, *Engineering Structures*, vol.28, 2006, pp.668-681.
- [4] Gladwell G.M.L., *Inverse Problems in Vibration*, Martinus Noordhoff, (1986).
- [5] Zembaty Z., Kokot S., Monitorowanie zmian sztywności przestrzennych konstrukcji prętowych poprzez pomiary ich drgań harmonicznnych, Materiały 56 Konferencji Naukowej Komitetu Inżynierii Lądowej i Wodnej PAN oraz Komitetu Nauki PZITB, Kielce-Krynica, 19-24 września 2010, "Problemy naukowo-badawcze budownictwa", s. 883-890;

- [6] Kokot S. and Zembaty Z., Damage reconstruction of 3d frames using genetic algorithms with Levenberg-Marquardt local search, *Soil Dynamics & Earthquake Engineering*, vol.29, 2009, pp.311-323
- [7] Kokot S., *Zastosowanie algorytmów genetycznych do identyfikacji rozkładów uszkodzeń w układach belkowo-ramowych poprzez pomiary ich drgań* (rozprawa doktorska), Wydział Budownictwa Politechniki Opolskiej, Opole 2007, s.1-216.
- [8] Kokot S. and Zembaty Z., Vibration based stiffness reconstruction of beams and frames by observing their rotations under harmonic excitations - a numerical analysis, *Engineering Structures*, vol.31, 2009, pp.1581-1588
- [9] Meydan T., Recent trends in linear and angular accelerometers, *Sensors and Actuators A*, vol.59, 1997, pp. 43-50
- [10] Capecchi D., Vestroni F., Monitoring of structural systems by using frequency data, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 28, 1999, p. 447-461.
- [11] Liu G.R., Chen S.C., A Novel Technique for Inverse Identification of Distributed Stiffness Factor in Structures, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 254, 2002, p. 823-835.
- [12] Ren W.-X., De Roeck G., Structural Damage Identification using Modal Data. II: Test Verification, *Journal of Structural Engineering, ASCE*, Vol.128, 2002, p. 96-104.

“RECONSTRUCTION” OF BEAM STIFFNESS VARIATIONS BY MEASURING ROTATIONS OF ITS AXIS

Summary

The paper presents preliminary results of experimental evaluation of the effectiveness of measuring rotations of beam axes in *Structural Health Monitoring (SHM)*, in particular in “reconstructing” distributions of stiffness changes by measuring their harmonic vibrations. The experiment on small plexi models proved particular effectiveness of measuring rotation rates over classic translational acceleration amplitudes. Such methods of *SHM*, aiming at reconstructing stiffness distributions is particularly needed for some civil engineering structures for which the localized damage is difficult to define (e.g. reinforced concrete beams and frames or masonry structures).