ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI RZESZOWSKIEJ Nr 272
Zarządzanie i Marketing z. 17 (4/10) 2010

Roman SZOSTEK[1]

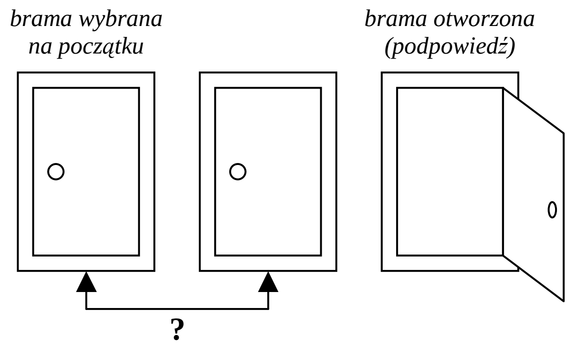
METODOLOGIA BADAŃ STATYSTYCZNYCH

W artykule został przedstawiony pogląd autora na temat metod statystycznych. Został on wypracowany w trakcie prowadzenia zajęć ze statystyki dla studentów Politechniki Rzeszowskiej. W pracy przedstawiono informacje o tym, kiedy i jak można stosować metody statystyczne. Omówiony został także przykład zauważonego przez autora błędnego wnioskowania statystycznego, opublikowanego w popularnym czasopiśmie.
Słowa kluczowe: statystyka, paradoks, wnioskowanie

1. KLASYCZNE ZASTOSOWANIE STATYSTYKI

Jedna z definicji statystyki mówi, że jest to nauka zajmująca się zbieraniem i interpretacją danych. Klasyczny sposób zastosowania statystyki został przedstawiony poniżej na przykładzie paradoksu trzech bram.

W czasie telewizyjnego turnieju zostały ustawione w studiu trzy duże bramy. Za jedną z nich, wybraną losowo, został umieszczony samochód, który jest główną nagrodą programu. Uczestnik turnieju może go wygrać, jeżeli uda mu się wskazać kryjącą go bramę. Ma on prawo wybrać tylko jedną bramę, ale wiadomo, że później otrzyma jedną podpowiedź, po której będzie mógł zmienić zdanie. Tak więc uczestnik wybiera jedną z trzech bram. Następnie prowadzący program otwiera jedną z pozostałych bram, ale taką, za którą nie ma nagrody. Prowadzący nigdy nie otwiera bramy wskazanej przez uczestnika ani bramy z nagrodą. Ostatecznie mamy więc dwie nie otwarte bramy a nagroda znajduje się za jedną z nich (rysunek 1). Teraz uczestnik programu musi podjąć ostateczną decyzję. Czy powinien pozostać przy swoim pierwotnym wyborze, czy zmienić zdanie i wybrać drugą bramę?



Rys. 1. Paradoks trzech bram

W paradoksie trzech bram możliwe są tylko dwie decyzje, ale zadanie może mieć trzy różne rozwiązania. Może się bowiem okazać:

---

[1] Roman Szostek, Katedra Metod Ilościowych w Ekonomii, Wydział Zarządzania, Politechnika Rzeszowska.

- że lepiej pozostać przy pierwotnym wyborze,
- że lepiej zmienić zdanie i wybrać drugą bramę,
- że jest wszystko jedno, którą bramę się wybierze.

Można udowodnić, które z powyższych trzech rozwiązań jest prawdziwe, ale wymaga to choćby minimalnej analizy matematycznej. Jedna z takich analiz zostanie przedstawiona później. Gdy jednak nie wiadomo, jak przeprowadzić taki dowód, można uzyskać rozwiązanie metodami statystycznymi.

Klasyczne zastosowanie statystyki polega więc na przeprowadzeniu eksperymentu. W tym przypadku mogą go wykonać dwie osoby, z których jedna chowa przedmiot pod jednym z trzech pudełek, a druga odgaduje jego położenie. Na eksperyment powinno składać się wystarczająco wiele prób. W tym przypadku można tych prób wykonać na przykład czterdzieści – po dwadzieścia dla każdej z dwóch możliwych decyzji. Tak więc osoba odgadująca dwadzieścia razy pozostaje przy pierwotnym wyborze i dwadzieścia razy zmienia zdanie po uzyskaniu podpowiedzi. W czasie eksperymentu wystarczy jedynie policzyć, ile razy zostało odgadnięte położenie przedmiotu dla każdej z tych dwóch decyzji.

Jeżeli okaże się, że pozostawanie przy pierwotnym wyborze daje więcej sukcesów niż zmiana zdania, wtedy naturalny jest wniosek, że lepiej pozostać przy pierwotnym wyborze. Analogicznie, jeżeli okaże się, że pozostawanie przy pierwotnym wyborze daje mniej sukcesów, wtedy naturalny jest wniosek, że lepiej zmienić zdanie i wybrać drugą bramę. Jeżeli obydwie decyzje dają podobną liczbę sukcesów, wtedy naturalny jest wniosek, że jest wszystko jedno, którą bramę się wybierze.

2. WNIOSKI WYNIKAJĄCE Z PARADOKSU TRZECH BRAM

Paradoks trzech bram lub podobny problem można więc rozwiązać metodami matematycznymi lub statystycznymi. Przez metody matematyczne rozumiem takie, które odnoszą się bezpośrednio do analizowanego problemu. Metody statystyczne także wykorzystują matematykę, ale na innym etapie. Matematyka jest tutaj narzędziem służącym do interpretacji danych zebranych na temat problemu, a nie do bezpośredniej jego analizy. W przypadku rozważanego paradoksu trzech bram matematyczna metoda jego rozwiązania zostanie przedstawiona w kolejnym rozdziale. Metoda statystyczna, polegająca na przeprowadzeniu eksperymentu, zebraniu danych oraz ich interpretacji, została przedstawiona w rozdziale pierwszym.

Metody statystyczne będą miały zastosowanie w przypadku takich problemów, dla których nie jest znany model analizowanego zagadnienia lub model jest zbyt skomplikowany do analizy. Brak modelu powoduje, że nie jest możliwe matematyczne rozwiązanie problemu. Gdy dysponujemy modelem problemu, wtedy metody statystyczne nie są niezbędne. Tak jest na przykład w przypadku paradoksu trzech bram, który można rozwiązać metodami matematycznymi. W tym problemie metody statystyczne mogą być ewentualnie – w przypadku braku pewności – wykorzystane do potwierdzenia wyniku uzyskanego metodami matematycznymi. Istnieje wiele dziedzin, w których nie są znane modele pozwalające na matematyczną analizę rozważanych problemów. Tak jest na przykład w medycynie, ekonomii, marketingu czy naukach społecznych. Brak szczegółowej wiedzy na temat procesów zachodzących w organizmie żywym nie pozwala na „wyliczenie” skutków działania badanego leku. Aby je poznać, konieczne jest przeprowadzenie eksperymentów z ich podaniem. Dlatego właśnie w wymienionych dziedzinach – jako nauka interdyscyplinarna – znajduje zastosowanie statystyka.

Jak już zostało wspomniane, paradoks trzech bram ma jedno z trzech możliwych rozwiązań. Oczywiste jest, że w konkretnym przypadku, gdy nagroda znajduje się za konkretną bramą, tylko jedna decyzja jest właściwa. Rozwiązanie ma więc sens probabilistyczny, to znaczy wskazuje decyzję skuteczniejszą w przypadku wielokrotnego odszukiwania nagrody, a nie taką, która gwarantuje odnalezienie jej w każdym przypadku. Wydaje się, że taki charakter będzie miała większość rozwiązań uzyskanych metodami statystycznymi. Dlatego określona decyzja ekonomiczna uzasadniona badaniami statystycznymi może okazać się niewłaściwa w konkretnym przypadku. Podobnie lek, który jest prawie zawsze skuteczny, czasami może zawieść.

Ostatecznym celem klasycznego zastosowania statystyki jest weryfikowanie hipotez, a nie dowodzenie twierdzeń. Chodzi o to, że nigdy nie wiadomo, czy wynik przeprowadzonego eksperymentu statystycznego jest typowy, czyli taki, który obserwuje się prawie zawsze, czy akurat zaobserwowano coś wprawdzie możliwego, ale bardzo mało prawdopodobnego.

Problem ten zostanie zobrazowany na prostym przykładzie. Gdy rzucimy trzydzieści razy monetą, prawie zawsze uzyskamy podobną liczbę awersów i rewersów. Jest jednak możliwe, że wypadną nam same awersy. Zdarza się to bardzo rzadko, bo raz na nieco ponad miliard takich eksperymentów. Ktoś, kto byłby świadkiem takiego wyniku, mógłby nabrać przekonania – czyli wysunąć hipotezę – że moneta jest „oszukańcza". Jeżeli jednak moneta była „prawidłowa" to ta hipoteza będzie błędna. Popełniany jest wtedy pierwszy rodzaj błędu. Jest możliwa także odwrotna sytuacja, gdy moneta jest rzeczywiście „oszukańcza", czyli taka, na której wypada znacznie częściej awers niż rewers. Wtedy jest możliwe choć zdarza się to rzadko – że otrzymamy podobną liczbę awersów i rewersów. Ktoś, kto byłby świadkiem takiego wyniku, mógłby wysunąć hipotezę, że moneta jest „prawidłowa". Popełniany jest wtedy drugi rodzaj błędu. Podobnie możliwe jest w przypadku paradoksu trzech bram, że wyniki eksperymentu zasugerują wyciągnięcie błędnej hipotezy.

Z przedstawionego powodu wynika, że tak naprawdę nigdy nie dowiemy się z całą pewnością, czy moneta jest „prawidłowa" czy „oszukańcza". Na podstawie eksperymentu można jedynie wykazać, że hipoteza jest prawdziwa z wystarczająco dużym prawdopodobieństwem. Ta własność metod statystycznych jest jednym z podstawowych zagadnień rozważanych w statystyce, które ma dostarczyć odpowiedzi na pytanie, kiedy przyjęcie hipotezy jest faktycznie uzasadnione oraz jakie jest prawdopodobieństwo, że popełni się wtedy błąd.

W metodach statystycznych konieczne jest przyjęcie umownych wartości granicznych, których przekroczenie lub nieprzekroczenie decyduje o przyjęciu lub odrzuceniu hipotezy. Na przykład w przypadku paradoksu trzech bram po przeprowadzeniu eksperymentu zostanie przyjęta hipoteza o prawdziwości jednego z trzech możliwych rozwiązań na podstawie tego, który z dwóch możliwych wyborów da więcej sukcesów. Rzeczą umowną jest, kiedy uznać, że jedna decyzja daje więcej sukcesów niż inna, a kiedy, że dają podobną liczbę sukcesów. Konieczne jest przyjęcie jakiejś umownej granicy. Na przykład jeżeli liczba sukcesów nie różni się w przypadku jednej decyzji o więcej niż x% od liczby sukcesów w przypadku drugiej decyzji, przyjmujemy, że obydwie są równie dobre, a różnica wynika ze zwykłego przypadku. Oczywiście granice te są ściśle związane z prawdopodobieństwami popełnienia błędu przy przyjęciu lub odrzuceniu hipotezy. Jeżeli x jest małe, wtedy istnieje duże prawdopodobieństwo przyjęcia pierwszego lub drugiego rozwiązania w sytuacji, gdy w rzeczywistości prawdziwe mogło być trzecie rozwiązanie. Jeżeli x jest duże, wtedy istnieje duże prawdopodobieństwo przyjęcia trzeciego rozwiązania w sytuacji, gdy w rzeczywistości prawdziwe mogło być pierwsze lub drugie rozwiązanie. Zadaniem statystyki jest określenie, jaki jest związek pomiędzy tymi wartościami granicznymi a prawdopodobieństwami popełnienia błędów w przyjmowaniu lub odrzucaniu hipotez.

W badaniu statystycznym nie można sprawdzać tej samej metody na całej próbie. Na przykład jeżeli celem badania jest sprawdzenie, czy witamina C pomaga leczyć grypę, konieczne jest podawanie tej witaminy osobom chorym, ale nie można podawać jej wszystkim chorym. Gdyby wszystkim chorym podawano tę samą substancję, nie byłoby możliwe ocenienie jej wpływu na przebieg choroby. Część chorych powinna być leczona inaczej, aby można było porównać wyniki leczenia. Stanowią oni tak zwaną grupę kontrolną. Wiadomo na przykład, że grupa kontrolna powinna być jak najbardziej podobna do grupy badanej, aby wykluczyć wpływ innych czynników niż badane. Zadaniem statystyki jest więc także określenie, jak prawidłowo przeprowadzić eksperyment.

3. ROZWIĄZANIE PARADOKSU TRZECH BRAM

Jeżeli uczestnik turnieju trafi za pierwszym razem w bramę z nagrodą (prawdopodobieństwo wynosi 1/3), wtedy prowadzący program, udzielając podpowiedzi, może otworzyć dowolną z dwóch pozostałych bram. Uczestnik turnieju wygra, jeśli pozostanie przy swoim pierwotnym wyborze.

Jednak częściej, bo z prawdopodobieństwem wynoszącym 2/3, uczestnik programu nie trafi za pierwszym razem w bramę z nagrodą. Wtedy nagroda znajduje się za jedną z dwóch pozostałych bram. Jest tylko jedna brama, którą może, udzielając podpowiedzi, otworzyć prowadzący program. Uczestnik turnieju wygra, jeśli zmieni zdanie i wybierze drugą z nie otwartych bram.

Tak więc dwa razy częściej dochodzi do sytuacji, w której korzystniej jest zmienić zdanie niż pozostać przy pierwotnym wyborze. Dlatego w paradoksie trzech bram powinno się zmieniać zdanie. Taka decyzja daje dwa razy większe szanse na wygranie nagrody.

Ponieważ w paradoksie trzech bram zdecydowana większość ludzi, kierując się intuicją, podejmuje nieefektywną decyzję, gdyż pozostaje przy pierwotnym wyborze, problem ten zyskał miano paradoksu.

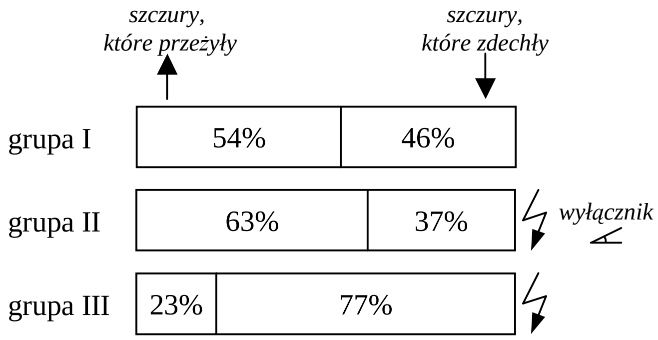
4. PRZYKŁAD BŁĘDNEGO WNIOSKOWANIA

Poniżej zostanie przedstawiony przykład błędnego wnioskowania statystycznego, opublikowanego w czasopiśmie „Forum" (Alia 2007: 56–61). W opublikowanym tam artykule *Wróg w twojej skórze* zamieszczone zostały pochodzące z książki Davida Servana-Schreibera *Anticancer* informacje o następującej treści:

„Servan-Schreiber opisuje doświadczenie laboratoryjne na gryzoniach, które doskonale ilustruje, jak dalece stres może wpływać na przebieg choroby. Chodzi o eksperyment przeprowadzony w laboratorium profesora Martina Seligmana na uniwersytecie stanowym w Pensylwanii. Szczurom wszczepiono tam ściśle określoną liczbę komórek rakowych, o których wiedziano, że powinny wywołać śmiertelny nowotwór u nieco ponad 50 proc. zwierząt. Następnie szczury podzielono na trzy grupy. Na części z nich nie prowadzono żadnych [dodatkowych – przyp. aut.] doświadczeń i rzeczywiście po trzech miesiącach połowa z nich zdechła [dokładnie 46 proc. – przyp. aut.]. Szczury z drugiej grupy były [dodatkowo – przyp. aut.] rażone prądem elektrycznym, przy czym miały one możliwość uniknięcia wstrząsów, naciskając na specjalną dźwignię zamontowaną w klatce. I wreszcie szczury z trzeciej grupy poddano takiej samej liczbie wstrząsów, ale nie mogły one zrobić nic, aby ich unikać. Wyniki nie pozostawiają żadnych wątpliwości: w miesiąc po przeszczepie 63 proc. szczurów, które nauczyły się kontrolować wstrząsy, odrzuciło guza. Wyszły więc one na tym lepiej niż te zwierzęta, które pozostawiono w spokoju! Dla odmiany wśród tych gryzoni, które nie mogły w żaden sposób zareagować na wstrząsy, tylko 23 proc. pokonało chorobę. Jaki stąd wniosek? Autor *Anticancer* pisze: »To nie sam stres jako taki – a więc „wstrząsy elektryczne”, których nie szczędzi nam życie – sprzyja postępom raka. To sposób, w jaki na niego odpowiadamy, a zwłaszcza poczucie opuszczenia, bezsilności, braku wewnętrznej równowagi, które opanowuje nas w obliczu ciężkich przeżyć«.”

„U szczurów poddawanych wstrząsom elektrycznym, których nie mogą one kontrolować, rozwijają się złośliwe guzy.”

Przedstawione w tych cytatach informacje można podsumować w sposób przedstawiony na rysunku 2.



Rys. 2. Wyniki eksperymentu na szczurach

Jak widać na rysunku 2, wśród szczurów z grupy I z powodu wszczepienia komórek nowotworowych przeżyło tylko 54%. Na szczury z grupy III oddziaływał jednocześnie drugi szkodliwy czynnik, jakim jest prąd elektryczny. W tej grupie liczba przeżyć drastycznie spadła do 23%. W tych dwóch grupach szczurów nie widać niczego wyjątkowego. Należało tego oczekiwać, że dwa czynniki szkodliwe będą bardziej zabójcze dla szczurów niż tylko jeden z nich.

Jeżeli chodzi o grupę II szczurów, to należy przyjąć rzecz, której nie podano w opisie eksperymentu, że każdy ze szczurów tej grupy posiadał swoją oddzielną klatkę z indywidualną dźwignią do wyłączania impulsów elektrycznych. Tak musiał być przeprowadzony opisany eksperyment, aby można było wiązać liczbę przeżyć z aktywnością szczurów. Chodzi o to, aby jeden szczur nie wyłączał impulsów innym.

Zadziwiający wynik tego eksperymentu widać właśnie w grupie II szczurów. W tej grupie liczba przeżyć jest bardzo wysoka, bo wynosi 63%, a przecież na te szczury oddziaływały także dwa czynniki szkodliwe. Wprawdzie otrzymały one mniej impulsów elektrycznych niż szczury z grupy III, ale liczba przeżyć w tej grupie jest nawet większa niż w grupie I, która nie otrzymywała impulsów elektrycznych wcale.

Należy zwrócić uwagę na to, jaką rolę w tym eksperymencie pełni grupa III szczurów. Gdyby nie ona, można by było rozważać hipotezę, że impulsy elektryczne pomagają zwalczać komórki nowotworowe. Taka hipoteza wydawałaby się uzasadniona, ponieważ w grupie II, która otrzymywała te impulsy, jest więcej przeżyć niż w grupie I. Jednak mała liczba przeżyć w grupie III podważa taką hipotezę.

Mamy więc do czynienia z klasycznie przeprowadzonym eksperymentem. W tym przypadku utworzono trzy grupy szczurów, na które oddziaływano w różny sposób szkodliwymi czynnikami. Na podstawie różnej liczby przeżyć w tych grupach:

- przyjęto hipotezę o wpływie stresu na przebieg choroby,
- przyjęto hipotezę, że szczury z grupy II wyszły na eksperymencie lepiej niż szczury z grupy I, mimo że były rażone prądem elektrycznym,
- przyjęto hipotezę, że dzięki możliwości kontrolowania wstrząsów, czyli dzięki aktywności, szczury skuteczniej zwalczyły komórki nowotworowe (hipoteza o związku przyczynowo-skutkowym).

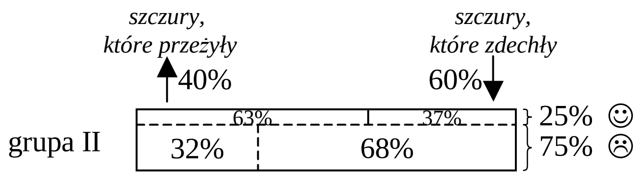
Wprawdzie opis eksperymentu, którym dysponujemy, nie jest zbyt precyzyjny, gdyż nie pochodzi z opracowania naukowego, ale jest wystarczający do tego, aby ocenić prawdziwość sformułowanych hipotez.

Poniżej wykażę, że na podstawie opisanego eksperymentu nie ma podstaw do przyjęcia powyższych hipotez oraz na czym polegał błąd we wnioskowaniu.

Autor książki źle zinterpretował dane dotyczące grupy II szczurów. Świadczy o tym sformułowanie dotyczące tej grupy: „63 proc. szczurów, które nauczyły się kontrolować wstrząsy, odrzuciło guza”. A co ze szczurami, które w tej grupie nie nauczyły się kontrolować wstrząsów?

Z powyższego sformułowania wynika, że w grupie II uwzględniono tylko szczury, które nauczyły się kontrolować wstrząsy, a pominięto te, które się tego nie nauczyły. Jest to błąd, gdyż uniemożliwia porównywanie tej grupy z pozostałymi. Jak wiadomo, porównywane grupy na początku eksperymentu muszą być do siebie możliwie podobne. Chodzi o to, aby ewentualne różnice w poszczególnych grupach wynikały z różnego oddziaływania na nie w czasie eksperymentu, a nie z tego, że posiadają różne cechy. Należy bowiem wyeliminować wpływ jakichkolwiek czynników, które mogą być niezrozumiałe dla badacza. Dlatego szczury do każdej z trzech grup powinny być wylosowane w identyczny sposób.

Załóżmy na chwilę, że z grupy II nie usunięto żadnych szczurów i że wtedy grupa ta wygląda tak, jak na rysunku 3.



Rys. 3. Teoretyczny przykład grupy II z uwzględnieniem pominiętych szczurów

Na rysunku 3 znajdują się dwie przerywane linie. Zaznaczono je w ten sposób, ponieważ w cytowanym artykule brakuje informacji pozwalających je wytyczyć. Powyżej linii poziomej znajdują się szczury, które nauczyły się kontrolować wstrząsy – szczury „inteligentne”. Przyjęto, że stanowią one 25% całej grupy II. Poniżej tej linii znajdują się szczury, które nie nauczyły się kontrolować wstrząsów – „mniej inteligentne”. Przyjęto, że stanowią one 75% całej grupy II. Wiadomo, że wśród szczurów „inteligentnych” przeżyło 63% a zdechło 37%. Nie wiadomo natomiast, ile było przypadków przeżycia szczurów

„mniej inteligentnych”. Przyjęto tutaj, że przeżyło ich 32%, a zdechło 68%. Dla tak przyjętych wartości w całej grupie II przeżyło 40% szczurów, a zdechło 60%.

Z wartości przyjętych na rysunku 3 wynika, że u szczurów odporność na wszczepione komórki nowotworowe jest skorelowana ze zdolnością do nauczenia się kontrolowania wstrząsów („odporność biologiczna” jest u szczura skorelowana z „inteligencją”). To jest jedyny wniosek wynikający z tego eksperymentu.

Błąd przy formułowaniu hipotez polegał na porównaniu grup składających się z typowych szczurów (grupa I i grupa III) z grupą szczurów „inteligentnych” (część grupy II).

Szczury z grupy II otrzymały mniej impulsów elektrycznych niż szczury z grupy III oraz więcej niż szczury z grupy I. Dlatego jeżeli w grupie II jest więcej przeżyć (40%) niż w grupie III (23%) oraz mniej niż w grupie I (54%), to wynik eksperymentu jest naturalny i nie ma podstaw do twierdzenia, że na przeżycie szczurów ma wpływ ich aktywność (hipoteza trzecia). Nie można też twierdzić, że szczury z grupy II wyszły na eksperymencie lepiej niż szczury z grupy I (hipoteza druga).

Na przykładzie rysunku 3 pokazana została pułapka, w którą teoretycznie można wpaść podczas formułowania hipotez. Osoba świadoma możliwości wpadnięcia w tą pułapkę powinna wyraźnie zaznaczyć w tekście, że w grupie II są wszystkie szczury: te, które się nauczyły i te, które się nie nauczyły wyłączać impulsy elektryczne. Ponieważ w tekście wyraźnie jest napisane, że chodzi tylko o szczury, „które nauczyły się kontrolować wstrząsy”, można wnioskować, że popełniono opisany błąd.

Prawdziwość drugiej i trzeciej hipotezy zapowiadałaby możliwość dokonania dużej rewolucji w medycynie. Wydaje się jednak nieprawdopodobne, że w leczeniu może pomagać poddawanie chorego organizmu dodatkowym czynnikom szkodliwym tylko po to, aby wymusić aktywność. Dlatego przedstawiam jako bardziej prawdopodobne popełnienie opisanego błędu.

W cytowanym tekście autor utożsamia rażenie prądem elektrycznym ze stresem. Wydaje się to jednak nieuzasadnione. Trudno jest z całą pewnością stwierdzić, czy w opisanym eksperymencie bardziej na przebieg choroby wpływa stres, czy sam prąd elektryczny. Przepływ prądu przez żywy organizm jest bez wątpienia szkodliwy. Gdyby chciano zbadać wpływ samego stresu na badane szczury, to powinien on być uzyskiwany innymi metodami. Z tego powodu wątpliwa jest prawdziwość hipotezy pierwszej, która powinna mówić raczej o wpływie na przebieg choroby prądu, a nie stresu.

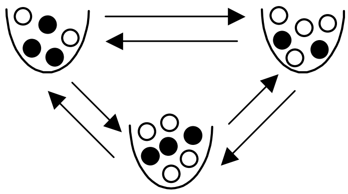
5. ZASTOSOWANIE STATYSTYKI W MODELOWANIU

W literaturze metodą statystyczną nazywana jest także jedna z metod stosowanych w systemach rozpoznawania mowy. Jest ona najefektywniejsza spośród wielu znanych. Te zastosowania statystyki są nieco inne niż omówione już zastosowania klasyczne, dlatego wypada krótko o nich wspomnieć.

Statystyczne metody rozpoznawania mowy opierają się na dwóch twierdzeniach dotyczących niejawnych łańcuchów Markowa (Pacut 1985; Shomali, Kapusta i Gajer 1999). Niejawny łańcuch Markowa jest ciągiem stanów, w których przebywa pewien niedeterministyczny system. Przykład takiego trójstanowego systemu został przedstawiony na rysunku 4. System ten przechodzi w sposób losowy ze stanu do stanu i za każdym razem w sposób losowy generuje pewną wartość (umownie: kolor), składającą się na niejawny łańcuch Markowa. Parametrami systemu oprócz liczby stanów są: macierz prawdopodobieństw przejść pomiędzy stanami, wektory prawdopodobieństw wygenerowania konkretnych wartości, określone dla każdego stanu oddzielnie, oraz wektor prawdopodobieństw stanów początkowych.

Pierwsze ze wspomnianych twierdzeń pozwala na obliczenie prawdopodobieństwa, że dany system wygeneruje dany ciąg wartości, czyli sygnał. Prawdopodobieństwo to jest miarą pozwalającą na przypisanie rozpoznawanego sygnału do jednego z wielu systemów pełniących rolę modelu.

Drugie twierdzenie (algorytm Bauma-Welcha) pozwala na szukanie optymalnych systemów dla wzorcowych sygnałów, czyli ich modeli.



Rys. 4. Graf stanów systemu generującego niejawny łańcuch Markowa

Rozpoznawanie sygnałów musi być poprzedzone procesem uczenia. W tym procesie dla każdego wzorcowego sygnału tworzony jest optymalny dla niego system (drugie twierdzenie).

Rozpoznawanie sygnału polega na obliczeniu prawdopodobieństw, że zostanie on wygenerowany przez każdy posiadany system, i na wyborze systemu dającego największe prawdopodobieństwo (pierwsze twierdzenie). Efektem rozpoznania jest przypisanie sygnału rozpoznawanego do sygnału wzorcowego odpowiadającego temu systemowi.

6. PODSUMOWANIE

Należy wspomnieć, że oprócz statystyki istnieją inne metody zajmujące się interpretacją danych, na przykład te ujęte w teorii sieci neuronowych czy teorii zbiorów przybliżonych.

W artykule zostały przedstawione na bazie paradoksu trzech bram liczne ogólne wnioski na temat metod statystycznych.

Paradoks trzech bram jest przykładem problemu, z którego rozwiązaniem nie radzi sobie intuicja większości ludzi – a jest to problem prosty do sformułowania. Przyczyną jest tutaj zapewne trudność, jaką stwarza „losowość”. Zresztą matematycy przez wiele stuleci mieli problem ze sformalizowaniem probabilistyki. Zrobił to dopiero w 1933 r. A. Kołmogorow. W rozwiązywaniu bardziej złożonych niedeterministycznych zagadnień tym bardziej nie można opierać się na intuicji – stąd rachunek prawdopodobieństwa i statystyka.

Statystyka oferuje jako metodę szukania odpowiedzi eksperyment, który powinien być tak zorganizowany, aby z jednej strony prawdopodobieństwo przyjęcia błędnej hipotezy było możliwie najmniejsze, a z drugiej strony koszty eksperymentu nie były zbyt duże.

LITERATURA

[1] Alia, J. (2007): *Wróg w twojej skórze*, „Forum” 49 (3–9 XII) (na podstawie „Le Nouvel Observateur” 27 IX 2007)

[2] Pacut, A. (1985): *Prawdopodobieństwo. Teoria. Modelowanie probabilistyczne w technice*, WNT, Warszawa

[3] Shomali, M.; Kapusta, M.; Gajer, M. (1999): *Zastosowanie niejawnych modeli Markowa w systemach automatycznego rozpoznawania mowy*, „Elektrotechnika i Elektronika" 18/3, s. 89–98

[4] Szostek, R.; Suraj, Z. (2002): *Wykorzystanie niejawnych łańcuchów Markowa do analizy temporalnych systemów informacyjnych*, „Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej. Matematyka" 26, s. 263–273

STATISTICAL RESEARCH METHODOLOGY

The author's opinion in the article was introduced on the subject of statistical methods. He became the worked out in track of leadership of occupations with statistics for students of Rzeszów University of Technology. The information about this work was introduced giving the answer to the question when and how statistical methods can be applied. The example was also talked over, noticed by the author incorrect statistical calculations published in popular periodical inference.