

Tadeusz Jan STRZELECKI¹

EKWIWALENTNA METODA PODEJMOWANIA DECYZJI W WARUNKACH NIEPEWNOŚCI

W warunkach niepewności przy podejmowaniu decyzji brane są najczęściej pod uwagę użyteczność wyników i prawdopodobieństwo ich osiągnięcia, lub tylko użyteczność wyników. Nie są natomiast brane pod uwagę nakłady, jakie trzeba ponieść dla osiągnięcia zamierzonych celów. Biorąc to pod uwagę, autor proponuje odpowiednio zmodyfikowaną regułę podejmowania decyzji w warunkach niepewności.

1. WPROWADZENIE

Wiadomo, że decyzje są najczęściej podejmowane w dwóch przypadkach:

- gdy zachodzi potrzeba dokonania określonej zmiany,
- kiedy należy zachować istniejący stan.

Ważne jest również, aby podejmowane decyzje były trafne i skuteczne. Miarą skuteczności decyzji są najczęściej:

- stopień osiągnięcia założonego celu,
 - stopień racjonalności środków zużytych do osiągnięcia celu,
- zaś trafność decyzji zależy od:

- wiedzy decydenta,
- jakości materiału informacyjnego.

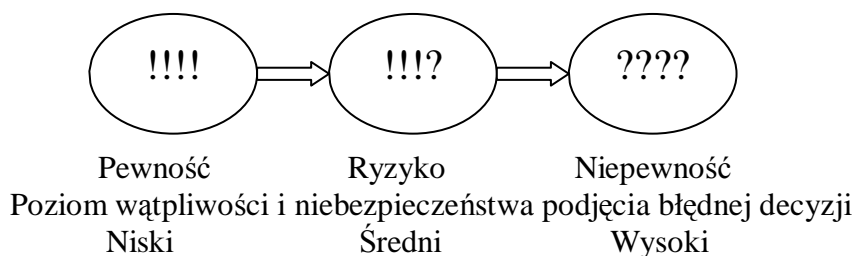
Podejmowane decyzje można podzielić na dwie grupy:

- decyzje deterministyczne, których skutki są jednoznacznie określone,
- decyzje podejmowane w warunkach niepewności, których skutków nie można dokładnie przewidzieć, ponieważ zależą od układu przyszłych sytuacji.

W warunkach niepewności przy podejmowaniu decyzji brane są najczęściej pod uwagę użyteczność wyników i prawdopodobieństwo ich osiągnięcia, lub tylko użyteczność wyników. Nie są natomiast brane pod uwagę nakłady, jakie trzeba ponieść dla osiągnięcia zamierzonych celów. Niech na przykład osiągnięcie celu przy tym samym poziomie ryzyka raz wymaga minimalnych nakładów, drugim razem zaś dużych nakładów. Widać, że obie sytuacje decyzyjne różnią się istotnie od siebie. Przy małych nakładach skłonni jesteśmy podejmować decyzje nawet przy znacznym ryzyku. Przy dużych nakładach ryzyko zaczyna odgrywać podstawową rolę przy podejmowaniu decyzji. Biorąc to pod uwagę, proponuję odpowiednio zmodyfikowaną regułę podejmowania decyzji w warunkach niepewności.

Ryzyko i niepewność to dwa różne stany naszej niewiedzy o przyszłości, której decyzje mają dotyczyć. Ryzyko leży gdzieś pośrodku między pewnością i niepewnością. Ilustruje to schemat 1.

¹ Prof. dr hab. Tadeusz Jan Strzelecki, Wyższa Szkoła Informatyki, Zarządzania i Administracji w Warszawie.



Schemat 1. Poziomy niepewności

W naszym przypadku ryzyko będzie dotyczyło wyborów w aspekcie nakładów, jakie trzeba ponieść dla uzyskania zamierzonego celu, natomiast niepewność będzie się odnosiła do szans osiągnięcia użyteczności działań w poszczególnych rozważanych sytuacjach.

2. KLASYCZNE METODY PODEJMOWANIA DECYZJI W WARUNKACH NIEPEWNOŚCI

Cechą charakterystyczną decyzji podejmowanych w warunkach niepewności jest to, że mamy do czynienia:

- z różnymi wyborami,
- z niepewnością.

Optymalna decyzja wymaga spełnienia następujących postulatów:

- najkorzystniejszy wybór,
- najpewniejszy wybór.

Decyzje podejmowane w warunkach niepewności dzieli się na decyzje przy:

- znanych prawdopodobieństwach zaistnienia określonych sytuacji,
- nieznanym prawdopodobieństwach zaistnienia określonych sytuacji.

Sytuację decyzyjną w warunkach niepewności można scharakteryzować tak, jak w tablicy 1. Z podanych wielkości wynika, że każdemu działaniu D_j przy każdym stanie S_i należy przyporządkować odpowiednie miary użyteczności wyników działań U_{ji} . Mogą nimi być subiektywnie odczuwane korzyści lub straty przypisywane wynikom działań przy każdym stanie, lub mogą to być zyski (straty). Ponadto przy znanych prawdopodobieństwach każdemu stanowi należy przypisać odpowiednie wielkości prawdopodobieństw.

Tablica 1. Sytuacja decyzyjna w warunkach niepewności

| Działania | Stany | | | | | Wartości oczekiwane skutków działania |
|----------------|--|-----------------|-----------------|--|-----------------|--|
| | S _i | S ₂ | S _i | | S _n | |
| | Możliwości zaistnienia stanów ¹⁾ | | | | | |
| | X ₁ | X ₂ | X _i | | X _n | |
| | Skutki działania, użyteczność wyników np. zysk | | | | | |
| D ₁ | U ₁₁ | U ₁₂ | U _{1i} | | U _{1n} | O ₁ |
| D ₂ | U ₂₁ | U ₂₂ | U _{2i} | | U _{2n} | O ₂ |
| D _j | U _{J1} | U _{J2} | U _{Ji} | | U _{jn} | O _j |
| D _m | U _{m1} | U _{m2} | U _{mi} | | U _{mn} | O _m |

1) $X_i=?$ przy nieznanach prawdopodobieństwach lub $X_i=P$ przy znanych prawdopodobieństwach

Sposób ustalania wartości oczekiwanej skutków działania (użyteczności wyników) jest różnie określany w różnych regułach decyzyjnych. Jest on cechą charakterystyczną tych reguł. Ponieważ sposobów działania jest wiele (co najmniej dwa), zachodzi potrzeba określenia kryteriów, według których można wybrać działanie optymalne. Przyjmuje się, że działanie optymalne to takie, dla którego wartość oczekiwana skutków działania jest maksymalna, to znaczy jest ustalana zgodnie z relacją

$$DO = \max \{O_1, O_2, \dots, O_m\} = \max \{O_j\} \quad (1)$$

gdzie: DO – decyzja optymalna,

O_j – wartość oczekiwana skutków działania.

3. DECYZJE PRZY ZNANYCH PRAWDOPODOBIENSTWACH

Jeżeli znane są prawdopodobieństwa pojawienia się analizowanych stanów, to przy podejmowaniu decyzji bierze się pod uwagę:

- użyteczność wyników działania,
- prawdopodobieństwo ich otrzymania.

Decyzja optymalna określona jest relacją:

$$DO = \max \{(\sum U_{ji} \cdot p_i)\} \quad (2)$$

dla: $i = 1, 2, \dots, n$ oraz $j = 1, 2, \dots, m$,

a więc wartość oczekiwana skutków działania wynosi

$$O_j = \sum U_{ji} \cdot p_i \quad (3)$$

Oznacza to, że należy podjąć to działanie, dla którego wartość oczekiwana skutków działania jest maksymalna.

4. DECYZJE PRZY NIEZNANYCH PRAWDOPODOBIENSTWACH

Przy nieznanach prawdopodobieństwach stosowane są następujące reguły decyzyjne:

- reguła Savage'a – maksimum (skrajnego optymizmu),

- reguła Walda – minimaksu (skrajnego pesymizmu, asekurancja),
- reguła Gurwicza – optymizmu i pesymizmu,
- reguła Laplace’a – równej szansy.

W konkretnej sytuacji decyzyjnej stosuje się jedną wybraną regułę decyzyjną.

Reguła skrajnego optymizmu (maksimaksu). Reguła ta zaleca brać pod uwagę najlepsze wyniki działania, stąd jej nazwa. Decyzja optymalna określona jest relacją:

$$DO = \max \{ \max \{ U_{ji} \} \} \quad (4)$$

dla: $j = 1, 2, \dots, m$ oraz $i = 1, 2, \dots, n$,

a więc wartość oczekiwana skutków działania wynosi

$$O_j = \max \{ U_{ji} \} \quad (5)$$

Reguła skrajnego asekurancja (minimaksu). Reguła ta zaleca brać pod uwagę najgorsze wyniki działania. Decyzja optymalna określona jest relacją:

$$DO = \max \{ \min \{ U_{ji} \} \} \quad (6)$$

dla: $j = 1, 2, \dots, m$ oraz $i = 1, 2, \dots, n$,

a więc wartość oczekiwana skutków działania wynosi

$$O_j = \min \{ U_{ji} \} \quad (7)$$

Reguła optymizmu i pesymizmu. Reguła ta zaleca brać pod uwagę zarówno najlepsze, jak i najgorsze wyniki działania oraz wskaźnik optymizmu W . Przy $W = 0$ reguła zamienia się w regułę minimaksu, zaś przy $W = 1$ w regułę maksimaksu. Decyzja optymalna określona jest relacją

$$DO = \max \{ [\max \{ U_{ji} \} W + \min \{ U_{ji} \} (1 - W)] \} \quad (8)$$

dla: $j = 1, 2, \dots, m$ oraz $i = 1, 2, \dots, n$,

a więc wartość oczekiwana skutków działania wynosi

$$O_j = \max \{ U_{ji} \} W + \min \{ U_{ji} \} (1 - W) \quad (9)$$

Reguła równej szansy (Laplace’a). W regule tej przyjęto założenie, że skoro nieznane są prawdopodobieństwa, to rozsądnie jest przyjąć, iż wszystkie stany mają jednakowe szanse pojawienia się. Decyzja optymalna określona jest relacją

$$DO = \max \{ \sum U_j \} \quad (10)$$

dla: $j = 1, 2, \dots, m$,

a więc wartość oczekiwana skutków działania wynosi

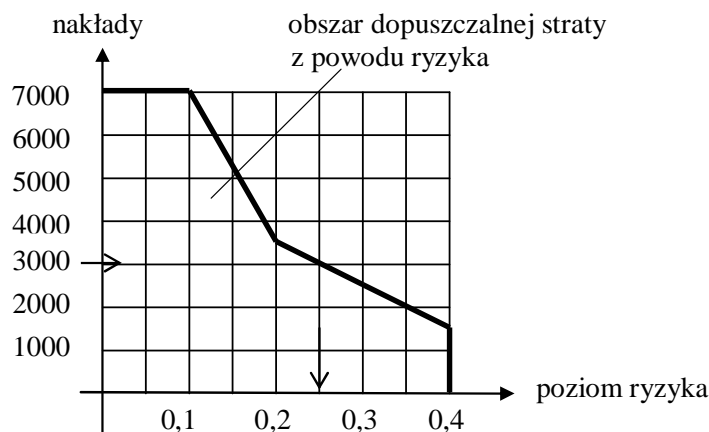
$$O_j = \sum U_j \quad (11)$$

5. EKWIWALENTNE METODY PODEJMOWANIA DECYZJI W WARUNKACH NIEPEWNOŚCI. OGÓLNE RELACJE

Jak już zauważono, przy podejmowaniu decyzji w warunkach niepewności bierze się pod uwagę poziom ryzyka i wielkość nakładów, jakie trzeba ponieść dla osiągnięcia celu. Przy dużych nakładach poziom ryzyka staje się istotnym czynnikiem przy podejmowaniu decyzji, natomiast przy małych nakładach ryzyko traci na znaczeniu.

Można wyznaczyć linię jednakowej oczekiwanej straty jako iloczyn nakładów (N) i ryzyka (R). Na rysunku 1 zaznaczono jedną taką linię dla wartości $N \cdot R = 700$. Jeżeli przyjąć ją jako dopuszczalną granicę strat, to obszar wyznaczony przez tę linię i współrzędne układu jest obszarem dopuszczalnej straty z powodu ryzyka. Na przykład gdy przyjąć

nakłady 3000 jednostek pieniężnych, dopuszczalne ryzyko może być zawarte w przedziale do 0,25.



Rysunek 1. Obszar dopuszczalnej straty

Rozważmy dwie zmienne: nakłady i ryzyko, oraz przyjmijmy dla nich dwupoziomową skalę nasilenia. Niech te skale będą następujące:

nakłady (N): duże (d)
małe (m)

ryzyko (R): duże (d)
małe (m).

Przy takim skalowaniu występują następujące skojarzenia i ich znaczenie dla podejmującego decyzję:

| skojarzenie | | znaczenie |
|-------------|---|----------------------------------|
| R | N | |
| m | m | skojarzenie bez znaczenia |
| d | m | skojarzenie bez znaczenia |
| m | d | skojarzenie korzystne |
| d | d | skojarzenie niekorzystne. |

Analiza możliwych skojarzeń R–N wskazuje, że istotne znaczenie dla podejmowania decyzji ma skojarzenie d–d, więc dla pozostałych skojarzeń mogą być stosowane klasyczne metody (bez korekt). Korektę metod klasycznych dla skojarzenia d–d można przeprowadzić w różny sposób. Każdy jednak powinien prowadzić do odpowiedniego obniżenia szacowanej wartości użyteczności wyboru przy dodatnich wartościach użyteczności oraz do jej podwyższenia przy wartościach ujemnych. Ponieważ skojarzenia układają się w dwie grupy: korzystne i niekorzystne, każdej grupie można przypisać wartość 1/2 (0,5). Prowadzi to do otrzymania następujących korektorów wartości użyteczności:

- dla wartości dodatnich: $1 - 0,5 = 0,5$,
- dla wartości ujemnych: $1 + 0,5 = 1,5$.

Przy tych założeniach można klasyczne reguły podejmowania decyzji w warunkach niepewności przekształcić w odpowiednie reguły ekwiwalentne według relacji:

$$DO_e = \max\{k_e \cdot O_j\} \quad (12)$$

gdzie: D_e – decyzja ekwiwalentna,

k_e – korektor ekwiwalentności,

O_j – wartość oczekiwana skutków działania dla odpowiedniej klasycznej reguły podejmowania decyzji.

Korektor ekwiwalentności przyjmuje wartości:

$$k_e = \begin{cases} 0,5 & \text{dla skojarzenia d-d i dla } O_j > 0 \\ 1,5 & \text{dla skojarzenia d-d i dla } O_j < 0 \\ 1 & \text{dla pozostałych skojarzeń} \end{cases} \quad (13)$$

6. ZASADY PODEJMOWANIA DECYZJI EKWIWALENTNYCH

Proponuje się dwuetapowe podejmowanie decyzji; najpierw trzeba określić szacowane nakłady związane z podjęciem decyzji jako małe lub duże. Jeśli nakłady są małe, stosujemy metody klasyczne; w przeciwnym razie trzeba oszacować ryzyko podjęcia decyzji. Jeśli jest ono małe, również stosujemy metody klasyczne, w przeciwnym razie – metody ekwiwalentne. W drugim etapie wykorzystujemy do podjęcia decyzji odpowiednie (według upodobań) metody klasyczne lub ekwiwalentne.

7. EKWIWALENTNE REGUŁY PODEJMOWANIA DECYZJI PRZYKŁAD

Rozważmy problem wyboru rodzaju produkcji, zakładając, że możemy produkować motylki lub trampki. Niech nakłady na uruchomienie produkcji motylków będą małe, a trampki duże, i również ryzyko odpowiednio małe i duże. Dane dotyczące tych wyrobów zawiera tablica 2. Odpowiednie obliczenia zostaną przeprowadzone według metod klasycznych i ekwiwalentnych.

Tablica 2. Dane do obliczeń

| Lp. | Działanie | Nakłady / Ryzyko | Korektor k_e dla O_j | | Stany | | | |
|-----|-----------|---------------------|-----------------------------|-----|----------------------|-------|--------|---------|
| | | | | | pogoda | zimno | deszcz | zmienna |
| | | | | | Prawdopodobieństwa | | | |
| | | | | | 0,30 | 0,20 | 0,40 | 0,10 |
| | | | >0 | <0 | Użyteczności wyników | | | |
| 1 | motylki | m / m | 1 | 1 | 15 | -6 | -8 | 4 |
| 2 | trampki | d / d | 0,5 | 1,5 | -10 | 3 | 5 | 12 |

8. DECYZJE PRZY ZNANYCH PRAWDOPODOBIENSTWACH

Decyzja optymalna została określona przez relację (1) oraz (2) i (3). Wprowadzając ryzyko, otrzymamy zgodnie z zależnością (12):

$$DO_e = \max \{ (k_e \sum U_{ji} \cdot p_i) \} \quad (14)$$

gdzie k_e – określone jest wg relacji (13).

Przykład

Metoda klasyczna

Obliczenia:

- działanie 1: $O_1 = 15 \times 0,3 - 6 \times 0,2 - 8 \times 0,4 + 4 \times 0,1 = 0,5$
- działanie 2: $O_2 = -10 \times 0,33 + 3 \times 0,2 + 5 \times 0,4 + 12 \times 0,1 = 0,8$

Wynik: $DO = \max \{0,5; 0,8\} = 0,8 \rightarrow$ poz. 2.

Decyzja: produkować trampki.

Metoda ekwiwalentna

Obliczenia:

- działanie 1: $O_1 = 0,5$
- działanie 2: $O_2 = 0,8 = 0,8$

Wynik: $DO = \max \{0,5; 0,8\} = 0,8 \rightarrow$ poz. 2.

Decyzja: produkować motylki.

9. DECYZJE PRZY NIEZNANYCH PRAWDOPODOBIENSTWACH.

REGUŁA SKRAJNEGO OPTYMIZMU (MAKSIMAKSU)

Decyzja optymalna została określona przez relację (1) oraz (4) i (5). Wprowadzając ryzyko, otrzymamy zgodnie z zależnością (12):

$$DO_e = \max \{ k_e \cdot \max \{ U_{ji} \} \} \quad (14)$$

gdzie k_e – określone jest wg relacji (13).

Przykład

Metoda klasyczna

Obliczenia:

- działanie 1: $O_1 = \max \{15; -6; -8; 4\} = 15$
- działanie 2: $O_2 = \max \{-10; 3; 5; 12\} = 12$

Wynik: $DO = \max \{15; 12\} = 15 \rightarrow$ poz. 1.

Decyzja: produkować motylki.

Metoda ekwiwalentna

Obliczenia:

- działanie 1. $O_1 = 15$
- działanie 2. $O_2 = 12 \cdot 0,5 = 6$

Wynik: $DO = \max \{15; 6\} = 15 \rightarrow$ poz. 1.

Decyzja: produkować motylki.

10. REGUŁA SKRAJNEGO ASEKURANCTWA (MINIMAKSU)

Decyzja optymalna została określona przez relację (1) oraz (6) i (7), wprowadzając ryzyko otrzymamy zgodnie z zależnością (12):

$$DO_e = \max \{ k_e \cdot \min \{ U_{ji} \} \} \quad (15)$$

gdzie k_e – określane jest wg relacji (13).

Przykład

Metoda klasyczna

Obliczenia:

- działanie 1: $O_1 = \min \{15; -6; -8; 4\} = -8$
- działanie 2: $O_2 = \min \{-10; 3; 5; 12\} = -10$

Wynik: $DO = \max \{-8; -10\} = -8 \rightarrow \text{poz. 1.}$

Decyzja: produkować motylki.

Metoda ekwiwalentna

Obliczenia:

- działanie 1: $O_1 = -8$
- działanie 2: $O_2 = -10 \cdot 1,5 = -15$

Wynik: $DO = \max \{-8; -15\} = -5 \rightarrow \text{poz. 1.}$

Decyzja: produkować motylki.

11. REGUŁA OPTYMIZMU I PESYMIZMU

Decyzja optymalna została określona przez relację (1) oraz (8) i (9), wprowadzając ryzyko otrzymamy zgodnie z zależnością (12):

$$DO_e = \max \{k_e \cdot [\max \{U_{ji}\} W + \min \{U_{ji}\} (1 - W)]\} \quad (16)$$

gdzie k_e – określane jest wg relacji (13).

Przykład

Metoda klasyczna ($W = 0,5$)

Obliczenia:

- działanie 1: $O_1 = 15 \cdot 0,5 - 8 \cdot 0,5 = 3,5$
- działanie 2: $O_2 = 12 \cdot 0,5 - 10 \cdot 0,5 = 1$

Wynik: $DO = \max \{3,5; 1\} = 3,5 \rightarrow \text{poz. 1.}$

Decyzja: produkować motylki.

Metoda ekwiwalentna ($W = 0,5$)

Obliczenia:

- działanie 1: $O_1 = 3,5$
- działanie 2: $O_2 = 1 \cdot 0,5 = 0,5$

Wynik: $DO = \max \{3,5; 0,5\} = 3,5 \rightarrow \text{poz. 1.}$

Decyzja: produkować motylki.

12. REGUŁA RÓWNEJ SZANSY (LAPLACE'A)

Decyzja optymalna została określona przez relację (1) oraz (10) i (11). Wprowadzając ryzyko, otrzymamy zgodnie z zależnością (12):

$$DO = \max \{k_e \cdot \sum U_{ji}\} \quad (17)$$

gdzie k_e – określane jest wg relacji (13).

Przykład

Metoda klasyczna

Obliczenia:

– działanie 1: $O_1 = 15 - 6 - 8 + 4 = 5$

– działanie 2: $O_2 = -10 + 3 + 5 + 12 = 10$

Wynik: $DO = \max \{5; 10\} = 10 \rightarrow \text{poz. 2.}$

Decyzja: produkować trampki.

Metoda ekwiwalentna

Obliczenia:

– działanie 1: $O_1 = 5$

– działanie 2: $O_2 = 10 \cdot 0,5 = 5$

Wynik: $DO = \max \{5; 5\} = 5 \rightarrow \text{poz. 1 i 2.}$

Decyzja: produkcja motylków i trampek jest jednakowo opłacalna i cechuje się tym samym ryzykiem i pewnością.

13. PODSUMOWANIE

Zaproponowane ekwiwalentne metody podejmowania decyzji w warunkach niepewności są tak jak metody klasyczne tylko ograniczonym narzędziem ilościowego wspomaganie procesów decyzji. Stosowane umiejętnie mogą ułatwić podejmowanie decyzji. Trzeba podkreślić, że w tych metodach całe bogate i różnorodne spektrum socjologiczne i psychologiczne towarzyszące procesowi podejmowania decyzji – z konieczności jest pomijane.

EQUIVALENT METHODS OF DECISION MAKING IN CONDITIONS OF UNCERTAINTY

In conditions of uncertainty of decision making, factors most often taken into consideration are: usefulness of the results and likelihood of achieving them, or solely their usefulness. What is not taken into consideration is the expenditure needed in order to achieve certain aims. Due to these arguments, the author of this work suggests modified principle in decision making in conditions of uncertainty.